

Brainstorm n°5 : Paradoxes probabilistes

ECE3 Lycée Carnot

compte-rendu le 5 février 2010

Bizarre, vous avez dit bizarre ?

Les probas, ce n'est pas toujours aussi intuitif qu'on ne le voudrait. Je ne vais pas vous râbacher une fois de plus le fameux paradoxe des anniversaires, mais voici une petite liste de problèmes amusants (enfin, j'espère) dont la conclusion n'est pas évidente à deviner :

1. Une famille a deux enfants. Chaque enfant a une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être une fille et les deux probabilités sont indépendantes. Quelle est la probabilité que les deux enfants soient des filles (facile) ? Si on sait que l'aîné des deux enfants est une fille, quelle est désormais la probabilité que les deux enfants soient des filles (facile aussi) ? Et si on sait qu'au moins un des deux enfants est une fille (moins évident) ?
2. Dans un jeu télévisé, un candidat doit choisir entre trois portes, l'une d'entre elles cachant un prix fabuleux : une intégration à HEC sans passer le concours. Une fois que le candidat a fait son choix, le présentateur du jeu élimine une des deux portes qui ne contenaient pas le prix (et qui n'est pas celle choisie par le candidat), et laisse au candidat la possibilité de reconsidérer son choix entre les deux portes restantes. A-t-il intérêt à changer d'avis ?
3. Deux enveloppes sont posées devant vous, et vous savez que chacune contient une certaine somme, mais que l'une des deux contient deux fois plus d'argent que l'autre. Vous devez choisir une des deux enveloppes. Imaginez que vous preniez l'enveloppe 1 et que ayez 50 euros à l'intérieur (peu importe la somme, ça ne change rien) Que pensez-vous du raisonnement suivant : « Il y a une chance sur deux que l'enveloppe 2 contienne 25 euros, et une chance sur deux qu'elle contienne 100 euros. En moyenne, il y a donc $\frac{100 + 25}{2} = 62.5$ euros dans l'enveloppe 2. Il y a donc plus d'argent en moyenne dans l'enveloppe 2 que dans la 1 ». Pourtant, le même raisonnement peut être fait dans l'autre sens. Où est le bug ?
4. Pour finir, pas vraiment un paradoxe, mais un exercice grotesque. Pour vos vacances, vous décidez d'aller passer deux semaines sans emporter vos cours de maths sur une île paradisiaque qui n'a qu'un défaut : elle n'est desservie que par une seule compagnie aérienne, dont les avions ont le mauvais goût de ne pas être très fiables. Plus précisément, chaque moteur de chacun de leurs avions a une certaine probabilité p de tomber en panne en cours de vol (les pannes étant indépendantes d'un moteur à l'autre). Sachant que votre avion s'écrasera irrémédiablement si la moitié (au moins) de ses moteurs tombe en panne en cours de vol, préférez-vous emprunter un avion à deux moteurs ou à quatre moteurs ?