

[Visu-M2IM] TP 2 : Géométrie projective

Vincent FEUVRIER (vincent.feuvrier@normalesup.org)

On note (u_x, u_y, u_z) les vecteurs de la base canonique de \mathbb{R}^3 . On définit :

- P le plan normal au vecteur u_y , passant par le point de coordonnées $O = (0, -2, 0) = -2u_y$;
- e_1 et e_2 les deux vecteurs unitaires orthogonaux de P définis par :

$$e_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_x + u_z) \quad \text{et} \quad e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u_x - u_z);$$

- Π le plan normal au vecteur u_z , passant par le point de coordonnées $O' = (0, 0, 3) = 3u_z$. Ce sera notre écran, et la caméra sera placée à l'origine $(0, 0, 0)$.

Ainsi, le triplet $\mathcal{R} = (O, e_1, e_2)$ constitue un repère orthonormé du plan P . Dans ce repère, on munit P d'une information de couleur $\mathcal{C}(x, y)$ en fonction des coordonnées (x, y) dans \mathcal{R} :

$$\mathcal{C}(x, y) = \begin{cases} \text{Noir} & \text{si } [x] - [y] \equiv 0 \pmod{2} \\ \text{Blanc} & \text{si } [x] - [y] \not\equiv 0 \pmod{2}. \end{cases}$$

1. On note (x', y') les coordonnées des points du plan Π de l'écran dans le repère $\mathcal{R}' = (O, u_x, u_y)$. Quelle est l'image de P par la vue en perspective sur l'écran Π à travers la caméra placée en $(0, 0, 0)$? La projection est-elle injective sur ce domaine ?
2. donner une relation permettant de retrouver les coordonnées (x, y) d'un point de P dans le repère \mathcal{R} en fonction des coordonnées (x', y') de sa projection dans le repère \mathcal{R}' lorsque $y' \in [-1, 0[$;
3. en identifiant le domaine des pixels d'une image de taille 1000×1000 avec le domaine $[-1, 1]^2$ dans le repère \mathcal{R}' , écrire un programme qui attribue comme couleur aux pixels du domaine $[-1, 1] \times [-1, 0[$ la couleur $\mathcal{C}(x, y)$ du point du plan P correspondant à la projection inverse.