

Programme de colle n°18

PTSI B Lycée Eiffel

semaine du 11/02 au 15/02 2013

Toutes les démonstrations du cours (points notés **en gras** dans le programme) sont à connaître parfaitement. Un élève ne sachant pas répondre correctement à la question de cours sera systématiquement noté en-dessous de la moyenne.

Structures algébriques

- Vocabulaire : loi de composition interne, associativité, commutativité, élément neutre, symétrisabilité d'un élément, et propriétés élémentaires associées (**unicité de l'élément neutre et du symétrique si la loi est associative**).
- Structure de groupe, sous-groupes (on a démontré en cours le théorème sur les sous-groupes de \mathbb{Z} , mais cette démonstration ne doit pas faire l'objet d'une question de cours), morphismes de groupes, noyau et image d'un morphisme, **caractérisation de l'injectivité par le noyau**.
- Structure d'anneau, anneaux intègres, sous-anneaux, morphismes d'anneau, corps. Manipulation de sommes et produits dans les anneaux, formule du binôme de Newton et factorisation de $a^n - b^n$.
- Arithmétique dans \mathbb{Z} : diviseurs, division euclidienne, ppcm et pgcd, nombres premiers et premiers entre eux, théorème de Bezout, décomposition en facteurs premiers.
- Polynômes : anneau $\mathbb{K}[X]$ (pour $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C}$), degré coefficient dominant, polynôme unitaire. Divisibilité, division euclidienne, racines, **factorisation par $X - \alpha$ quand α est une racine**, multiplicité et caractérisation par les polynômes dérivés, polynômes scindés, polynômes irréductibles, décomposition dans $\mathbb{R}[X]$ et $\mathbb{C}[X]$. Relations entre coefficients et racines d'un polynôme (on n'a pas vraiment insisté là-dessus).

Prévisions pour la semaine suivante : groupes, polynômes.