

Feuilles d'exercices n°2 : Fonctions usuelles

PTSI B Lycée Eiffel

16 septembre 2013

Exercice 1 (*)

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \sqrt{2x^2 - 3x - 2}$

2. $f(x) = e^x \ln(x + 5)$

3. $f(x) = \frac{\sqrt{x(x-1)}}{x^2 - 4}$

4. $f(x) = \ln(x^5 + 1)$

Exercice 2 (* à **)

Déterminer la parité des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2x^6 - 5x^4 + x^2 + 6$

2. $f(x) = \ln|x|$

3. $f(x) = \frac{1}{(x^3 - 2x)^2} \times \frac{x^4}{\sqrt{x^2 + 2}}$

4. $f(x) = |2x^2 - e^{x^4} + \ln(x^2 - 1)|$

5. $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$

Exercice 3 (* à **)

Calculez la dérivée de chacune des fonctions suivantes, ainsi que l'équation de la tangente en 1 à leurs courbes représentatives (si elle existe) :

1. $f(x) = 1 + \ln(1 + x)$

2. $f(x) = \frac{1+x}{1+e^x} - x$

3. $f(x) = \ln\left(2x - \frac{3}{x}\right)$

4. $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 1}$

5. $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

Exercice 4 (** à ***)

Résoudre les équations, inéquations et systèmes suivants :

1. $x - 1 \leq \sqrt{x + 2}$
2. $\ln(x + 3) + \ln(x - 1) = 2 \ln 2$
3. $3 \times 2^{3x-4} \geq 2^4$
4. $\ln(2x - 3) \leq \ln 5$
5. $5^x - 5^{x+1} + 2^{3x-1} = 0$
6. $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$
7. $x^{\frac{1}{4}} + 2x^{\frac{5}{3}} - 3 = 0$
8. $e^{-6x} + 3e^{-4x} - e^{-2x} - 3 = 0$
9. $8^{6x} - 3 \times 8^{3x} \leq 4$
10.
$$\begin{cases} x + y = 520 \\ \log x + \log y = 4 \end{cases}$$

Exercice 5 (**)

Déterminer **sans calculer leur dérivée** les variations des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{-5}{2e^{-2x+3}}$
2. $f(x) = (e^x + 2)^2 - 3$
3. $f(x) = (e^x - 3)^2 + 2$
4. $f(x) = \ln(e^{-x} - 1)$
5. $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

Exercice 6 (* à ***)

Étudier les variations et tracer la représentation graphique des fonctions suivantes :

1. $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2}$
2. $f(x) = x^x$
3. $f(x) = \ln(1 + x + x^2)$
4. $f(x) = e^{x^2-x-1}$
5. $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 4x + 3}\right)$
6. $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 1}$
7. $f(x) = x^{x^2}$
8. $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{2a - x}}$, a étant une constante positive fixée.

Exercice 7 (* à **)

Résoudre les équations suivantes :

- $4 \cosh(x) + 3 \sinh(x) - 4 = 0$
- $2 \arctan(x) = \arctan(\sinh(2x))$ (on pourra passer par un calcul de dérivée)