

# Révisions DS1

ECE3 Lycée Carnot

4 octobre 2011

## Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1.  $x^4 + x^2 - 20 = 0$
2.  $\ln(x + 2) - \ln(2x - 6) \leq \ln 2$
3.  $|2x - 1| + |4 - x| = 5$
4.  $\frac{-x^3 - 2x^2 - 5}{x^3 + 2x^2 - 5x - 6} \geq -1$

## Exercice 2

Soit  $h$  la fonction définie par  $h(x) = \ln(x^2 - 4)$ .

1. Déterminer le domaine de définition de  $h$ .
2. Étudier la parité de  $h$ .
3. Déterminer, sans calculer sa dérivée, les variations de la fonction  $h$ .
4. Résoudre l'équation  $h(x) = 0$ .

## Exercice 3

Dans tout cet exercice, on cherche à étudier la fonction  $f$  définie par l'équation  $f(x) = \frac{e^x}{(1 + e^x)^2}$ .

1. Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
2. Étudier la parité de  $f$ .
3. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition.
4. Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f'(x) = \frac{e^x(1 - e^x)}{(1 + e^x)^3}$ , et dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
5. Calculer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  en son point d'abscisse  $\ln 2$ .
6. Démontrer que  $\forall x \in [0, +\infty[$ ,  $-\frac{1}{3} \leq f'(x) \leq 0$ .
7. Montrer à l'aide de la question précédente que  $\forall x \in [0, +\infty[$ ,  $-\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} \leq f(x)$ .
8. Tracer dans un même repère la droite d'équation  $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}$ , et la courbe représentative de la fonction  $f$ .

## Exercice 4

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = |-x^2 - x + 2| + |x - 3|$ .

1. Écrire  $g(x)$  sans utiliser de valeur absolue, en distinguant des cas selon la valeur de  $x$ .
2. Étudier les variations de la fonction  $g$ .
3. Tracer une allure de la courbe représentative de la fonction  $g$ .
4. Résoudre graphiquement puis par le calcul l'équation  $g(x) = 2$ .