

**Algèbre et Arithmétique 1***Interrogation n°4 : mardi 9 novembre 2010*

Documents, notes de cours ou de TD, téléphones portables, calculatrices sont interdits. Justifiez toutes vos réponses.

Durée : 30 minutes

NOM :

PRÉNOM :

Exercice 1

1. Donner la table de vérité de « $\mathcal{P} \Rightarrow \mathcal{Q}$ ».

 2. (a) Soit X un ensemble fini de cardinal n . Quel est le cardinal de $\mathcal{P}(X)$, l'ensemble des parties de X ?

 - (b) Soit $X = \{1, 2, 3\}$. Donner la liste de tous les éléments de $\mathcal{P}(X)$. Le résultat est-il compatible avec la réponse à la question (a) ?
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
3. Pour $a, b \in \mathbb{C}$, développez $(a - b)^5$.

Exercice 2

On considère une population de 100 personnes, parmi lesquelles 95 possèdent un téléphone portable, 60 un ordinateur portable et 75 un baladeur numérique.

1. Quel est le nombre minimum de ces personnes possédant un téléphone portable et un baladeur numérique ? Indication : on pourra utiliser la formule d'inclusion-exclusion.
2. Quel est le nombre minimum de ces personnes possédant un ordinateur portable, un téléphone portable et un baladeur numérique ? Indication : on pourra utiliser le résultat de la question précédente.

Exercice 3

Soit n un entier naturel.

1. Montrer pour tout entier naturel k vérifiant $0 \leq k \leq n$ la relation

$$(n+1)C_n^k = (k+1)C_{n+1}^{k+1}.$$

2. En déduire la relation

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} C_n^k = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}.$$