

Interrogation Écrite n°5 : corrigé

PTSI B Lycée Eiffel

21 janvier 2014

1. Voir le cours.
2. $(2 + \sqrt{2})^5 = 2^5 + 5 \times 2^4 \times \sqrt{2} + 10 \times 2^3 \times 2 + 10 \times 2^2 \times 2\sqrt{2} + 5 \times 2 \times 4 + 4\sqrt{2} = 32 + 80\sqrt{2} + 160 + 80\sqrt{2} + 40 + 4\sqrt{2} = 232 + 164\sqrt{2}$.
3. Comme dans l'exemple du cours : $\frac{13!}{2!^5} = \frac{13!}{32}$.
4. Dans une urne se trouvent cinq boules vertes numérotées de 1 à 5, et trois boules blanches numérotées de 1 à 3. On tire successivement sans remise trois boules dans cette urne.
 - (a) Ce sont des arrangements : $8 \times 7 \times 6 = 336$.
 - (b) Il n'y en a plus que $5 \times 4 \times 3 = 60$.
 - (c) Il y a cinq boules impaires et deux paires, donc 5 possibilités pour le choix de la boule impaire, et 3×2 pour les boules paires, qu'il faut multiplier par $\binom{3}{1}$ pour la position de la boule impaire, soit 90 tirages.
 - (d) On veut donc une boule verte au premier tirage, une blanche au deuxième, et peu importe au troisième, soit $5 \times 3 \times 6 = 90$ tirages.
 - (e) Les numéros 4 et 5 ayant un statut particulier, il est plus simple de distinguer des cas. On peut tirer le 4, le 5 et une autre boule de $6 \times 3! = 36$ façons possibles (6 choix pour la dernière boule et $3!$ ordres possibles), on peut tirer une boule parmi 4 et 5 et deux autres numéros distincts de $2 \times 6 \times 4 \times 3 = 144$ façons possibles (deux possibilités pour 4 ou 5, 6 possibilités pour la deuxième boule, plus que 4 pour la dernière si on ne veut pas le même numéro que la deuxième, et 3 positions possibles pour le 4 ou le 5); enfin, tirer trois numéros distincts sans tirer de 4 ou de 5 peut se faire de $2^3 \times 3! = 48$ façons possibles (on tire forcément les numéros 1, 2 et 3, il faut choisir la couleur de chaque et l'ordre). Au total, 228 tirages sont possibles.