

TD 11 : Sujets de concours

ECE3 Lycée Carnot

6 avril 2010

Le concept de ce TD est très simple : une compilation des questions de Pascal posées aux épreuves de concours ECE en 2009. Comme vous allez le voir, on sait déjà à peu près tout faire :

HEC 2009

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$. On demande tout d'abord de compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie la valeur de u_n :

```
Function f(n : integer) : integer ;
var temp,u,v,k : integer ;
Begin
u := 0 ; v := 1 ;
for k := 1 to n-1 do
  Begin ;
  temp := _____ ; v := _____ ; u := _____ ;
  end ;
f := _____ ;
end ;
```

Je vous donne toute la fin de l'exercice, nécessaire pour comprendre la deuxième question de Pascal :

1. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On dit que n admet une Z -décomposition s'il existe un entier $r \in \mathbb{N}^*$ tel que l'on puisse écrire $n = u_{k_1} + \dots + u_{k_r}$, où les k_i sont des entiers supérieurs ou égaux à 2 et vérifiant $k_{i+1} - k_i \geq 2$. Montrer que 37 et 272 admettent une Z -décomposition.
2. Soit n admettant une Z -décomposition $n = u_{k_1} + \dots + u_{k_r}$. Montrer par récurrence sur r que $n < u_{k_r+1}$. En déduire l'unicité de r .
3. Montrer que, $\forall p \geq 2$, tout entier vérifiant $1 \leq n \leq u_p$ admet une unique Z -décomposition.
4. On suppose qu'on a définie en Pascal une constante **p** et un type **tab** de la façon suivante :
const := 20 ; type tab=array[2..20] of integer ;
On suppose également que l'on a défini une variable **u** de type **tab** telle que, $\forall k \in \{2; 3; \dots; p\}$, $u[k]$ contient la valeur de u_k . On se donne un entier n vérifiant $1 \leq n \leq u_p$. Écrire un programme Z renvoyant un tableau dont la case numéro k contient la valeur de u_{k_i} si k est l'un des entiers k_i apparaissant dans la Z -décomposition de n , et 0 sinon.

EMLyon 2009

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{e^{u_n} - 1}$. Cette suite converge vers un réel α et vérifie $|u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}(1 - \alpha)$ (inégalité donnée par l'énoncé).

L'unique question de Pascal demande d'écrire un programme calculant et affichant la plus petite valeur de n tel que $|u_n - \alpha| < 10^{-9}$.

EDHEC 2009

La variable aléatoire X suit une loi géométrique de paramètre p (cela correspond par exemple au temps d'attente du premier pile avec une pièce déséquilibrée), la variable T est égale à X si X est pair, à $\frac{1+X}{2}$ sinon. La question de Pascal demande de compléter le programme suivant pour qu'il simule les lois de X et de T :

```
Program edhec2009 ;
Var x,t,lancer : integer ;
Begin
  Randomize ; x := 0 ;
  Repeat lancer := random ; x := _____ ; until (lancer <= p) ;
  If (x mod 2=0) then _____ else _____ ;
  WriteLn(t) ;
End.
```

Ecricome 2009

On définit l'application φ sur \mathbb{R}_+^* par $\varphi(x) = 2 \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{x}$. Cette fonction s'annule deux fois sur $]0; +\infty[$ pour des valeurs α et β vérifiant $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2} < \beta$. Écrire un programme Pascal permettant d'encadrer α dans un intervalle d'amplitude 10^{-2} .

ESC 2009

La suite (u_n) est définie par $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n^4 + 1}{4}$. La question de Pascal demande d'écrire un programme demandant une valeur de n et affichant la valeur de u_n (les questions de maths de ce même sujet sont à peu près du même niveau de difficulté que la question d'info...).