

Révisions DS1

ECE3 Lycée Carnot

4 octobre 2011

Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $x^4 + x^2 - 20 = 0$
2. $\ln(x + 2) - \ln(2x - 6) \leq \ln 2$
3. $|2x - 1| + |4 - x| = 5$
4. $\frac{-x^3 - 2x^2 - 5}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \geq -1$

Exercice 2

Soit h la fonction définie par $h(x) = \ln(x^2 - 4)$.

1. Déterminer le domaine de définition de h .
2. Étudier la parité de h .
3. Déterminer, sans calculer sa dérivée, les variations de la fonction h .
4. Résoudre l'équation $h(x) = 0$.

Exercice 3

Dans tout cet exercice, on cherche à étudier la fonction f définie par l'équation $f(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Étudier la parité de f .
3. Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \frac{e^x(1 - e^x)}{(1 + e^x)^3}$, et dresser le tableau de variations de la fonction f .
5. Calculer l'équation de la tangente à la courbe représentative de f en son point d'abscisse $\ln 2$.
6. Démontrer que $\forall x \in [0, +\infty[$, $-\frac{1}{3} \leq f'(x) \leq 0$.
7. Montrer à l'aide de la question précédente que $\forall x \in [0, +\infty[$, $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} \leq f(x)$.
8. Tracer dans un même repère la droite d'équation $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$, et la courbe représentative de la fonction f .

Exercice 4

Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = |-x^2 - x + 2| + |x - 3|$.

1. Écrire $g(x)$ sans utiliser de valeur absolue, en distinguant des cas selon la valeur de x .
2. Étudier les variations de la fonction g .
3. Tracer une allure de la courbe représentative de la fonction g .
4. Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation $g(x) = 2$.