NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°2

ECE3 Lycée Carnot

28 septembre 2011

Tous les calculs doivent apparaitre sur la feuille.

1. Rappeler la définition de la partie entière d'un nombre réel, ainsi que l'allure de sa fonction représentative

   Je vous laisse retrouver tout cela dans le cours.

2. Résoudre l'équation $|3x-1| = |x+2|$.

   Une classique égalité de valeurs absolues. On a soit $3x-1 = x+2$, ce qui donne $x = \frac{3}{2}$; soit $3x-1 = -x-2$, ce qui donne $x = -\frac{1}{4}$, d'où $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right\}$.

3. Résoudre l'équation $\ln(x-3) = \ln 3 + 2\ln 2 - \ln(2x-1)$.

   On commence par signaler que l'équation n'est définie que pour $x \geq 3$. Ensuite, on peut l'écrire sous la forme $\ln((x-3)(2x-1)) = \ln(3 \times 4)$, soit $2x^2 - 7x + 3 = 12$, ou encore $2x^2 - 7x - 9 = 0$. Cette équation du second degré a pour discriminant $\Delta = 49 + 72 = 121$, donc admet deux solutions $x_1 = \frac{7+11}{4} = \frac{9}{2}$ et $x_2 + \frac{7-11}{4} = -1$. Finalement, l'équation initiale a pour unique solution $x = \frac{9}{2}$.

4. Déterminer le tableau de variations et tracer une allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto xe^{-2x^2}$.

   Cette fonction est définie sur $\mathbb{R}$, de dérivée $f'(x) = e^{-2x^2} + x \times (-4x)e^{-2x^2} = (1 - 4x^2)e^{-2x^2}$. Le deuxième facteur étant évidemment toujours positif, cette dérivée est du signe de $1-4x^2$, c'est-à-dire positive entre $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$ et négative le reste du temps. De plus, on a $\lim\limits_{x \to \pm\infty} e^{-2x^2} = 0$, dont on déduit en utilisant la croissance comparée que $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$. On peut également remarquer que la fonction f est impaire. Enfin, la valeur du maximum en $\frac{1}{2}$ est $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{e}} \simeq 0,3$ (et celle du minimum est bien sûr opposée par imparité de la fonction). Soit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f(x)$	0	↘	$-\frac{1}{2\sqrt{e}}$	↗	$\frac{1}{2\sqrt{e}}$	↘	0

   Et la courbe correspondante :