

Programme de colle n°28

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 21/05 au 24/05 2013

Toutes les démonstrations du cours (points notés **en gras** dans le programme) sont à connaître parfaitement. Un élève ne sachant pas répondre correctement à la question de cours sera systématiquement noté en-dessous de la moyenne.

Dimension des espaces vectoriels

- Espaces vectoriels de dimension finie : théorème de la base incomplète, toutes les bases ont même cardinal, une famille libre ou génératrice de n vecteurs est automatiquement une base. Formule de Grassmann, hyperplans (aucun détail n'a été vu sur cette notion).
- Rang d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire, d'une matrice. **Théorème du rang**, équivalence entre injectivité, surjectivité et bijectivité des endomorphismes, équivalence entre rang maximal et inversibilité d'une matrice carrée. Une matrice A est de rang r si $A = QJ_rP$, calcul du rang d'une matrice à l'aide d'opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes.
- On profitera bien sûr de ce complément sur les espaces vectoriels pour réviser toutes les notions vues dans le précédent chapitre.

Développements limités

- Formules de Taylor : pour les polynômes, **avec reste intégral, inégalité de Taylor-Lagrange**, formule de Taylor-Young.
- Développements limités : définition, propriétés élémentaires, développements limités usuels en 0 (à connaître par coeur : e^x , $\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $\sinh$, $\cosh$, $\sin$, $\cos$, $(1+x)^\alpha$; à savoir retrouver rapidement : $\tan$ (normalement les deux premiers termes sont connus par coeur), $\tanh$, $\arctan$, Argth , $\arcsin$, $\arccos$, Argch , Argsh), techniques de calcul (sommes, produit, intégration ; et sur des cas pas trop compliqués, quotient et composée, pas de formule générale à connaître pour ces derniers cas).

Prévisions pour la semaine suivante : Développements limités (avec application aux calculs de limites ou aux études asymptotiques), peut-être un peu d'espaces euclidiens.