

Devoir Maison n°3 : quelques pistes

ECE3 Lycée Carnot

3 décembre 2011

Exercice

Pour cet exercice, je vous donne les résultats bruts, sans préciser comment je les ai obtenus. Il y a au total **19 683 coloriations possibles**.

1. La case centrale de la grille est bleue : **6 561 coloriations**.
2. Chaque ligne contient trois cases de la même couleur : **27 coloriations**.
3. Chaque ligne contient trois cases de couleurs différentes : **216 coloriations**.
4. Aucune case de la grille n'est rouge : **512 coloriations**.
5. La grille contient deux cases vertes, quatre rouges et trois bleues : **1 260 coloriations**.
6. Les quatre coins de la grille sont de la même couleur : **729 coloriations**.
7. Il y a au moins sept cases bleues dans la grille : **163 coloriations**.
8. Avec l'énoncé initialement souhaité, aucune des huit cases du bord n'est de la même couleur que celle du centre : **768 coloriations**.
9. Si une case bleue n'est pas sur la dernière ligne, il y a nécessairement une case verte en dessous : **4 913 coloriations**.

Problème

Première partie :

1. On pense évidemment à la récurrence.
2. J'espère que cette question ne pose pas de problème.
3. C'est très facile si vous observez bien les relations de récurrence définissant les deux suites (pas besoin de faire une récurrence ici).
4. Encore un calcul direct, il faut jongler avec les relations de récurrence sans tourner en rond. .
5. C'est une suite d'un type que vous maîtrisez bien, les calculs font intervenir des $\sqrt{2}$ mais ne devraient pas être ignobles.
6. Il est évidemment inutile de refaire tous les calculs quand la relation est la même, juste un nouveau système à résoudre.
7. La formule est moche ? C'est normal. Un petit équivalent en haut et en bas, et on tombe sur une limite qui ne devrait pas vous surprendre si vous avez lu l'introduction au problème.

Deuxième partie :

1. Du calcul idiot.
2. Une petite récurrence.
3. Encore une fois, notre ami $\sqrt{2}$ va jouer un rôle.

4. Vous vous souvenez de ce que j'ai dit pour la question précédente ?
5. Découle du calcul précédent.
6. Ce n'est pas vraiment du calcul sur les suites, mais plutôt de l'exploitation de calculs sur la fonction f .
7. Vous pouvez calculer $2v_n(v_{n+1} - \sqrt{2})$, c'est plus facile à rédiger.
8. C'est une récurrence pas si méchante si on pense bien à utiliser l'hypothèse de récurrence et le résultat de la question d'avant.
9. Ca, normalement ce n'est pas très dur (et encore une fois, vous devriez avoir deviné la limite depuis longtemps).

Troisième partie :

1. Non, pas d'indice pour ça !
2. Ce calcul-là est vraiment astucieux, mais le résultat étant donné, vous pouvez toujours avancer.
3. Remplacer numérateur et dénominateur par les formules obtenues plus haut, ça ne se simplifie pas énormément, c'est normal.
4. Ca devrait découler sans problème de la relation précédente.
5. C'est loin d'être évident à rédiger proprement, même si le résultat devrait sembler évident.
6. C'est juste de l'interprétation, essayez de voir ça en terme de négligeabilité et de comprendre ce que ça signifie. Normalement, ça devrait coller avec la constatation de la première question de la troisième partie.