

NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°7

PTSI B Lycée Eiffel

13 mai 2014

Tous les calculs doivent apparaître sur la feuille.

1. Rappeler la formule de changement de base pour la matrice d'un endomorphisme.

2. Calculer et factoriser le déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix}.$$

3. Un élève de prépa joue au 2 048 à ses heures perdues, mais se limite à cinq parties par jour. Il a une probabilité $\frac{1}{3}$ de gagner chaque partie, indépendamment les unes des autres. On note X le nombre de parties gagnées dans la journée, et Y le numéro de la première partie gagnée (s'il perd les cinq fois, on pose par convention $Y = 0$).

- Calculer la probabilité $P(Y = 0)$.
- Déterminer la loi de la variable aléatoire X , et vérifier que la somme des probabilités obtenues vaut 1.
- Calculer l'espérance et la variance de la variable X .
- Donner la loi complète de Y , et calculer son espérance et sa variance.
- Calculer $P_{Y=3}(X = 2)$. Les deux événements $Y = 3$ et $X = 2$ sont-ils indépendants ?
- Notre élève joue ses cinq parties quotidiennes chaque jour pendant une semaine. On note Z le nombre de jours de la semaine où il gagne au moins une partie. Donner la loi de la variable aléatoire Z .