



**Algèbre et Arithmétique 1**

*Interrogation n°2 : mardi 5 octobre 2010*

---

*Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.*

Durée : 30 minutes

**NOM :**

**PRÉNOM :**

---

**Exercice 1**

---

- 1) Rappeler les définitions d'une application injective et d'une application surjective.
- 2) Dessiner avec des patates une application injective qui n'est pas surjective.
- 3) Soit  $f : A \rightarrow B$  et  $g : B \rightarrow C$  deux applications. Montrer que si  $f$  et  $g$  sont surjectives alors  $g \circ f$  est surjective.

## Exercice 2

---

Soient  $A$  et  $B$  deux ensembles. On définit la différence symétrique de  $A$  et  $B$  comme l'ensemble  $A\Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

- 1) Faire un dessin (diagramme "patates").
- 2) Montrer que  $A\Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .

### Exercice 3

---

Soient  $E$  et  $F$  deux ensembles et  $f : E \rightarrow F$  une application.

1) Montrer que

$$\forall A \subset E, \forall B \subset E \quad A \subset B \Rightarrow f(A) \subset f(B)$$

2) En déduire que

$$\forall A \subset E, \forall B \subset E \quad f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$$

3) Montrer que si  $f$  est injective alors

$$\forall A \subset E, \forall B \subset E \quad f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$