

*Contrôle continu 2*  
*Durée : 30 min*

### Exercice 1

---

Soit  $E$  un ensemble. Soient  $A$ ,  $B$  et  $C$  des parties de  $E$ . Montrer que :

$$(A \cap B \subset A \cap C \text{ et } A \cup B \subset A \cup C) \Rightarrow B \subset C.$$

### Exercice 2

---

Soient  $E$ ,  $F$  et  $G$  trois ensembles. Soient  $f_1$ ,  $f_2$  des applications de  $E$  dans  $F$  et  $g$  une application de  $F$  dans  $G$ . On suppose  $g \circ f_1 = g \circ f_2$  et  $g$  injective. Montrer que  $f_1 = f_2$ .

### Exercice 3

---

Montrer par récurrence que

$$\forall n \in \mathbf{N}, \quad \sum_{k=1}^{n+1} k2^{k-1} = n2^{n+1} + 1.$$

On énoncera précisément l'hypothèse de récurrence considérée.