

FICHE MÉTHODE SUR LES SÉRIES

ECE3 Lycée Carnot

1er février 2012

Cette fiche-méthode n'est **PAS** un résumé du cours. Elle consiste en une liste de petits conseils permettant de repérer plus facilement les méthodes utiles dans des situations classiques, et d'éviter de tomber dans des pièges tout aussi classiques. Elle doit être complétée par une connaissance précise et rigoureuses des énoncés du cours.

CONSEILS

- Ne **JAMAIS** prononcer la phrase fatidique « la série converge car u_n tend vers 0 ». Si besoin, garder toujours en tête l'exemple de la série harmonique $\sum \frac{1}{n}$, qui diverge.
- Quand on vous demande de déterminer la nature d'une série, le premier réflexe est l'équivalent, en n'oubliant pas de préciser que la série est positive. Par exemple « u_n est positif et équivalent à $\frac{3}{n^2}$, qui correspond à une série de Riemann convergente, donc $\sum u_n$ converge » démontre rapidement et efficacement une convergence de série.
- Ne pas confondre les séries géométriques (où la base est fixée et l'exposant variable) et les séries de Riemann, où c'est l'exposant qui est fixé. Savoir par contre repérer l'une ou l'autre efficacement, même s'il y a d'affreuses racines carrées, en n'hésitant pas comme toujours à les écrire comme des puissances $\frac{1}{2}$.
- Pour calculer explicitement la somme d'une série, un équivalent ne sert à rien. Il n'y a à vrai dire que deux façons de faire : soit c'est une série qu'on connaît (repérez les factorielles pour les séries exponentielles!) ; soit non, et dans ce cas il faut calculer la somme partielle (pas de calcul avec des sommes infinies même si vous savez que ça converge, c'est dangereux) puis passer à la limite.
- En particulier, quand on a quelque chose qui ressemble à un polynôme divisé par un polynôme, le « découpage via identification puis télescopage » est une valeur sûre. En cas de présence de trucs plus vilains comme des \ln , commencez quand même par découper, il faut absolument faire apparaître des signes – pour espérer un télescopage.

LES PETITS TRUCS EN PLUS

- Vous venez de calculer une somme de série? Vérifiez si le signe du résultat est crédible! C'est une série à termes positifs? Vérifiez que la somme totale est (nettement) plus grande que le premier terme!
- L'indice de départ de la somme n'est pas qu'un détail, évitez de commencer à $n = 0$ une série qui a un facteur n au dénominateur, par exemple...