

Révisions pour le DS5

ECE3 Lycée Carnot

7 février 2012

Dans tout cet exercice, on considère la fonction f définie par $f(x) = \ln(e^x - e^{-x})$.

1. Étude de la fonction f .

- (a) Déterminer le domaine de définition de f .
- (b) Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$, et étudier la branche infinie de f en $+\infty$.
- (c) Déterminer la position de la courbe représentative de f par rapport à la droite d'équation $y = x$.
- (d) Étudier les variations de f , puis tracer sa courbe en tenant compte de tous les calculs effectués dans cette première partie.

2. On s'intéresse désormais, pour un entier $n \in \mathbb{N}$, à l'équation $f(x) = n$.

- (a) Montrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$, cette équation admet une unique solution, que l'on notera u_n .
- (b) Déterminer la monotonie de la suite (u_n) .
- (c) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$.

3. Comportement asymptotique de (u_n) .

- (a) Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - n = 0$ (on pourra réutiliser les calculs effectués au moment de l'étude des branches infinies), et déterminer un équivalent simple de $u_n - n$.
- (b) En revenant à sa définition, déterminer une valeur explicite de u_n .