

# TD n°4 : Géométrie dans l'espace

PTSI B Lycée Eiffel

13 novembre 2012

## Exercice 1

On considère dans l'espace les points  $A(2, 1, 2)$ ,  $B(1, 1, 3)$ ,  $C(-1, 2, -2)$ ,  $D(3, 0, 8)$  et  $E(2, -2, -4)$ .

1. Calculer  $\overrightarrow{BE} \wedge \overrightarrow{AD}$ .
2. Montrer que  $\overrightarrow{BD}$  et  $\overrightarrow{CE}$  sont orthogonaux.
3. Montrer que  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont coplanaires.
4. Déterminer le volume du solide  $ABCDE$ .

## Exercice 2

On se place dans un cube  $ABCDEFGH$  de côté 1, placé de façon à avoir  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(1, 0, 0)$ ,  $D(0, 1, 0)$  et  $E(0, 0, 1)$ .

1. Déterminer les coordonnées des quatre sommets restants.
2. Déterminer les longueurs des diagonales de face (par exemple  $AC$ ) et des grandes diagonales (par exemple  $AG$ ) du cube.
3. Déterminer la distance de chaque sommet à chaque diagonale de face, et à chaque grande diagonale.
4. Déterminer l'aire des triangles  $AGH$  et  $AFH$ .
5. Déterminer l'angle formé par chaque diagonale de face avec chaque face, et de même pour les grandes diagonales.
6. Déterminer le volume des tétraèdres  $ABFG$ ,  $OF GH$  où  $O$  est le centre du cube et  $AIJO$ , où  $I$  est le milieu de  $[EF]$ , et  $J$  le centre de la face  $(BCF)$ .
7. Montrer que le point  $Z \left( \frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right)$  est le projeté orthogonal commun des trois points  $B$ ,  $D$  et  $E$  sur la diagonale  $(AG)$ . Calculer les angles formés deux à deux par les vecteurs  $\overrightarrow{BZ}$ ,  $\overrightarrow{DZ}$  et  $\overrightarrow{EZ}$ .