

# Tronc Commun Maple

## Opérations sur les matrices

Sujet

25 novembre 2005

### 1 Somme matricielle

1. Donner en Maple une procédure `somme_matricielle` qui calcule la somme de deux matrices **A** et **B**.
2. Rappeller la commande qui permet d'effectuer directement une telle addition.

### 2 Produit matriciel

1. Donner en Maple une procédure `produit_matriciel` qui calcule le produit de deux matrices d'entiers **A** et **B**.
2. Quelle est la complexité (en nombre d'opérations sur des entiers) d'une telle opération?
3. Rappeller la commande qui permet d'effectuer directement un tel produit.

### 3 Calcul de déterminant

#### 3.1 Méthode naïve : le développement par rapport à une ligne (ou une colonne)

1. Donner en Maple une procédure `extrait` qui prend en argument une matrice  $A \in \mathcal{M}_n$ , et deux entiers  $i, j$  appartenant à  $[[1, n]]$ , et renvoie la matrice  $A$  privée de sa ligne  $i$  et de sa colonne  $j$ , appartenant à  $\mathcal{M}_{n-1}$ . En déduire une procédure récursive `determinant_developpement` qui calcule le déterminant d'une matrice carrée en développant par rapport à une ligne ou une colonne.
2. Tester le programme précédent sur une matrice de taille respectable. Quelle est la complexité de cet algorithme?
3. Comment obtient-on directement le déterminant d'une matrice en Maple?

### 3.2 Méthode efficace : le pivot de Gauss

1. Donner en Maple une procédure `triangule` qui prend en argument une matrice `A`, et qui renvoie le couple `t(A), true` si `A` est trigonalisable, où `t(A)` est le résultat de la triangonalisation de `A` par l'algorithme du pivot de Gauss. Si `A` n'est pas trigonalisable, la fonction devra renvoyer `B, false`, où `B` est une matrice quelconque. En tirer une fonction `determinant_gauss` qui calcule le déterminant d'une matrice à l'aide de cet algorithme.
2. Quelle est la complexité de cet algorithme?
3. Comment obtient-on directement le déterminant d'une matrice en Maple?

## 4 Inversion de matrice

1. Donner en Maple une procédure `inverse_gauss` qui renvoie l'inverse d'une matrice `A` prise en argument, supposée carrée inversible. Cet inverse sera calculé à l'aide de l'algorithme du pivot de Gauss.
2. Comment obtient-on directement l'inverse d'une matrice en Maple?