

TD Info n°18 : corrigé

ECE3 Lycée Carnot

10 mai 2012

Méthode des rectangles

```
PROGRAM rectangles ;
USES wincrt ;
VAR i,n :integer ; s :real ;
BEGIN
WriteLn('Choisissez la valeur de n') ;
ReadLn(n) ;
s :=0 ;
FOR i :=1 TO n DO s :=s+ln(1+i*(exp(1)-1)/n) ;
WriteLn(s/n) ;
END.
```

Méthode des trapèzes

On constate sur un petit schéma qu'on dessine sur l'intervalle $[a_i; a_{i+1}]$ un trapèze dont les côtés parallèles ont pour longueur $f(a_i)$ et $f(a_{i+1})$, et dont la largeur vaut, comme pour les rectangles précédemment, $\frac{b-a}{n}$. On en déduit donc que, via cette méthode, $\int_a^b f(t)dt = \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{i=n-1} \frac{f(a_i) + f(a_{i+1})}{2} =$

$$\frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a)}{2} + \sum_{i=1}^{i=n-1} f(a_i) + \frac{f(b)}{2} \right).$$

```
PROGRAM trapezes ;
USES wincrt ;
VAR i,n :integer ; s :real ;
BEGIN
WriteLn('Choisissez la valeur de n') ;
ReadLn(n) ;
s :=0 ;
FOR i :=1 TO n-1 DO s :=s+ln(1+i*(exp(1)-1)/n) ;
s :=s+1/2 ;
WriteLn(s/n) ;
END.
```

Méthode de Simpson

```
PROGRAM Simpson ;
USES wincrt ;
VAR i,n :integer ; s :real ;
BEGIN
```

```

WriteLn('Choisissez la valeur de n');
ReadLn(n);
s :=0;
FOR i :=0 TO n-1 DO s :=s+ln(1+i*(exp(1)-1)/n)+ln(1+(i+1)*(exp(1)-1)/n)+4*ln(1+(2*i*(exp(1)-1)+1)/(2*n));
WriteLn(s/(6*n));
END.

```

Il suffit de vérifier que ça marche sur un intervalle, c'est-à-dire de prouver que $6 \int_a^b x^2 = (b - a) \left(a^2 + b^2 + 4 \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 \right) = (b-a)(a^2 + b^2 + a^2 + 2ab + b^2) = 2(b-a)(a^2 + b^2 + ab) = 2(ba^2 + b^3 + ab^2 - a^3 - ab^2 - a^2b) = 2(b^3 - a^3)$. En effet, $6 \int_a^b x^2 dx = 6 \left[\frac{x^3}{3} \right]_a^b = 2(b^3 - a^3)$. On peut ensuite découper en n morceaux si on le souhaite, chacun des morceaux d'intégrale sera égal à chaque morceau de somme.