

Interrogation écrite du cours de Modélisation et Visualisation du solide

Jeu­di 7 fé­vrier 2008

Durée: 1h, docu­ments non au­to­ri­sés

Les deux exercices sont indé­pen­dants, écrire les ré­ponses sous chaque ques­tion.

Exercice 1 – Échan­tillonnage

On dis­pose d’une camé­ra à cap­teur ana­logi­que qui en­re­gistre à tout in­stant un si­gnal $f(x, y, t)$ où (x, y) sont des va­riables spa­tiales de $[0, 1]^2$ et t une va­riable tem­po­relle dans \mathbb{R} ex­primée en se­condes.

Cette camé­ra est mu­nie de filtres op­ti­ques anti-re­pliement qui sup­priment au­to­ma­ti­que­ment les hautes fré­quences spa­tiales et tem­po­relles du si­gnal cap­turé (dans ce qui suit on sup­pose que N et T sont deux en­tiers fi­xés) :

- toutes les fré­quences spa­tiales su­pé­rieures à N sont sup­primées ;
- toutes les fré­quences tem­po­relles su­pé­rieures à T sont sup­primées.

Question 1 Énoncer le théo­rème d’échan­tillonnage de Nyquist-Shannon.

Question 2 En utilisant ce théo­rème, dé­ter­miner en fonc­tion de N la taille mi­nimale $m \times n$ d’échan­tillonnage spa­tial qu’il faudrait don­ner à tout in­stant à l’image cap­turée pour évit­er le re­pliement spec­tral spa­tial lors de sa numé­ri­sa­tion.

Question 3 Si on suppose que l'image est stockée en RGB sur 24 bits (trois fois huit bits), exprimer en octets la quantité de mémoire correspondant à cette taille minimale.

Question 4 Exprimer en fonction de T le nombre minimum d'échantillons par seconde qu'il faut capturer pour éviter le repliement spectral temporel.

Question 5 Exprimer (en octets par seconde) le débit de données correspondant à cette fréquence d'échantillonnage temporel avec la taille calculée à la question **2**.

Question 6 Application numérique : $N = 400$ et $T = 10$. Sachant qu'un port USB permet des transferts de données jusqu'à 12Mb/sec ($1\text{Mb} \approx 10^6$ octets), est-ce que cette technologie semble adaptée pour transférer tel quel le signal échantillonné ? Et sinon, de quel rapport approximatif faudrait-il réduire la taille des données après échantillonnage ? Donner une méthode simple de sous-échantillonnage spatial pour réduire suffisamment la taille des données sans introduire d'aliasing.

Exercice 2 – Perspective

Question 1 Rappel par quelle construction géométrique on obtient le point de fuite de la vue en perspective d'une droite de l'espace.

Question 2 Quelles sont les droites de l'espace qui, vues en perspective, n'ont pas de point de fuite ?

Question 3 La vue en perspective d'un parallélogramme plan est-elle toujours un parallélogramme ? Si oui, le prouver ; sinon, dire à quelle condition c'est le cas.