

Feuille d'exercices n°11 : systèmes

ECE3 Lycée Carnot

9 décembre 2009

Exercice 1 (**)

Résoudre les systèmes suivantes :

$$1. \begin{cases} x - 2y + 5z = 13 \\ 2x + 4y - 5z = -12 \\ 3x - 2y - z = 3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2y - z = 1 \\ -2x - 4y + 3z = -1 \\ x + y - 3z = -6 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x + y + z + t = 2 \\ 2x + y + z + t = 1 \\ x + 2y + 2z = 2 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x + 2y + 3z - 2t = 6 \\ 2x - y - 2z - 3t = 8 \\ 3x + 2y - z + 2t = 4 \\ 2x - 3y + 2z + t = -8 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ -x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x + 2y - z = a \\ -2x - 3y + 3z = b \\ x + y - 2z = c \end{cases}$$

Pour ce dernier système, déterminer le nombre de solutions selon les valeurs de a , b et c , et exprimer en fonction de a , b et c la solution lorsqu'elle est unique.

Exercice 2 (***)

Soit P un polynôme de degré 3 vérifiant $P(1) = P(-1) = P'(1) = 1$. Un tel polynôme existe-t-il ? est-il unique ?

Même question avec un polynôme de degré 4 tel que $P(i) = i$ pour $i = 0, i = 1, i = 2, i = 3$ et $i = 4$.

Exercice 3 (**)

Quelques élèves imaginaires ont obtenu les notes et le total de points suivants à un concours. Retrouver le coefficient de chaque matière :

| | <i>Maths</i> | <i>Langues</i> | <i>Français</i> | <i>AEHSC</i> | <i>Total</i> |
|------------|--------------|----------------|-----------------|--------------|--------------|
| Aristide | 0 | 10 | 20 | 10 | 310 |
| Bernadette | 10 | 10 | 10 | 10 | 300 |
| Célian | 0 | 10 | 10 | 20 | 290 |
| Daphné | 0 | 20 | 10 | 10 | 280 |
| Eusèbe | 20 | 5 | 5 | 5 | 270 |

Exercice 4 (***)

Résoudre les systèmes suivants, en distinguant des cas selon la valeur du paramètre m :

$$\begin{aligned} 1. & \begin{cases} (1-m)x + 2y - z = 0 \\ -2x - (3+m)y + 3z = 0 \\ x + y - (2+m)z = 0 \end{cases} \\ 2. & \begin{cases} 2mx + (m-1)y + (5-m)z = 0 \\ (m-1)x + 2my + (m+7)z = 0 \end{cases} \\ 3. & \begin{cases} mx + 2y + 3z = 3 \\ (m-1)x + my + z = 1 \\ (m+1)x + my + (m-1)z = m-1 \end{cases} \end{aligned}$$

Exercice 5 (***)

Pour les courageux, résoudre le magnifique système suivant (les valeurs obtenues ne doivent pas être horribles) :

$$\begin{cases} x - y + 2z + 3t + w = 3 \\ x + y + 2z + 7t + 3w = 19 \\ -x + 4y - 5z + 12t - 4w = 33 \\ 2x - 4y + 5z + t = -12 \\ 4x - 3y + 4z + 11t + 9w = 15 \end{cases}$$