

# Interrogation Écrite n°4 : corrigé

ECE3 Lycée Carnot

11 décembre 2009

1.

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y - z = -1 \\ \quad 2y + z = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_1 + L_2 \\ L_3 \leftarrow L_1 - L_3 \end{array}$$

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

On obtient donc  $x = 1$  (deuxième équation), puis  $y = x = 1$  (troisième équation) et enfin  $z = 3 - x - y = 1$  (première équation), d'où  $\mathcal{S} = \{1; 1; 1\}$ .

2.

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ x - y + 2z = 1 \end{cases} \quad L_2 \leftarrow L_1 - 2L_2$$

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 4 \\ -y - 3z = 2 \end{cases}$$

On ne peut pas faire mieux, on obtient donc  $y = -3z - 2$ , puis  $x = \frac{1}{2}(4 + 3y - z) = 2 - \frac{9}{2}z - 3 - \frac{1}{2}z = -1 - 5z$ , d'où  $\mathcal{S} = \{(-1 - 5z, -3z - 2, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$

3.

$$\begin{cases} x + 2y + t = -1 \\ -x + y + 4z + t = 11 \\ 2x - 2z - t = -9 \\ 3x - y - 4z + 2t = -12 \end{cases} \quad \begin{array}{l} L_1 \leftarrow 2L_2 - L_1 \\ L_4 \leftarrow L_2 + L_4 \end{array}$$

$$\begin{cases} -3x + 8z + t = 23 \\ -x + y + 4z + t = 11 \\ 2x - 2z - t = -9 \\ 2x + 3t = -1 \end{cases} \quad L_3 \leftarrow L_1 + 4L_3$$

$$\begin{cases} -3x + 8z + t = 23 \\ -x + y + 4z + t = 11 \\ 5x - 3t = -13 \\ 2x + 3t = -1 \end{cases} \quad L_3 \leftarrow L_3 + L_4$$

$$\begin{cases} -3x + 8z + t = 23 \\ -x + y + 4z + t = 11 \\ 7x = -14 \\ 2x + 3t = -1 \end{cases}$$

L'algorithme de Gauss n'a pas été appliqué dans un ordre très standard, mais on a bien obtenu un système triangulaire, qui nous donne  $x = -2$ , puis  $3t = -1 + 4 = 3$ , donc  $t = 1$ ;  $8z = 23 - 1 - 6 = 16$ , soit  $z = 2$ ; et enfin  $y = 11 - 1 - 8 - 2 = 0$ , soit  $\mathcal{S} = \{(-2; 0; 2; 1)\}$ .