

TD n°8 : Matrices et systèmes

PTSI B Lycée Eiffel

19 février 2013

Exercice 1

Calculer tous les produits possibles de deux matrices parmi les suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -5 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \text{ et } D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Exercice 2

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer A^2 , A^3 et A^4 . Conjecturer une formule pour A^n , puis prouver cette formule par récurrence.

Exercice 3

Déterminer toutes les matrices $M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ vérifiant $M^2 = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 6 & -5 \end{pmatrix}$. Y a-t-il plus de possibilités dans $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$?

Exercice 4

Résoudre les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x - 2y + 3z = 6 \\ 2x + y - 2z = -2 \\ -x + 3y + z = 8 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y - z = -4 \\ -3x + 3y + 3z = 11 \end{cases}$$

Exercice 5

Résoudre le système suivant, en distinguant des cas selon les valeurs du paramètre m :

$$\begin{cases} (1-m)x + 2y - z = 0 \\ -2x - (3+m)y + 3z = 0 \\ x + y - (2+m)z = 0 \end{cases}$$