NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°7

ECE3 Lycée Carnot

16 mai 2012

Tous les calculs doivent apparaitre sur la feuille.

1. $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{x}}\ dx = \int_1^2 x^{-\frac{3}{2}}\ dx = \left[-2x^{-\frac{1}{2}}\right]_1^2 = \left[-\frac{2}{\sqrt{x}}\right]_1^2 = -\frac{2}{\sqrt{2}} + 2 = 2 - \sqrt{2}$.
2. $\displaystyle\int_2^4 \frac{t}{t^2-1}\ dt = \left[\frac{1}{2}\ln(t^2-1)\right]_2^4 = \frac{1}{2}(\ln(15) - \ln(3)) = \ln(\sqrt{5})$.
3. $\displaystyle\int_0^1 (x-1)e^x\ dx$. On peut effectuer une IPP en posant $u(x) = x-1$, soit $u'(x) = 1$; et $v'(x) = v(x) = e^x$, ce qui donne $\displaystyle[(x-1)e^x]_0^1 - \int_0^1 e^x\ dx = 1 - [e^x]_0^1 = 1 - (e-1) = 2 - e$ (on tombe sur une valeur négative, ce qui est normal puisque $x - 1 \leqslant 0$ sur $[0;1]$).
4. $\displaystyle\int_1^e (\ln(t))^2\ dt$. Faisons une IPP intelligente en posant $u(t) = (\ln(t))^2$, soit $u'(t) = \dfrac{2\ln(t)}{t}$; et $v'(t) = 1$, soit $v(t) = t$. on obtient alors $\displaystyle[t(\ln(t))^2]_1^e - \int_1^e 2\ln(t)\ dt = e - 2[t\ln(t) - t]_1^e = e - 2(0+1) = e - 2$. Notons qu'on peut aussi faire une IPP pas intelligente du tout en posant $u(t) = \ln(t)$, soit $u'(t) = \dfrac{1}{t}$; et $v'(t) = \ln(t)$, soit $v(t) = t\ln(t) - t$, ce qui donne $\displaystyle[\ln(t)(t\ln(t) - t)]_1^e - \int_1^e \ln(t) - 1\ dt = 0 - [t\ln(t) - 2t]_1^e = -(e - 2e + 2) = e - 2$.
5. $\displaystyle\int_1^{\ln(3)} \frac{e^{2x}}{e^x - 1}\ dx$. Posons donc $u = e^x - 1$, ce qui donne $du = e^x\ dx$, et transforme les bornes en $e^1 - 1 = e_1$ et $e^{\ln 3} - 1 = 2$. On obtient alors $\displaystyle\int_1^{\ln(3)} \frac{e^x}{e^x-1} \times e^x\ dx = \int_{e-1}^2 \frac{u+1}{u}\ du = \int_{e-1}^2 1 + \frac{1}{u}\ du = [u + \ln(u)]_{e-1}^2 = 2 + \ln(2) - (e-1) - \ln(e-1) = 3 - e + \ln\frac{2}{e-1}$.