

NOM :  
Prénom :

## Interrogation Écrite n°1 : corrigé

PTSI B Lycée Eiffel

16 septembre 2013

Tous les calculs doivent apparaître sur la feuille.

1. Quelle est la contraposée de la phrase « Je suis élève en prépa, donc je travaille 15 heures par jour » ?

Je ne travaille pas 15 heures par jour, je ne suis donc pas élève en prépa.

2. Résoudre l'inéquation  $\frac{x^2 + 4x - 9}{x - 3} < 2$ .

On commence par faire tout passer à gauche, pour résoudre l'inéquation  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 3} < 0$ . Le numérateur a pour discriminant  $\Delta = 4 + 12 = 16$  et admet pour racines  $x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$  et  $x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$ . On peut dresser le tableau de signes suivant :

$x$	-3	1	3	
$x^2 + 2x - 3$	+	0	-	0
$x - 3$	-	-	-	0
$\frac{x^2 + 2x - 3}{x - 3}$	-	0	+	0

Et on conclut :  $\mathcal{S} = ] - \infty, -3[ \cup ] 1, 3[$ .

3. Sachant que  $2 \leq x \leq 3$  et  $y \in [-1, 2]$ , encadrer le plus précisément possible  $\frac{xy}{x + y}$ .

On peut additionner les encadrements pour trouver  $1 \leq x + y \leq 5$ , donc en passant à l'inverse (tout est positif)  $\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x + y} \leq 1$ . Pour le produit, on peut séparer deux cas selon que  $y$  est positif ou négatif, ou réussir directement à obtenir  $-3 \leq xy \leq 6$ . De même, pour le dernier produit, on distingue deux cas ou on conclut directement sans se tromper :  $-3 \leq \frac{xy}{x + y} \leq 6$  (les plus courageux essaieront de prouver qu'on peut en fait obtenir mieux).

4. Résoudre l'équation  $|2x - 4| - |x + 2| = 3$ .

On fait un petit tableau :

$x$	-2	2
$ 2x - 4 $	$4 - 2x$	$4 - 2x$
$ x + 2 $	$-x - 2$	$x + 2$
$ 2x - 4  -  x + 2 $	$6 - x$	$2 - 3x$

On peut résoudre sur chacun des intervalles : l'équation  $6 - x = 3$  donne  $x = 3$ , solution non valable sur  $] - \infty, -2]$ ;  $2 - 3x = 3$  donne  $x = -\frac{1}{3}$ , solution valable; et  $x - 6 = 3$  donne  $x = 9$ , autre solution valable. Conclusion :  $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{3}; 9 \right\}$ .