

NOM :  
Prénom :

## Interrogation Écrite n°2

PTSI B Lycée Eiffel

15 octobre 2013

Tous les calculs doivent apparaître sur la feuille.

1. Rappeler la dérivée de la fonction arccos, ainsi que son domaine de définition et une allure de la courbe.  
Donner la définition d'application injective.

2. Déterminer la valeur de  $\sum_{k=1}^n k(k+1)$  en utilisant les sommes classiques du cours, factoriser le résultat, puis le redémontrer par récurrence.

3. On définit une application  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$  par  $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 1}$ . L'application est-elle injective ? Surjective (en prenant  $\mathbb{R}$  comme espace d'arrivée) ? Bijective ? On essaiera de ne PAS utiliser de calcul de dérivée pour répondre à ces questions.

4. On souhaite résoudre de deux façons l'équation  $f(x) = \frac{\pi}{2}$ , où  $f(x) = \arcsin(2x - 1) + 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-x}{x}}\right)$ .
  - Donner le domaine de définition de  $f$ , puis calculer sa dérivée, et conclure.
  - Pour  $x \in \mathcal{D}_f$ , on pose  $\theta = \arcsin(\sqrt{x})$ . Montrer que  $\theta$  est bien défini, préciser dans quel intervalle il se trouve, et exprimer  $x$  puis  $\sqrt{\frac{1-x}{x}}$  et  $2x - 1$  à l'aide de  $\theta$ . Conclure.