

# Révisions pour le DS5

ECE3 Lycée Carnot

7 février 2012

Dans tout cet exercice, on considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \ln(e^x - e^{-x})$ .

1. Étude de la fonction  $f$ .

- (a) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- (b) Déterminer les limites de  $f$  en 0 et  $+\infty$ , et étudier la branche infinie de  $f$  en  $+\infty$ .
- (c) Déterminer la position de la courbe représentative de  $f$  par rapport à la droite d'équation  $y = x$ .
- (d) Étudier les variations de  $f$ , puis tracer sa courbe en tenant compte de tous les calculs effectués dans cette première partie.

2. On s'intéresse désormais, pour un entier  $n \in \mathbb{N}$ , à l'équation  $f(x) = n$ .

- (a) Montrer que,  $\forall n \in \mathbb{N}$ , cette équation admet une unique solution, que l'on notera  $u_n$ .
- (b) Déterminer la monotonie de la suite  $(u_n)$ .
- (c) Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$ .

3. Comportement asymptotique de  $(u_n)$ .

- (a) Montrer que  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n - n = 0$  (on pourra réutiliser les calculs effectués au moment de l'étude des branches infinies), et déterminer un équivalent simple de  $u_n - n$ .
- (b) En revenant à sa définition, déterminer une valeur explicite de  $u_n$ .