

TD n°4 : Géométrie dans l'espace

PTSI B Lycée Eiffel

13 novembre 2012

Exercice 1

On considère dans l'espace les points $A(2, 1, 2)$, $B(1, 1, 3)$, $C(-1, 2, -2)$, $D(3, 0, 8)$ et $E(2, -2, -4)$.

1. Calculer $\overrightarrow{BE} \wedge \overrightarrow{AD}$.
2. Montrer que \overrightarrow{BD} et \overrightarrow{CE} sont orthogonaux.
3. Montrer que A , B , C et D sont coplanaires.
4. Déterminer le volume du solide $ABCDE$.

Exercice 2

On se place dans un cube $ABCDEFGH$ de côté 1, placé de façon à avoir $A(0, 0, 0)$, $B(1, 0, 0)$, $D(0, 1, 0)$ et $E(0, 0, 1)$.

1. Déterminer les coordonnées des quatre sommets restants.
2. Déterminer les longueurs des diagonales de face (par exemple AC) et des grandes diagonales (par exemple AG) du cube.
3. Déterminer la distance de chaque sommet à chaque diagonale de face, et à chaque grande diagonale.
4. Déterminer l'aire des triangles AGH et AFH .
5. Déterminer l'angle formé par chaque diagonale de face avec chaque face, et de même pour les grandes diagonales.
6. Déterminer le volume des tétraèdres $ABFG$, $OF GH$ où O est le centre du cube et $AIJO$, où I est le milieu de $[EF]$, et J le centre de la face (BCF) .
7. Montrer que le point $Z \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right)$ est le projeté orthogonal commun des trois points B , D et E sur la diagonale (AG) . Calculer les angles formés deux à deux par les vecteurs \overrightarrow{BZ} , \overrightarrow{DZ} et \overrightarrow{EZ} .