

TD 15 : corrigé

ECE3 Lycée Carnot

1er avril 2011

Exercice 1

```
1. PROGRAM termes ;
  USES wincrt ;
  VAR u : real ; i,n : integer ;
  BEGIN
  WriteLn('Choisir la valeur de n') ;
  ReadLn(n) ;
  u := 0 ;
  FOR i := 1 TO n DO
  BEGIN
  u := u+(2-u*u)/4 ;
  WriteLn('u',i,'=',u) ;
  END ;
  END.
```

```
2. PROGRAM approx ;
  USES wincrt ;
  VAR u,e : real ; n : integer ;
  BEGIN
  WriteLn('Choisir epsilon') ;
  ReadLn(e) ;
  u := 0 ; n := 0 ;
  REPEAT u := u+(2-u*u)/4 ;
  n := n+1 ;
  UNTIL abs(u-sqrt(2)) < e ;
  WriteLn(n) ;
  END.
```

On obtient ainsi $n = 19$ pour $\varepsilon = 10^{-9}$, ce qui est sensiblement moins qu'avec la majoration donnée par l'IAF.

```
3. PROGRAM quotient ;
  USES wincrt ;
  VAR u,v : real ; i,n : integer ;
  BEGIN
  WriteLn('Choisir la valeur de n') ;
  ReadLn(n) ;
  u := 0 ; v := 2 ;
  FOR i := 1 TO n DO
```

```

BEGIN
u := v;
v := u+(2-u*u)/4;
WriteLn((v-sqrt(2))/(u-sqrt(2)));
END;
END.

```

4. Il semble que la suite se rapproche d'environ 0.29 (du moins tant que Pascal arrive à en calculer les termes sans bugger). Et en effet, on sait que $\frac{u_{n+1} - \sqrt{2}}{u_n - \sqrt{2}} = \frac{f(u_n) - f(\sqrt{2})}{u_n - \sqrt{2}}$, où $f(x) = x + 2 - \frac{1}{4}x^2$. On reconnaît un taux d'accroissement : comme u_n converge vers $\sqrt{2}$, le quotient converge donc vers $f'(\sqrt{2})$. On a $f'(x) = 1 - \frac{1}{2}x$, donc $f'(\sqrt{2}) = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, ce qui correspond bien à la valeur observée.

Exercice 2

```

PROGRAM approx1;
USES wincrt;
VAR u,v,e : real;
BEGIN
WriteLn('Choisir epsilon');
ReadLn(e);
v := 0;
REPEAT
u := 0; v := u/(exp(u)-1);
UNTIL abs(v-u)<e;
WriteLn(v);
END.

```

```

PROGRAM approx2;
USES wincrt;
VAR u,a,e : real;
BEGIN
WriteLn('Choisir epsilon');
ReadLn(e);
u := 0; a := 1;
REPEAT
u := u/(exp(u)-1); a := a/2;
UNTIL a<e;
WriteLn(u);
END.

```