

Interrogation Écrite n°1 : corrigé

ECE3 Lycée Carnot

15 septembre 2009

1. Donner la négation de la phrase « Il a plu tous les jours de juillet en Bretagne ».

Il y a (au moins) un jour en juillet où il n'a pas plu en Bretagne.

2. Quelle est la contraposée de la phrase « Il pleut donc mon jardin est mouillé » ?

Mon jardin est sec donc il ne pleut pas.

3. Quel est le domaine de définition de la fonction définie par $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{3-x}\right)$?

La fonction f est définie si $\frac{x+2}{3-x} > 0$ donc $\mathcal{D}_f =]-2; 3[$ (un petit tableau de signe si nécessaire pour se convaincre).

4. Étudier (sans calcul de dérivée) les variations de la fonction $g : x \mapsto (\ln x - 3)^2$.

La fonction g peut s'écrire sous la forme $g = h \circ k$, où $k : x \mapsto \ln x - 3$ est strictement croissante sur son domaine de définition \mathbb{R}_+^* , et $h : x \mapsto x^2$ est décroissante sur \mathbb{R}_- et croissante sur \mathbb{R}_+ . Comme $k(x) \geq 0 \Leftrightarrow \ln x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq e^3$, on peut en déduire via le théorème sur les variations des fonctions composées que g est strictement décroissante sur $]0; e^3]$ et strictement croissante sur $[e^3; +\infty[$.

5. Résoudre l'équation $e^{2x} + 3e^x = 4$.

Posons $X = e^x$, on a alors $X^2 + 3X - 4 = 0$. Ce trinôme a pour discriminant $\Delta = 9 + 16 = 25$, et admet donc deux racines $X_1 = \frac{-3+5}{2} = 1$ et $X_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$. Comme $X > 0$ par définition, on ne garde que la première solution, ce qui nous donne pour unique solution à l'équation initiale $x = \ln 1 = 0$, donc $\mathcal{S} = \{0\}$