Fiche Méthode sur les Matrices

ECE3 Lycée Carnot

20 mai 2012

Cette fiche-méthode n'est **PAS** un résumé du cours. Elle consiste en une liste de petits conseils permettant de repérer plus facilement les méthodes utiles dans des situations classiques, et d'éviter de tomber dans des pièges tout aussi classiques. Elle doit être complétée par une connaissance précise et rigoureuses des énoncés du cours.

Conseils

- Ne pas oublier qu'on ne peut pas multiplier n'importe quelles matrices, et que ce produit n'est pas commutatif. Si vous écrivez AB au lieu de BA, non seulement c'est faux, mais en plus ça risque de ne même pas exister.
- Le binôme de Newton est d'une efficacité redoutable quand la matrice est de la forme $aI+B$, où a est une constante, et B une matrice nilpotente (souvent triangulaire supérieure ou inférieure stricte).
- Dès qu'on a une relation polynomiale annulant une matrice (du genre $M^3-3M^2+M-2I=0$), on peut en déduire l'inverse de la matrice en isolant I dans le membre de droite, et en factorisant par M dans celui de gauche. Attention quand on factorise à écrire $M(M^2-3M+I)$ et pas $M(M^2-3M+1)$, qui n'a aucun sens.
- Quand on utilise le pivot de Gauss, le but est de faire apparaitre des 0 sans en faire disparaitre d'autres. S'il y a déjà des 0 dans la matrice au départ, il peut être utile d'échanger des lignes pour les mettre à un endroit qui nous arrange. Rappelons que la présence de 0 n'empêche pas d'inverser la matrice, c'est sur une matrice triangulaire supérieure (ou inférieure) qu'il ne faut pas de 0 sur la diagonale.

Les petits trucs en plus

- Dès que vous le pouvez, évitez d'écrire les matrices de façon explicite avec leurs coefficients, travaillez plutôt de façon formelle, à part les problèmes de commutativité, les calculs sont similaires à ce qu'on fait avec des réels.
- Une matrice ayant deux lignes ou deux colonnes proportionnelles n'est jamais inversible (ce n'est pas un théorème du cours, mais ça peut vous permettre d'anticiper).
- Personne ne vous empêche de faire le pivot de Gauss « à l'envers », en commençant par mettre des 0 au-dessus de la diagonale, pour finir en-dessous. L'essentiel c'est d'arriver à la matrice identité à la fin.
- Dans les problèmes de chaînes de Markov, la somme des probabilités étant toujours égale à 1, les puissances de la matrice utilisée doivent toujours avoir des colonnes dont la somme des coefficients vaut 1 (mais pas nécessairement sur les lignes).