NOM :
Prénom :

Interrogation Écrite n°5 : corrigé

ECE3 Lycée Carnot

4 mars 2011

1. Compléter le tableau suivant :

	$X(\Omega)$	$P(X=k)$	$E(X)$	$V(X)$
$\mathcal{U}(n)$	$\{1;2;\dots;n\}$	$\dfrac{1}{n}$	$\dfrac{n+1}{2}$	$\dfrac{n^2-1}{12}$
$\mathcal{B}(n;p)$	$\{0;1;\dots;n\}$	$\dbinom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	np	$np(1-p)$
$\mathcal{H}(N;n;p)$	$\{\max(0;n-Nq);1\dots;\min(n,Np)\}$	$\dfrac{\binom{Np}{k}\binom{Nq}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	np	$np(1-p)\dfrac{N-n}{N-1}$

2. (a) La variable X suit une loi binômiale de paramètre $\left(4;\dfrac{1}{3}\right)$. On a donc $E(X)=\dfrac{4}{3}$ et $V(X)=4\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{9}$.

   (b) On a $P(Y=0)=\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\dfrac{16}{81}$.

   (c) À l'aide d'une application répétée de la formule des probabilités composées, on obtient $P(Y=1)=\dfrac{1}{3}$; $P(Y=2)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}$; puis $P(Y=3)=\dfrac{4}{27}$ et enfin $P(Y=4)=\dfrac{8}{81}$.

   (d) Si on sait que le premier succès intervient au troisième candidat, on aura $X=2$ si (et seulement si) on a un succès pour le quatrième candidat, $P_{Y=3}(X=2)=\dfrac{1}{3}$. Par ailleurs, on sait (définition d'une loi binômiale) que $P(X=2)=\dbinom{4}{2}\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2=6\times\dfrac{1}{9}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{8}{27}$. Les deux résultats étant différents, les évènements ne sont pas indépendants.

   (e) On a vu plus haut que la probabilité d'un jour sans succès était de $\dfrac{16}{81}$. Si on répète cette expérience sur 5 jours, la variable Z va suivre une loi binômiale de paramètre $\left(5;\dfrac{16}{81}\right)$. En particulier, son espérance est très proche de 1. On a donc en moyenne quasiment un jour par semaine où tout le monde rate le permis.