

Non-linéarités de la caisse de résonance des instruments à cordes

François Durand, sous la direction de Charles Besnainou

Stage de recherche, MIP 2^e année, effectué du 2 au 31 juillet 2001 au
Laboratoire d'acoustique musicale, 11 rue de Lourmel, 75 015 Paris

Résumé

En acoustique, il est courant de décomposer les instruments en deux parties : un exciteur, non-linéaire, et un résonateur, linéaire. Mais l'hypothèse de linéarité du résonateur n'explique pas toutes les différences constatées, par exemple, entre deux violons. Nous avons donc développé une expérience pour tester la linéarité de la caisse de résonance des instruments à cordes, en plongeant l'instrument dans un champ diffus et en captant la vibration de la caisse par des micros piézoélectriques. Après quelques rappels sur la théorie des systèmes linéaires et l'exposé du protocole expérimental, nous utilisons deux méthodes d'analyse : le spectrogramme et la transformée de Fourier. Ces expériences font apparaître des comportements typiquement visco-élastiques, et peuvent mener à des applications révolutionnaires dans le domaine de la lutherie et du contrôle actif des instruments.

Table des matières

1	Théorie des systèmes linéaires	3
1.1	Généralités	3
1.2	Réponse à une sinusoïde	3
1.3	Réponse à un chirp	4
2	Protocole expérimental	6
2.1	Excitation	6
2.2	Réponse de l'instrument	7
2.3	Déroulement de l'expérience	8
3	Analyse par spectrogramme	9
3.1	Définition	9
3.2	Méthode	10
3.3	Les bons instruments... et les autres	10
3.4	Conclusion	11
4	Analyse par transformée de Fourier	12
4.1	Méthode	12
4.2	Calcul de $H(\omega)$ et incertitude	12
4.3	Tracé des fonctions de transfert	15

Introduction

Décomposition classique En acoustique, il est courant de décomposer un instrument en deux parties :

1. **l'excitateur** est **non linéaire** ; par exemple, si on prend en entrée la pression et la vitesse de l'archet d'un violon et en sortie la vibration de la corde, l'opérateur considéré est clairement non linéaire, puisqu'à une fonction constante il peut associer une vibration ;
2. **le résonateur**, lui, est généralement considéré comme **linéaire** ; dans ce stage, où nous nous sommes exclusivement consacrés au cas des cordes frottées et des cordes pincées de type guitare, ce corps résonnant est constitué essentiellement de la caisse, de l'âme et de chevalet, ensemble que nous nommeront souvent, abusivement, la « caisse ».

Limites de ce modèle On sait depuis longtemps qu'un instrument ne sonne pas de la même façon dans le *forte* et dans le *piano* : non seulement le son est plus fort, bien sûr, mais la richesse harmonique est différente. Ceci peut surprendre, mais ne remet pas en cause le modèle standard : les non-linéarités de la corde peuvent donner un son plus enrichi dans le *forte* que dans le *piano*, et la caisse ne fait que transmettre cet enrichissement.

Seulement, les musiciens reprochent souvent à certains instruments, ceux en matériaux composites en particulier, de sonner « trop pareil » dans le *forte* et dans le *piano*. Par conséquent, **les non-linéarités du système excitateur utilisé, les cordes, ne suffisent pas à expliquer tout l'enrichissement harmonique constaté dans le *forte*.**

Problématique La caisse doit, elle aussi, participer à l'enrichissement harmonique ; on peut donc se demander **si le résonateur est vraiment linéaire**. Par ailleurs, les musiciens semblent nous dire qu'un violon qui sonne différemment dans le *forte* et dans le *piano* est un bon violon : **les non-linéarités seraient-elles donc l'apanage des instruments de bonne facture ?**

Applications L'existence et la nature de ces non-linéarités est un problème de toute première importance, puisqu'il conduit aux développements suivants :

1. **l'amélioration des instruments électriques** : si l'on connaissait l'opérateur de transfert d'un *Amati*, on pourrait (théoriquement) appliquer cet opérateur à la vibration captée au niveau du chevalet et faire sonner un violon électrique comme un instrument de qualité exceptionnelle ;
2. **l'aide à la lutherie** : on pourrait contrôler en cours de fabrication si la caisse possède les bons types de non-linéarités, et agir en conséquence ;
3. **le contrôle actif des instruments** : on a déjà commencé, au LAM, à implanter électroniquement des non-linéarités sur un violon de mauvaise facture, grâce à un actionneur piézoélectrique placé sur la caisse et contrôlé par ordinateur ; ces expériences, quoiqu'encore balbutiantes, sont extrêmement prometteuses.

Dans les deux derniers cas, la connaissance de l'opérateur de transfert des instruments ne suffit pas : il faut des propriétés plus générales sur les réponses de la caisse. Dans le cas de la lutherie, tout simplement parce que le chevalet ne peut être posé avant qu'il y ait les cordes, c'est-à-dire à la fin de la fabrication. Dans le cas du contrôle actif, parce que les actionneurs peuvent *a priori* être placés n'importe où sur la caisse.

Le point de vue qui consiste à ne s'intéresser qu'à l'opérateur de transfert chevalet-son est donc un peu restrictif : il faut élargir notre champ d'investigation aux **propriétés générales de la caisse**.

Chapitre 1

Théorie des systèmes linéaires

1.1 Généralités

Un système entrée-sortie est un opérateur qui à une certaine fonction du temps $e(t)$ associe une autre fonction du temps $s(t)$.

Un opérateur **linéaire** sur un espace de fonctions suffisamment régulières est de la forme :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, t') e(t') dt'$$

Le système est **indépendant du temps** si à l'entrée $e(t+a)$ est associée la sortie $s(t+a)$. Il est facile de montrer qu'on a alors nécessairement :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e(t - \tau) d\tau$$

Enfin, le système est dit **causal** si $s(t)$ ne dépend que de ce qui passé en entrée pour des instants antérieurs ou égaux à t . Dans ce cas, la fonction h est à support positif et on a :

$$s(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) e(t - \tau) d\tau$$

Nous ferons l'hypothèse physique que l'instrument est nécessairement indépendant du temps et causal. Si la caisse est linéaire, la relation liant l'entrée et la sortie est donc nécessairement de cette forme. En transposant cette relation convolutive à l'espace de Fourier, on obtient une multiplication :

$$S(\omega) = H(\omega) E(\omega)$$

On appelle H la **fonction de transfert** du système et h sa **réponse impulsionnelle** : en effet, c'est la réponse du système à un pic de Dirac. On pourrait penser là d'une méthode intéressante pour étudier un système linéaire : envoyer un Dirac en entrée pour déterminer h . Bien sûr, cette méthode n'est pas réalisable physiquement.

1.2 Réponse à une sinusoïde

À l'entrée $e^{j\omega t}$ correspond une certaine sortie $s(t)$. Quelle est donc la réponse du système à l'entrée $e^{j\omega(t+a)}$? Par linéarité, c'est $e^{j\omega a} s(t)$. Mais par invariance dans le temps, c'est aussi $s(t+a)$. On a donc :

$$\begin{aligned} s(t+a) &= e^{j\omega a} s(t) \\ s(t+a) - s(t) &= (e^{j\omega a} - 1) s(t) \end{aligned}$$

En faisant tendre a vers zéro, on voit que :

$$\frac{ds}{dt} = j\omega s(t)$$

Par conséquent, la réponse à une sinusoïde est une sinusoïde de même fréquence : **l'apparition d'harmoniques est caractéristique des systèmes non-linéaires**. Nous disposons là d'une méthode simple et *a priori* infaillible pour détecter un système non-linéaire... Malheureusement, dans le cas qui nous intéresse, l'excitation introduit elle-même des harmoniques, et l'observation d'harmoniques dans le signal de sortie n'a donc rien de discriminant.

Remarque On aurait aussi pu utiliser la formule convolutive ou, encore plus simplement, la formule $S(\omega) = H(\omega) E(\omega)$; mais on a préféré une démonstration plus physique.

1.3 Réponse à un chirp

Un chirp est une sinusoïde de fréquence croissant linéairement dans le temps :

$$e(t) = \cos\left(\left(\omega_0 + \frac{\omega_1 - \omega_0}{2T} t\right) t\right), \quad t \in [0, T]$$

Soit $t_0 \in [0, T]$. Considérons $e'(t)$, l'entrée qui est identique à $e(t)$ avant t_0 et nulle ensuite. Il lui correspond une sortie $s'(t)$, qui est identique à $s(t)$ jusqu'au temps t_0 . La relation liant e' et s' s'écrit dans l'espace de Fourier :

$$S'(\omega) = H(\omega) E'(\omega)$$

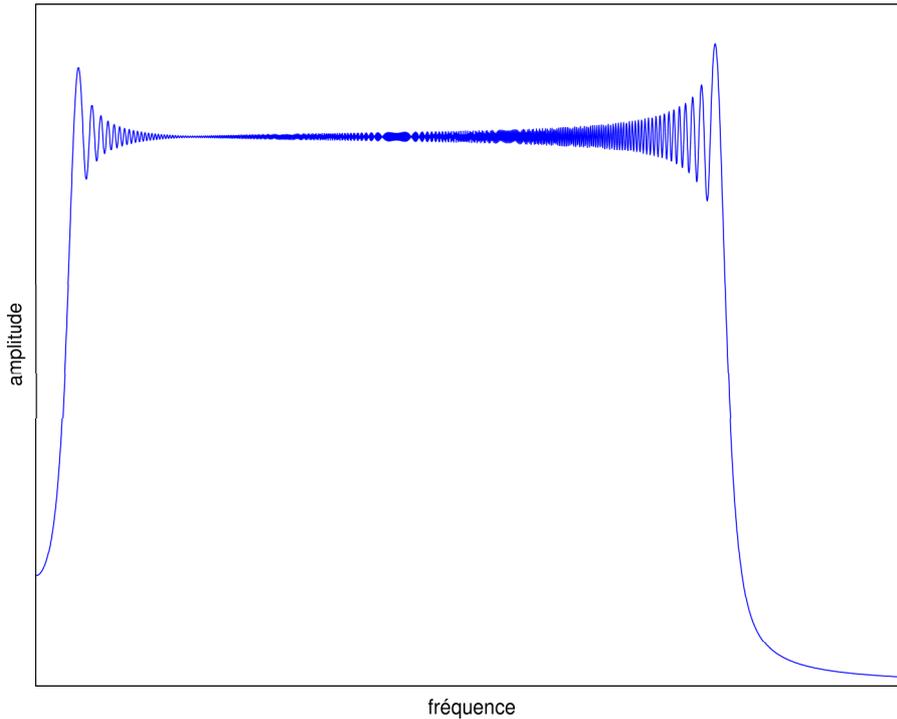


FIG. 1.1 – Transformée de Fourier de $e'(t)$

Or, même si on ne peut pas exprimer la transformée de Fourier du chirp $e'(t)$ à l'aide des fonctions usuelles, on peut constater numériquement qu'elle est à peu près constante entre ω_0 et $\omega(t_0) = \omega_0 + \frac{\omega_1 - \omega_0}{T} t_0$, et faible ailleurs (cf. figure 1.1). Après tout, c'était un résultat prévisible puisque le chirp balaie continûment toutes les fréquences comprises entre ω_0 et $\omega(t_0)$.

Donc $S'(\omega)$ est petite en-dehors de $[\omega_0, \omega(t_0)]$, ce qui impose qu'avant t_0 , les seules fréquences présentes dans $s(t)$ sont les $[\omega_0, \omega(t_0)]$.

En généralisant ce résultat à t_0 quelconque, on voit que le spectrogramme de la réponse à un chirp a nécessairement l'allure présentée sur la figure 1.2. La zone passée au filtre jaune correspond aux valeurs potentiellement non nulles.

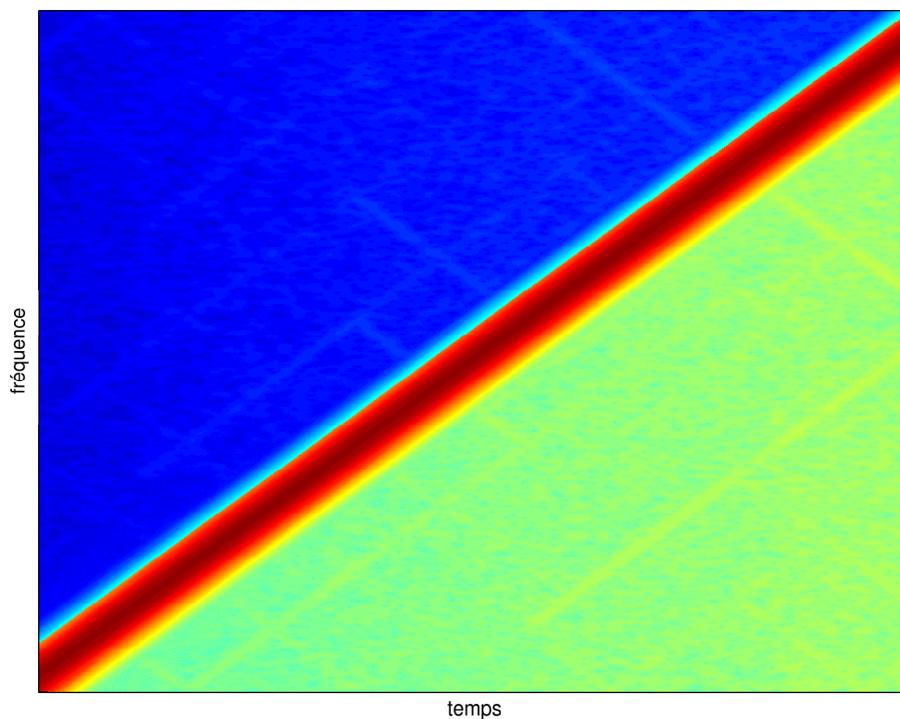


FIG. 1.2 – Réponse théorique d'un système linéaire à un chirp

Physiquement, on peut interpréter ce résultat de la façon suivante : le chirp, en passant par une fréquence, est susceptible d'exciter un mode propre correspondant à cette fréquence. Ensuite, il faut un certain temps de relaxation pour que ce mode excité s'atténue.

Chapitre 2

Protocole expérimental



FIG. 2.1 – Viole en cours d'expérimentation

2.1 Excitation

Mode d'excitation On peut *a priori* envisager plusieurs types de stimuli pour exciter l'instrument :

1. une vibration de la corde, induite par un *pizzicato* ou un coup d'archet ;
2. un actionneur piézoélectrique, placé par exemple sur le chevalet ;
3. une vibration sonore localisée (un seul haut-parleur) ;
4. un champs sonore diffus (plusieurs haut-parleurs).

Cependant, les trois premières excitations sont de par leur nature même trop localisées, et risquent *a priori* de ne pas exciter certains « modes » de la caisse. Or nous voulons connaître les propriétés générales de celle-ci, y compris en ce qui concerne les modes qui ne sont éventuellement pas excités lors d'une utilisation conventionnelle du violon : en effet, dans une optique de lutherie ou de contrôle actif, ces modes sont tout aussi importants que

les autres. **On utilise donc un champ sonore diffus, pour mobiliser au maximum toutes les possibilités vibratoires de la caisse.** Mais ce choix n'est pas irrévocable : il nous permet juste de restreindre l'étude, en adoptant un protocole non exclusif mais sans doute le plus pertinent.

Émission du son On crée par ordinateur le signal à envoyer, sous forme échantillonnée, grâce au langage MatLab. Ensuite, ce signal est envoyé à douze haut-parleurs répartis de la façon la plus isotrope possible autour de l'instrument (en dodécaèdre régulier).

Propagation du son Le tout se déroule dans une chambre anéchoïde pour limiter l'influence des modes propres de la salle sur l'expérience. Le son arrive donc le plus intact possible à l'instrument, lequel est suspendu au centre de la pièce par sa volute, pour ne pas être entravé dans sa vibration.

Contrôle du signal d'excitation Pour vérifier que le signal reçu par l'instrument est bien celui envoyé dans les haut-parleurs, on place, non loin de l'instrument, un micro aérien qui sert de témoin.

2.2 Réponse de l'instrument

Choix de la réponse considérée On peut considérer plusieurs sorties possibles, qui sont en fait pratiquement les mêmes que les entrées :

1. le son émis ;
2. la vibration de la caisse, captée par un micro piézoélectrique.

Ici, le choix de l'excitation par champ sonore n'est pas sans conséquence, puisqu'il nous interdit évidemment d'utiliser le son émis comme sortie. Nous utilisons donc des **micros piézo placés en divers points stratégiques de l'instrument** : il n'est en effet pas exclu qu'un type de vibration ne soit pas visible à tel ou tel endroit de la caisse, comme on peut le voir avec les nœuds des modes propres d'un système linéaire.

Description des capteurs utilisés Pour capter la vibration de la caisse, on utilise des capteurs piézoélectriques, qui émettent un signal électrique proportionnel à la contrainte mécanique qui leur est imposée. Ces capteurs sont de bonne qualité, et on a vérifié que dans le domaine de contrainte considéré, ils peuvent être considéré comme linéaires.

Placement des capteurs On place les capteurs en divers points stratégiques de l'instrument : sous les cordes, au niveau de l'âme, sur la caisse. On trouvera en figure 2.2 un schéma montrant comment ces capteurs sont placés sur le chevalet de la viole.

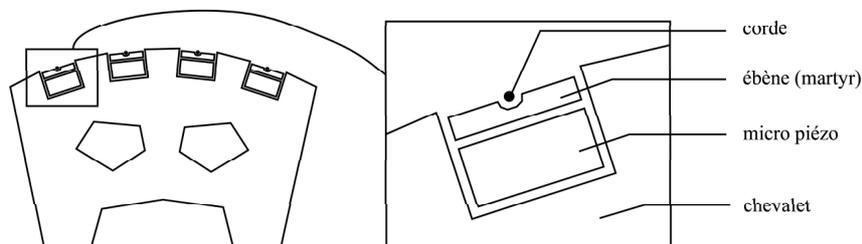


FIG. 2.2 – Placement des capteurs piézoélectriques sur le chevalet de la viole

Isolation Ces capteurs sont isolés avec du carton pour éviter les faux contacts entre la masse et la phase. Cette isolation a un effet secondaire, mais très intéressant : elle empêche en partie que le capteur soit influencé par la vibration de l'air (son émis par les haut-parleurs).

2.3 Déroulement de l'expérience

On envoie trois chirps à des niveaux d'intensité différents. La vibration sonore émise par les haut-parleurs excite le violon, et cette vibration, captée par les micros piézoélectriques, est transmise à l'ordinateur. Celui-ci enregistre les données pour qu'on puisse, par la suite, en extraire toutes les informations par traitement numérique.

Chapitre 3

Analyse par spectrogramme

3.1 Définition

Le spectrogramme d'un signal est une fonction à deux variables qui à un temps et une fréquence associe une amplitude. L'idée est de voir quelles sont les contributions respectives des différentes fréquences à chaque instant.

Concrètement, pour avoir la valeur $A(t_0, f)$, on prend :

$$A(t_0, f) = \mathcal{F}[p(t - t_0)x(t)](f)$$

où \mathcal{F} désigne la transformée de Fourier et p une fonction « porte » (en anglais, « fenêtre »), par exemple une gaussienne.

Le spectrogramme d'un signal n'est donc pas défini de manière unique, puisqu'il dépend du choix de la fonction porte. Si l'on choisit la porte trop large, on ne pourra déterminer avec précision l'instant où un mode donné a est réellement actif. Mais si on choisit une porte trop étroite, l'incertitude sur les fréquences sera grande. Il faut donc choisir au coup par coup la fonction porte adaptée au signal étudié.

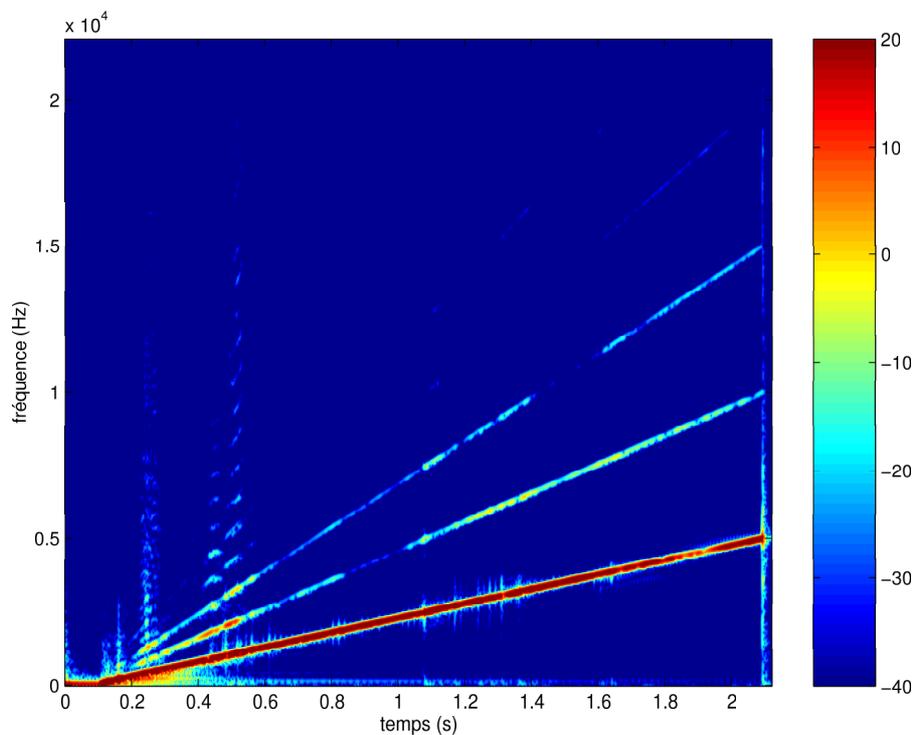


FIG. 3.1 – Spectrogramme de l'excitation réelle, captée par le micro aérien

On représente souvent les spectrogrammes sous forme de diagramme de couleur, avec le temps en abscisse, la fréquence en ordonnée, et l'intensité représentée par un certain code de couleurs (cf. figure 3.1).

3.2 Méthode

À partir de chaque expérience, on calcule un spectrogramme de la réponse. Si le système est linéaire, nous savons que cette réponse ne contiendra, à l'instant t , que des modes déjà excités par le chirp d'entrée. Dans le cas contraire, nous aurons constaté une non-linéarité.

Malheureusement, le signal envoyé n'est pas réellement un chirp : les haut-parleur sont eux-mêmes non linéaires et introduisent déjà des harmoniques supérieures. En fait, le signal réellement envoyé est une somme de chirps de fréquences multiples de la fondamentale, comme on peut le voir sur la figure 3.1.

3.3 Les bons instruments... et les autres

Cependant, observons les résultats obtenus par Mathieu Guillaume dans un précédent travail sur le sujet (figure 3.2). On voit bien la persistance des modes excités par la fondamentale ou les harmoniques, comme par exemple la tache présente au temps 0.09 s et à la fréquence 3500 Hz, et toutes les traînées dans la continuité de l'excitation fondamentale.

Mais on voit aussi l'apparition d'un « îlot », au temps 0,08 s et à la fréquence 2900 Hz, qu'on ne peut interpréter ni en termes d'harmonique de la fondamentale ni comme persistance de modes déjà excités. Même s'il est difficile de prouver mathématiquement que ce phénomène n'entre pas dans le cadre d'un système linéaire, il laisse fortement présager de la présence de non-linéarités.

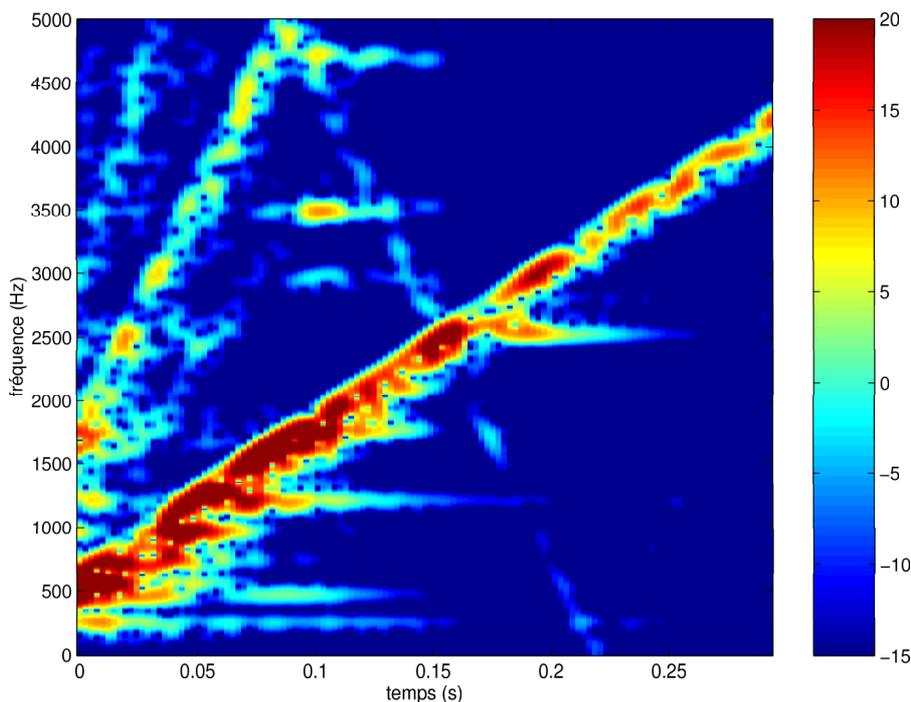


FIG. 3.2 – Réponse à un chirp du capteur placé sous la corde de sol d'un bon violon

Hélas, les expériences effectuées au cours du stage n'ont pas donné le même type de résultats (figure 3.3). Comment l'expliquer ? Mathieu avait remarqué que ces îlots n'apparaissent que dans le cadre d'expériences effectuées avec un instrument de très bonne facture. Or, dans

notre cas, la viole était un instrument de qualité moyenne et le luth était fabriqué en matériaux composites. Ces résultats semblent corroborer l'hypothèse assez répandue que certaines non-linéarités sont l'apanage des instruments de bonne qualité.

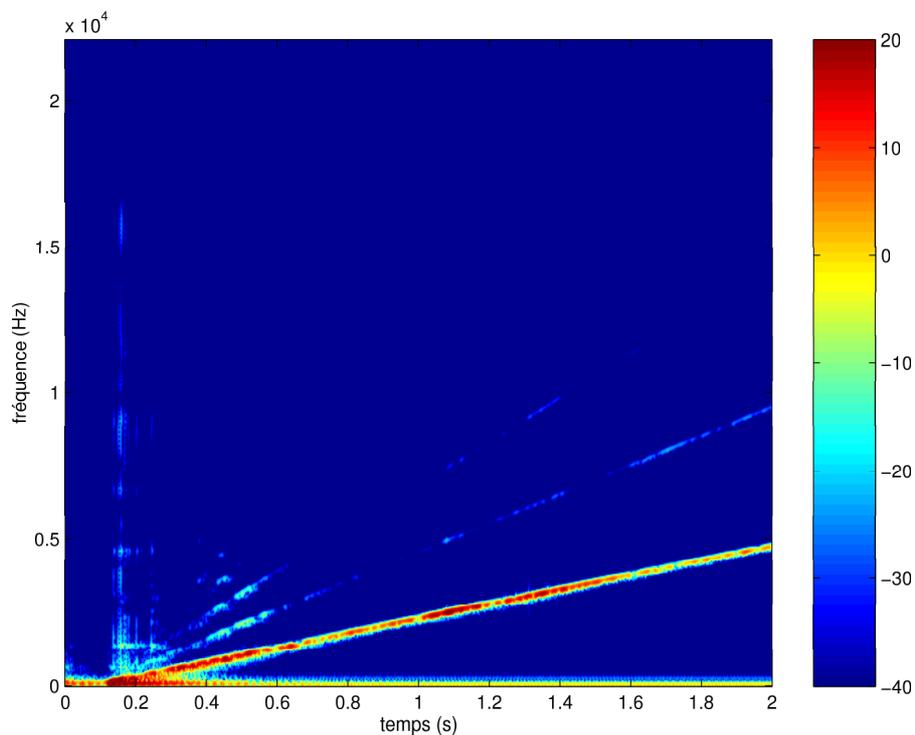


FIG. 3.3 – Réponse obtenue pour le luth

3.4 Conclusion

Il est difficile de dire que cette méthode prouve rigoureusement la non-linéarité de la caisse, mais elle peut donner des conjectures intéressantes sur la façon dont ces non-linéarités se manifestent. Malheureusement, la qualité des instruments dont nous disposons n'a pas permis de détecter de non-linéarités probantes par cette méthode.

Chapitre 4

Analyse par transformée de Fourier

4.1 Méthode

Ici, on va faire comme si le système était linéaire et chercher à déterminer expérimentalement sa fonction de transfert $H(\omega)$. *A priori*, on veut comparer un signal d'entrée et le signal obtenu en réponse du système « linéaire » qu'est la caisse.

Pour la sortie, on prendra tout naturellement le signal fourni par un des capteur piézo-électriques placés sur le chevalet.

Le problème du signal d'entrée est plus délicat. En effet, l'idée naturelle est de considérer le signal envoyé aux haut-parleurs. Mais il est bien connu que tous les haut-parleurs, si bons soient-ils, sont éminemment non-linéaires. Il ne serait donc pas étonnant de constater *in fine* que le système est non-linéaire, puisqu'une de ses composantes, le haut-parleur, l'est. En fait, en procédant ainsi, on travaille, en fait, sur le système *violon o haut-parleur*, ce qui ne produit pas l'effet escompté.

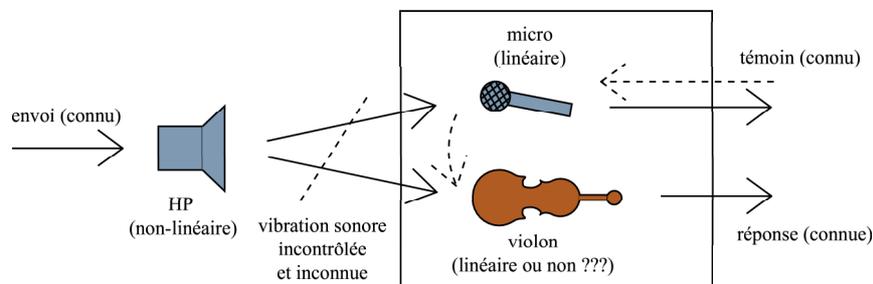


FIG. 4.1 – Définition du système étudié

L'idéal serait de considérer le système constitué de la seule caisse, mais c'est expérimentalement impossible : en toute rigueur, on ne peut connaître le signal excitateur transmis au violon. En revanche, on peut connaître le signal électrique émis par le micro aérien. Il suffit donc de considérer le système *violon o micro*⁻¹. En effet, le micro, lui peut être considéré comme linéaire. Par conséquent, si on arrive à prouver que le système composé est non-linéaire, ce sera de la « faute » du violon !

4.2 Calcul de $H(\omega)$ et incertitude

Pour chaque expérience, on calcule :

$$H(\omega) = \frac{S(\omega)}{E(\omega)}$$

Il nous faut donc calculer la transformée de Fourier des signaux :

$$X(\omega) = f_e \int_0^T x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Cependant, puisque les signaux sont échantillonnés, on ne peut calculer que la transformée de Fourier discrète :

$$X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_e) e^{-j\omega nT_e}$$

Mais ce n'est pas grave : si les signaux ne comprennent pas de fréquences supérieures à la fréquence d'échantillonnage sur deux, ce que nous supposons¹, la théorie de Shannon nous apprend que les approches discrète et continue sont équivalentes, et que l'échantillonnage n'induit aucune erreur.

En revanche, la quantification utilisée peut *a priori* en introduire. Puisque les données expérimentales sont définies à 2^{-17} près, la quantification introduit un bruit blanc $b(t)$ de cet ordre de grandeur (-100dB). Évaluons donc l'erreur commise sur $X(\omega)$:

$$\begin{aligned} Y &= X_{exp}(\omega) - X(\omega) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} b(nT_e) e^{-j\omega nT_e} \\ \langle |Y|^2 \rangle &= \sum_{n=0}^{N-1} \langle |b|^2 \rangle \\ &= N \langle |b|^2 \rangle \\ \sqrt{\langle |Y|^2 \rangle} &\simeq \sqrt{N} \cdot 2^{-17} \end{aligned}$$

où N est le nombre de points du signal échantillonné².

Sur la transformée de Fourier du signal, on observe en effet la superposition de deux composantes : l'une, corrélée, est le signal utile, et l'autre, décorrélée, est le bruit (cf figure 4.2). Cependant, l'ordre de grandeur observé pour le rapport signal-bruit est nettement supérieur à celui prévu : il correspond à un bruit de 10^{-3} pour un signal unitaire, soit $-60dB$. Il s'agit tout simplement du bruit physique, introduit par tous les facteurs incontrôlables (bruit des amplificateurs, bruit thermique, défauts de la chambre anéchoïde...). L'erreur commise par quantification est donc négligeable devant celle due au bruit physique, qui est la seule que nous considérerons désormais.

À partir de l'erreur commise sur les transformées de Fourier, il est facile d'établir un intervalle de confiance pour la valeur de $H(\omega)$: cette démarche est nécessaire pour pouvoir affirmer catégoriquement que les valeurs trouvées pour deux expériences différentes ne concordent pas.

¹On pourra vérifier sur la figure 1.1 que les fréquences supérieures à la fréquence d'arrivée sont peu importantes pour un chirp. Or, nous avons utilisé des chirp allant au maximum jusqu'à 10 000 Hz alors que nous échantillonnons à 44 100 Hz.

²On s'étonnera peut-être que l'erreur soit en racine de N . En fait, notre normalisation de la transformée de Fourier intégrale, choisie pour correspondre avec la définition habituelle de la transformée discrète, la rend proportionnelle à N ; l'erreur relative est donc bien en $1/\sqrt{N}$.

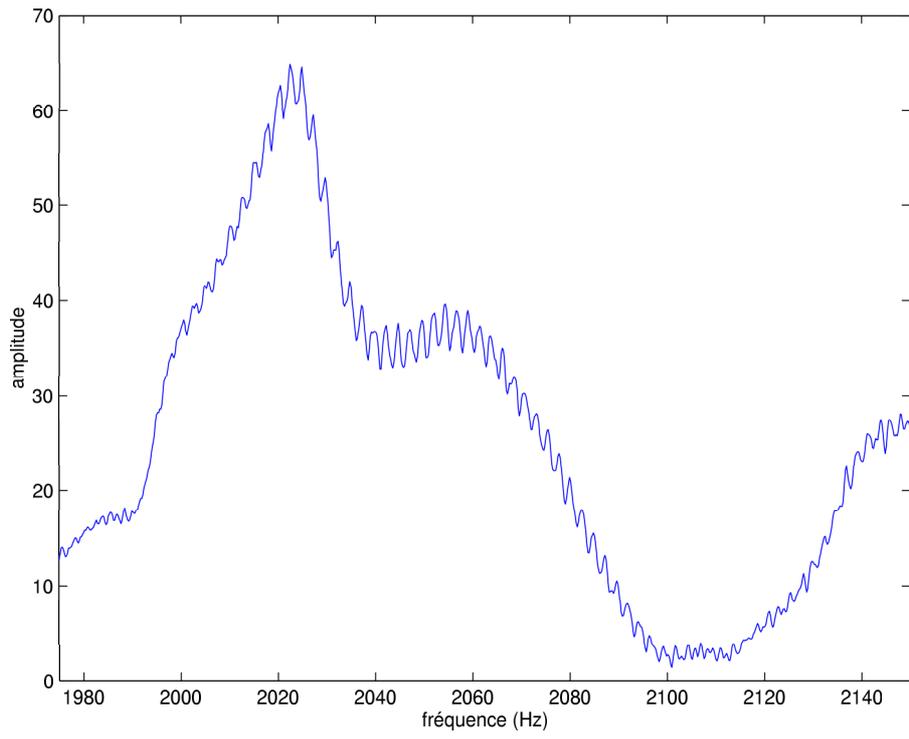


FIG. 4.2 – Rapport signal-bruit vu dans l'espace de Fourier

4.3 Tracé des fonctions de transfert

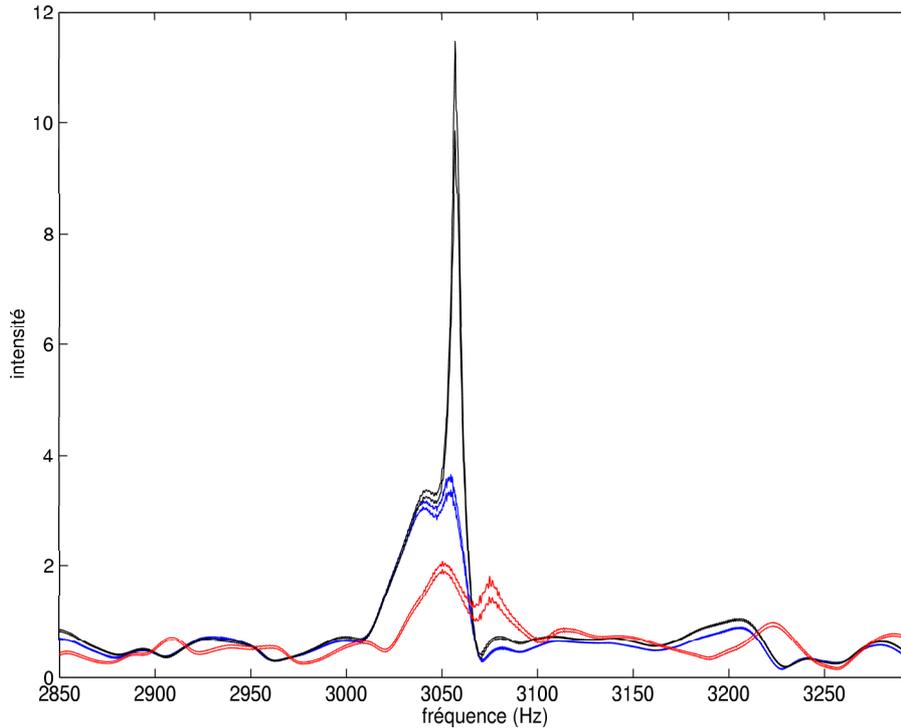


FIG. 4.3 – Fonctions de transfert obtenues pour des excitations d'amplitudes différentes

Le figure 4.3 représente les fonction de transfert obtenues pour trois niveaux d'excitation : 0 dB (signal de référence, en bleu), 6 dB (en noir) et 12 dB (en rouge). En fait, il y a deux courbes à chaque fois puisqu'on tient compte de l'erreur expérimentale. Nous nous sommes limités à la plage de fréquence [2850 Hz, 3300 Hz] : cette restriction s'impose pour de simples raisons de confort visuel, et nous avons jugé que les phénomènes observés dans cet intervalle étaient suffisamment représentatifs.

On voit que les différentes fonctions de transfert ne sont pas identiques, ce qui prouve que **le système n'est pas linéaire**. Mais on peut en dire plus.

Dans le cas de référence, on observe un maximum double aux alentours de 3050 Hz : il s'agit d'un « mode propre »³ double de la caisse. Pour une excitation de 6 dB, le deuxième pôle est considérablement amplifié alors que le premier reste inchangé. Comment l'expliquer ? Ces deux pôles, quoique proches fréquentiellement, correspondent peut-être (voire sûrement) à deux modes physiques bien distincts, qui peuvent être par exemple distribués spatialement de façon très différente sur la caisse. En attribuant les non-linéarités à des phénomènes visco-élastiques (type masse-ressort), on peut penser que pour le second mode, l'inertie est vaincue à forte excitation, ce qui amplifie le pôle. En revanche, ce phénomène ne s'est pas produit de façon aussi évidente sur le premier mode.

Quand on passe à une excitation de 12 dB, on observe dans la zone correspondante deux pôles distincts de moindre importance à 3050 Hz et 3080 Hz. Plusieurs interprétations sont possibles. On peut supposer que le premier pôle correspond au déplacement vers l'aigu d'un des deux pôles observés précédemment : en effet, plus l'énergie de l'excitation est importante, plus on arrive à vaincre les contraintes visco-élastiques et plus la fréquence observée augmente jusqu'à la valeur du système sans amortissement. Pour le second pôle, on peut se poser la question : est-ce le translaté du mode très résonnant des expériences précédentes ? Dans ce cas, la valeur plus faible du pôle laisse supposer qu'on est arrivé à une saturation. Mais il

³Nous utiliserons abusivement ce terme, bien qu'il soit normalement réservé à un système linéaire.

s'agit peut-être de l'apparition d'un mode, qui n'apparaissait pas avant en raison d'une trop grande inertie. Mais dans ce cas, qu'est devenu le deuxième mode observé précédemment ?

Un autre mode apparaît vers 3220 Hz, alors que d'autres disparaissent à côté de lui. On peut y voir un phénomène d'apparition-disparition de modes mais, vu la forme du motif, on serait plutôt amené à supputer un décalage des modes vers l'aigu.

Conclusion

Bilan des analyses spectrales Nous nous attendions, au cours de ce stage, à obtenir de bons résultats grâce au traitement par spectrogramme : l'apparition « d'îlots » de non-linéarité, déjà constatées par le passé au LAM, et ne pouvant s'interpréter comme la persistance de modes excités par la fondamentale ou une de ses harmoniques. Malheureusement, la qualité moyenne des instruments employés n'a pas permis de trouver de semblables résultats.

On s'est donc vu contraints d'utiliser une méthode plus fine, quoique perdant l'information temporelle. En effet, le bagage théorique est plus sûr en ce qui concerne l'analyse par transformée de Fourier, et les erreurs expérimentales sont plus faciles à calculer. On peut donc accorder toute confiance à cette méthode, qui peut prétendre à une démonstration rigoureuse de la non-linéarité de la caisse.

Expériences futures Pour poursuivre ces expériences et les valider définitivement, il faudrait à présent vérifier toutes les sources d'erreur possibles dans la chaîne du signal : bruits divers, non-linéarités des amplificateurs, non-linéarités éventuelles des capteurs. Il serait aussi particulièrement intéressant de reproduire les expériences en diversifiant les énergies, les formes d'ondes, et la qualité des instruments étudiés.

Modélisation future À partir de là, on pourrait tracer, par exemple, des diagramme 3D de l'évolution de la fonction de transfert en fonction de l'intensité de l'excitation. Ensuite, on pourrait essayer de modéliser le système en identifiant les pôles et en essayant de mettre en équation leur déplacement et leur variation d'amplitude en fonction de l'énergie reçue.

Enjeux Le travail restant à faire pour cette modélisation est énorme. Mais les applications qui en découleront seront à la hauteur de cet effort. On a déjà commencé, au LAM, à engager des expériences de contrôle actif sur des violons par le biais d'actionneurs piézoélectriques : on arrive en effet à modifier très sensiblement le son. Ces expériences sont balbutiantes, et le résultat n'est pas encore à la mesure de nos espérances. C'est pourquoi les progrès dans la modélisation d'un véritable instrument de bonne qualité sont indispensables avant de pouvoir mener à bien cette vaste entreprise.

Remerciements

Je remercie avant tout Charles, qui m'a fait poser le premier pied dans le monde de l'acoustique musicale. Je remercie également tous les membres du labo, pour leur accueil et leur aide précieuse, en particulier Catherine et Brian, qui nous ont prêté la chambre anéchoïde et le matériel d'amplification, et qui nous ont souvent tirés d'affaire en cas de pépin matériel. Merci encore à ceux qui ont discuté avec moi de ce stage et m'ont apporté des idées, en particulier Emmanuel Vincent. Merci à Fabie et Chewie, qui ont relu ce rapport, et à Minou, qui nous a permis de l'imprimer en couleurs. Enfin, un énorme merci à Fabien Mathieu, qui m'a apporté une aide énorme : matérielle, scientifique et morale.