NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°4

ECE3 Lycée Carnot

24 novembre 2011

Tous les calculs doivent apparaitre sur la feuille.

1. Rappeler la définition des suites adjacentes, ainsi que le principal théorème qui leur est attaché.

2. Donner un équivalent simple de $u_n = \dfrac{3\sqrt{n} + 2\ln n}{e^{-n} + 6n + 1}$, et de $v_n = \dfrac{\sqrt{n^6 + n^4 + n^2}}{e^{n^2+3}} \ln\left(\dfrac{n^3+2}{n^3}\right)$.

3. On définit une suite (u_n) par l'équation $u_n = \ln\left(\dfrac{n}{n+1}\right)$ (lorsque $n \geqslant 1$). Déterminer le signe de u_n, puis la monotonie de la suite, et enfin sa limite. On pose ensuite $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} u_k$. Calculer S_n et déterminer la limite éventuelle de la suite (S_n).

4. Soit (u_n) une suite telle que $u_0 \in]0;1[$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n(1 - u_n)$.
   - Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \in]0;1[$.
   - Déterminer la monotonie de la suite. En déduire sa convergence.
   - En passant à la limite dans la relation de récurrence définissant (u_n), déterminer la limite de la suite.