

NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°6

ECE3 Lycée Carnot

4 avril 2012

Tous les calculs doivent apparaître sur la feuille.

1. On note f la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{1}{2}x - 1\right) + 4$. Étudier les variations de f , puis majorer $|f'|$ sur l'intervalle $[4; +\infty[$.

On définit ensuite une suite (u_n) par $u_0 \geq 4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$. Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \geq 4$, puis prouver que $|u_{n+1} - 4| \leq \frac{1}{2}|u_n - 4|$, et en déduire que $|u_n - 4| \leq \frac{1}{2^n}|u_0 - 4|$. Déterminer enfin la limite de la suite (u_n) .

2. Dans une urne se trouvent trois boules vertes et deux boules rouges. On tire successivement avec remise trois boules dans l'urne et on note X le nombre de boules rouges obtenues. Déterminer les valeurs prises par X , puis prouver que $P(X = 1) = \frac{54}{125}$. Donner ensuite la loi complète de X , et calculer son espérance et sa variance.