



**Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris Cité ;
Ecole doctorale des Sciences de la Terre**

Équipe de Sismologie

Thèse de Doctorat

présentée par

Pierre DUBLANCHET

pour l'obtention du Titre de

Docteur de l'Institut de Physique du Globe de Paris

Spécialité : Géophysique

**Étude des régimes de sismicité dans un modèle quasi-dynamique
d'aspérités *rate-and-state***

Soutenue le 08 juillet 2013 devant le jury composé de :

M. David MARSAN Rapporteur
M. Jean-Paul AMPUERO Rapporteur
M. Bruce SHAW Examineur
M. Raul MADARIAGA Examineur
M. Jean SCHMITTBUHL Examineur
M. Pascal BERNARD Directeur de thèse

Remerciements

Qu'il me soit ici permis de remercier en premier lieu mon directeur de thèse Pascal BERNARD pour tout le temps qu'il m'a patiemment consacré. Je le remercie pour son soutien et sa bienveillance, ainsi que pour la confiance et la totale liberté qu'il m'a accordées tout au long de ma thèse. Les discussions passionnantes que nous avons eues m'ont bien souvent détourné des nombreuses fausses pistes dans lesquelles j'ai pu m'égarer. Je le remercie enfin pour ses talents de pédagogue, et pour la clarté de ses explications, qui, malgré les apparences (figure 1), m'ont toujours beaucoup aidé. J'ai également une pensée pour mon deuxième directeur de thèse Pascal FAVREAU qui malheureusement nous a quittés. Sa profonde gentillesse m'a marqué. De plus, la richesse de ses suggestions au cours des conversations que nous avons eues a été déterminante dans le développement du modèle d'aspérité tel que je l'ai construit au cours de cette thèse. Ce travail lui doit beaucoup.

Pour cette thèse, j'ai eu la chance de bénéficier d'une bourse de l'École Normale Supérieure, envers laquelle je suis également reconnaissant. J'ai aussi été soutenu par les projets ANR ASEISMIC, SIS-COR, et par le projet européen REAKT. Merci à l'ensemble du laboratoire de sismologie de l'Institut de Physique du Globe de Paris de m'avoir accueilli, et de m'avoir permis d'effectuer mon travail dans de bonnes conditions.

Je souhaite également remercier les deux rapporteurs de cette thèse, Jean-Paul AMPUERO et David MARSAN qui m'ont beaucoup aidé à améliorer la qualité de ce manuscrit. Je remercie en outre Jean-

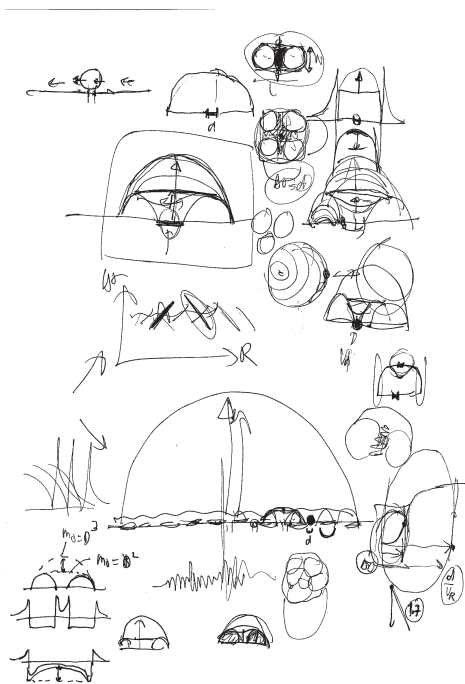


FIGURE 1 : Séance de travail avec Pascal Bernard.

Paul AMPUERO qui a été rapporteur des deux articles que j'ai publiés. De plus, je remercie vivement Raúl MADARIAGA, Bruce SHAW et Jean SCHMITTBUHL d'avoir accepté de participer à mon jury de soutenance. Leurs suggestions pourraient à elles seules guider mon travail de recherche pendant environ mille ans ! Plus largement, je souhaite remercier toutes les personnes avec qui j'ai pu avoir une interaction scientifique constructive : Alex SCHUBNEL, Jean-Pierre VILOTTE, Nicolas BRANTUT, Harsha BHAT, Allan RUBIN, Clément NARTEAU ainsi que tous les rapporteurs anonymes de mes deux articles.

Tout au long des trois dernières années, l'enseignement que j'ai eu l'opportunité de donner à l'IPGP a eu pour moi une place tout aussi importante que la recherche. J'ai eu beaucoup de plaisir à mener des séances de TD, de TP et d'interrogations. Pour cette raison, je tiens à remercier vivement Édouard KAMINSKI, Chloé MICHAUT, Alex FOURNIER, Arnaud CHUILHAT, Raphaël GRANDIN, Anne MANGENEY et en particulier Frédéric PERRIER dont l'énergie, le sens de l'humour et les expériences pédagogiques me laisseront un souvenir impérissable.

J'ai enfin une pensée pour mes camarades du laboratoire de sismologie, pour mes nombreux co-bureaux, Canit, Laurent, Diego, Papy, Chuck pour les séances de fractionné au Jardin des Plantes et pour son aide des dernières semaines, Benoît pour son infâme café à la noisette, Sébastien, Maxime, Clara et Nyan. Je tiens également à remercier Geneviève MOGUILNY dont j'ai pu apprécier les conseils avisés et l'aide efficace en matière de L^AT_EX, cluster, et autres organisations d'évènements festifs et arrosés. Je pense aussi à l'ensemble de mes potes de l'ENS, Louise, Thomas et l'insaisissable Ool dont l'amitié et les patientes explications mathématiques m'ont été précieuses, Isa et son Roro Lebruton (dit le bougnat vert du Gour de Tazenat), à tous les zéros du TAO (spéciale dédicace à J.A. et al. pour notre correspondance enflammée). Je n'oublie pas non plus mes parents, mon frère et ma belle famille.

Enfin, un grand merci à ma Fata Morgana, dont la présence et le soutien me sont plus qu'indispensables. Merci d'avoir eu plus souvent confiance en mon travail que je n'ai eu confiance en moi-même, je te dois tant !

Résumé :

Cette thèse est dédiée à l'étude des propriétés de la sismicité produite par un modèle 3D de faille *rate-and-state*. Dans ce modèle, la sismicité est générée par la rupture d'aspérités coplanaires forcées par un environnement asismique, comme cela est suggéré par l'observation de multiplets. Plusieurs types de systèmes sont étudiés successivement : dans un premier temps l'exemple d'une unique aspérité soumise à un chargement tectonique stationnaire est analysé afin d'étudier la manière dont elle interagit avec son environnement asismique. Dans un deuxième temps, nous proposons une étude des essaims de sismicité générés par un groupe d'aspérités séparées par des barrières asismiques. La dernière partie de cette étude aborde le problème de la réponse d'une unique aspérité à une perturbation de contrainte coseismique instantanée. Dans ces trois exemples, la sismicité se manifeste sous les formes suivantes : cycles réguliers, sismicité continue non corrélée, essaims sismiques ou séquences choc principal-répliques analogues à ce qui est habituellement observé dans les zones de failles actives. Cette approche numérique est complétée par une étude théorique montrant que les régimes d'activité sismique obtenus dans ces trois situations sont contrôlés par un paramètre de frottement *rate-and-state* effectif noté A_{eff} , ou, de manière équivalente, par la densité d'aspérité ρ_a caractérisant la faille. Les résultats analytiques développés sont finalement appliqués au cas de la sismicité de Parkfield observée par [Lengliné et al., 2009], afin d'évaluer les conditions effectives de frottement possibles sur ce segment de la faille de San Andreas.

Abstract:

This PhD thesis is dedicated to the study of the seismicity generated in a 3D rate-and-state model of fault. In this modeling attempt, seismicity is generated by the rupture of coplanar asperities forced by surrounding aseismic creep, as it is suggested by the observations of repeating-earthquakes. Different asperity systems are studied successively: in a first step the particular case of a unique isolated asperity undergoing a constant tectonic loading is analyzed in order to investigate how the resulting seismic cycle is controlled by the creeping surroundings of the asperity. Then, we propose a study of the seismic behavior generated by a group of interacting asperities mediated by aseismic creep. In the last part of this study, the problem of the response of a single asperity to a coseismic stress step is addressed. These different frictional and loading conditions result in the following seismicity regimes: regular earthquakes, continuous uncorrelated background seismicity, seismic swarms and mainshock-aftershocks sequences similar to what is usually observed in regions of active faulting. This numerical approach is extended by a theoretical study showing that the different seismicity regimes obtained in our model are controlled by an effective rate-and-state frictional parameter noted A_{eff} , or equivalently by the density of asperities ρ_a characterizing the fault. These analytical results are finally used in the case of the Parkfield seismicity observed by [Lengliné et al., 2009], in order to estimate the possible effective frictional conditions on this San Andreas fault segment.

Table des matières

Remerciements	i
Résumé	iii
1 Rate-and-State Asperity Model	15
1.1 Geometry of the Problem and Boundary Conditions	15
1.2 Rate-and-state friction	18
1.2.1 Rate-and-State Friction : Modeling the Seismic Cycle	18
1.2.2 Modeling Frictional Heterogeneity	25
1.2.3 Notations	28
1.3 Quasi-Dynamic Elastic Interactions	29
1.3.1 Tectonic Loading τ_{tect}	29
1.3.2 Elastostatic Kernel τ_{es}	31
1.3.3 Quasi-Dynamic Approximation : the Radiation Damping Term τ_{in}	39
1.3.4 Quasi-Dynamic Stress τ_e	40
1.4 Numerical Formulation	41
1.4.1 Differential System for the Slip Evolution	41
1.4.2 Constant τ^*	42
1.4.3 Numerical Resolution	43
1.4.4 Time Step Control	44
1.4.5 Initial Conditions	46
1.5 Conclusion	47
2 Tests sur le modèle numérique	49
2.1 Frottement et glissement uniformes : cas du système patin-ressort	50
2.1.1 Réactivité du frottement à vitesse imposée	50
2.1.2 Réactivité à un saut de contrainte positive	54
2.2 Nucléation à deux dimensions	56
2.3 Résolution numérique à trois dimension	61
2.3.1 Résolution spatiale	61
2.3.2 Résolution temporelle	62
2.4 Approximation du chargement tectonique	65
2.5 Déplacement moyen	66
2.5.1 Conditions aux limites libres	66
2.5.2 Conditions aux limites vitesse imposée	68
2.6 Conclusion	70
3 Cycle sismique d'une aspérité isolée	71
3.1 Cycle sismique	72
3.2 Phase intersismique	77
3.3 Phase de nucléation	77
3.4 Phase cosismique	80
3.4.1 Aspérité	80

3.4.2	Anti-aspérité	81
3.5	Phase postsismique	82
3.5.1	Aspérité	82
3.5.2	Anti-aspérité	86
3.6	Conditions aux limites bloquées	88
3.7	Déstabilisation de l'anti-aspérité : densité critique d'aspérité ρ_a^*	88
3.8	Durée du cycle sismique	92
3.8.1	Conditions aux limites libres	93
3.8.2	Conditions aux limites bloquées	96
3.9	Discussion	97
3.9.1	Déstabilisation des aspérités en réponse à une perturbation de contrainte : comparaison <i>aging-law</i> et <i>slip-law</i>	97
3.9.2	Densité critique d'aspérité	98
3.9.3	Interaction sismique-asismique et durée de cycle T_c	98
3.9.4	Interactions d'aspérités	99
3.10	Conclusion	99
4	Interactions dans un système multi-aspérités	101
4.1	Abstract	101
4.2	Introduction	101
4.3	Parkfield Seismicity	103
4.4	Model of Asperities	106
4.4.1	Rate-and-State Friction	106
4.4.2	Quasi-Dynamic Stress Interactions	108
4.4.3	Computation Method	108
4.4.4	Model Parameters	109
4.4.5	Initial Conditions and Global Steady-State	109
4.4.6	Building Synthetic catalog	110
4.5	Interactions at Different Timescales, Influence of Creep on Clustering	111
4.6	Critical Density of Asperities	115
4.7	Discussion	119
4.7.1	Density of Asperities	119
4.7.2	Gutenberg-Richter Distribution	122
4.7.3	Parkfield	122
4.7.4	Seismic Quiescence	123
4.7.5	Modeling Microseismic Processes	124
4.8	Conclusion	124
5	Réponse effective à une perturbation de contrainte instantanée	127
5.1	Abstract	127
5.2	Introduction	127
5.3	Model Formulation	129
5.3.1	Fault System and Boundary Conditions	129
5.3.2	Rate-and-State Friction : Modeling Asperities and Fault Creep	129
5.3.3	Quasi-Dynamic Elastic Interactions	131
5.3.4	Computational Method	131
5.3.5	Model Parameters	131
5.3.6	Stress Perturbations	133
5.4	Numerical Experiments	134
5.5	Results	135
5.5.1	Subcritical vs. Supercritical Response	135
5.5.2	Omori Law for $\rho_a < \rho_a^*$	140

5.6	Discussion	144
5.6.1	Frictional Condition Allowing Creep Control of Omori Decay	144
5.6.2	How to Interpret Aftershock Sequences : the Example of Parkfield Repeaters after the 2004 M_w 6 Event	147
5.6.3	Timing of the First Rupture and Long-Term Relaxation	148
5.6.4	Stress Step Amplitude	149
5.6.5	Generalization of the Model	149
5.6.6	Non Constant Stress Drop	151
5.7	Conclusion	152
A	Maximum value of the sum I_N	155
B	Patin-ressort « rate-and-state »	157
B.1	Réponse à une perturbation de contrainte positive	157
B.1.1	$k < k_c < k_b$: réactivité d'une faille « velocity-weakening » uniforme	160
B.1.2	$k_c < k < k_b$: réactivité de l'anti-aspérité « velocity-strengthening »	160
B.2	Évolution du patin-ressort à contrainte constante $\Omega \ll 1$	161
C	Critical Density of Asperities Allowing Unstable Slip of the Strengthening Barriers	163
D	Post Seismic Sliding of an Asperity Surrounded by Creep	167
D.1	Effective friction	167
D.2	Mean Displacement on a Periodic Fault Plane in response to a stress step $\Delta\tau$	170
D.3	Mean Displacement on a Finite Fault Plane in response to a stress step $\Delta\tau$	171
	Bibliographie	173
	Glossaire	173

Table des figures

1	i
1.1	Asperity model	16
1.2	Boundary conditions	19
1.3	Frictional instability	20
1.4	Laboratory measurements of static friction coefficient	21
1.5	Velocity stepping experiments	21
1.6	Normal stress stepping experiments	24
1.7	Fault model decomposition	30
1.8	Dislocation stress solutions	33
1.9	Periodic distribution of circular dislocations	38
1.10	Maximum amplitude eigenvalue vs. maximum sliding velocity	47
2.1	Velocity stepping benchmark	52
2.2	Normal stress stepping benchmark	54
2.3	Shear stress step on a uniform fault	55
2.4	2D nucleation under aging-law for low a/b	58
2.5	2D nucleation under aging-law for high a/b	59
2.6	2D nucleation under slip-law for low a/b	59
2.7	2D nucleation under slip-law for high a/b	60
2.8	3D spatial resolution test (aging-law)	63
2.9	3D spatial resolution test (slip-law)	63
2.10	3D temporal resolution test (aging-law)	64
2.11	3D temporal resolution test (slip-law)	64
2.12	Tectonic loading approximation test (slip-law)	66
2.13	Seismic cycle duration stability under the tectonic loading approximation	67
2.14	Cumulative slip test	70
3.1	Seismic cycle of an aging-law asperity in time	74
3.2	Seismic cycle of a slip-law asperity in time	74
3.3	Seismic cycle slip profiles	75
3.4	Seismic cycle in the phase space	76
3.5	Nucleation of an instability on an asperity	78
3.6	Coseismic rupture	81
3.7	Postseismic relaxation	83
3.8	Postseismic relaxation in time	89
3.9	Creep destabilization in a supercritical asperity system	90
3.10	Seismic cycle duration	94
4.1	Parkfield seismicity	103
4.2	Statistical properties of Parkfield seismicity	105
4.3	Multiple asperities periodic fault model	107
4.4	Seismic sequence example	110

4.5	Statistical properties of synthetic seismicity	113
4.6	Statistical parameters of synthetic seismicity	114
4.7	Seismic activity in stable vs. unstable fault system	116
4.8	Postseismic stress and sliding velocity around an asperity	117
4.9	Destabilization of mean creep velocity and stress in a supercritical fault system	118
4.10	Critical $(a - b)_s$ parameter	119
5.1	Single asperity periodic fault model	130
5.2	Perturbed cumulative slip	137
5.3	Positive Coulomb stress perturbation effect in the phase space	138
5.4	Negative Coulomb stress perturbation effect in the phase space	139
5.5	Subcritical Omori law	141
5.6	Positive Coulomb stress perturbation effect in the (φ, ψ) phase space	143
5.7	Analytical expression of the subcritical Omori law	145
5.8	Renormalization of the Omori law	146
5.9	Intermediate Omori law	150
D.1	Rescaling of sliding velocity and state variable perturbed evolution	168

Introduction

L'étude des catalogues de sismicité a permis de mettre en évidence la grande variété de régimes d'activité sismique pouvant apparaître à l'échelle d'une faille active, lorsque cette dernière subit un chargement mécanique d'origine tectonique. Parmi les différents comportements observés, citons en premier lieu le cas des multiplets où un séisme régulier relâche périodiquement la contrainte élastique accumulée par le mouvement relatif des plaques de part et d'autre de la faille. Ce premier type de régime a été observé dans de nombreux contextes, en particulier sur la faille de San Andreas [Nadeau et al., 1995 ; Nadeau and Johnson, 1998 ; Bürgmann et al., 2000 ; Lengliné et al., 2009] ou dans la zone de subduction japonaise [Matsuzawa et al., 2002 ; Igarashi et al., 2003]. Cette régularité fait toutefois figure d'exception : de manière générale, l'activité sismique s'organise au cours du temps de manière extrêmement complexe. Une autre forme d'activité possible est constituée par les séquences dites choc principal-répliques, au cours desquelles un séisme de forte magnitude est suivi d'une multitude d'événements dont la fréquence d'occurrence diminue au cours du temps selon la loi d'Omori proposée par [Omori, 1894]. Les observations relatives à ce type d'activité sont détaillées par [Utsu et al., 1995]. Ajoutons à ces deux premiers exemples le cas des essaims de sismicité, où une crise sismique limitée en espace et en temps apparaît, sans que des différences majeures de magnitude soient observées entre les différents événements qui la constituent. De tels régimes d'activité sont notamment observés dans les régions volcaniques où leur déclenchement est en général associé à une intrusion de magma dans la croûte [Rubin et al., 1998 ; Dreger et al., 2000 ; Hill et al., 2003 ; Hayashi and Morita, 2003]. Ces essaims de sismicité sont également observés dans des contextes de failles actives, comme par exemple dans le cas du rift de Corinthe [Bernard et al., 2006] où ils peuvent être associés soit à des épisodes de déformation asismique [Bernard et al., 2006 ; Segall et al., 2006], soit à une migration de fluides [Bourouis and Cornet, 2009].

Les exemples détaillés ici suggèrent que le régime d'activité sismique reflète directement le type de chargement mécanique subi par la faille considérée. Toutefois, la situation est plus complexe dans la mesure où de nombreuses observations indiquent que les failles relâchent la contrainte qu'elles subissent en se déformant à la fois de manière sismique et asismique. Ce mode de déformation asismique est notamment évoqué par [Perfettini et al., 2005 ; Hsu et al., 2006 ; Johnson et al., 2006 ; Freed, 2007] pour expliquer les données géodésiques relatives à la phase postsismique d'un certain nombre de séismes majeurs. Cependant, la preuve la plus directe de l'existence de zones de déformation asismique provient de l'observation des multiplets. En effet, ces événements correspondent à la rupture régulière d'une même aspérité isolée. L'absence de séismes dans les environs de cette dernière indiquent nécessairement un environnement accommodant de manière asismique le déplacement cosismique de l'aspérité. Cette hétérogénéité de comportement frictionnel pourrait être interprétée en termes d'hétérogénéité du matériel constituant la zone de faille comme l'indique l'étude menée par [Fagereng and Sibson, 2010] de la structure géologique d'une portion de faille exhumée.

Outre l'existence d'un couplage entre déformation sismique et asismique, la complexité du lien entre sismicité et forçage tectonique est accentuée par le fait que le glissement semble être contrôlé par des lois de frottement prédisant une grande variété de réponses possibles à une perturbation de contrainte. C'est en particulier le cas des lois de frottement empiriques de type *rate-and-state* développées par [Dieterich, 1979 ; Ruina, 1983] qui de manière générale permettent d'expliquer une grande partie des

phénomènes sismiques répertoriés par [Marone, 1998], et notamment l'existence de la loi d'Omori elle-même [Dieterich, 1994]. Dans ce contexte, [Helmstetter and Shaw, 2009] a pu montrer qu'un système patin-ressort correspondant à une faille dont les propriétés de frottement sont uniformes peut générer à la fois des séismes, mais également glisser de manière stable, ou encore accélérer transitoirement.

Enfin, comme le suggère l'existence des répliques, les différentes aspérités à l'origine de la sismicité observée interagissent les unes entre les autres, par l'intermédiaire de la perturbation de contrainte statique ou dynamique que leur rupture génère dans le milieu. Les effets de déclenchement statique entre sources sismiques permettent d'expliquer d'une part la corrélation entre les zones d'augmentation de contrainte de coulomb et la localisation des répliques observées entre autres par [Stein, 1999]. D'autre part, [Hill et al., 1993 ; Gombert and Davis, 1996] ont montré que l'augmentation de sismicité à des distances importantes du choc principal où les effets statiques sont négligeables peut être associée à un effet de déclenchement dynamique correspondant aux ondes du séisme principal. Ces interactions compliquent encore le lien entre forçage tectonique et régimes de sismicité observés.

L'objectif des études menées au cours de cette thèse est de comprendre le lien entre forçage tectonique et régime de sismicité généré à l'échelle d'une faille hétérogène constituée d'aspérités sismiques entourées de segments asismiques, dans le cadre des lois de frottements *rate-and-state* évoquées plus haut. En effet, les remarques formulées dans les paragraphes précédents indiquent que pour un même forçage tectonique, la réponse frictionnelle d'une faille est influencée par plusieurs facteurs incluant les interactions entre les différentes sources sismiques et entre les sources sismiques et leur environnement asismique. Par conséquent, le régime de sismicité observé ne représente pas directement le forçage tectonique, mais le résultat du couplage entre ce chargement mécanique et la structure frictionnelle de la faille.

L'approche utilisée ici est en premier lieu numérique, dans la mesure où un modèle 3D de faille a été développé, permettant de générer des catalogues de sismicité synthétiques à partir d'une distribution donnée d'aspérités frictionnelles et d'une histoire de chargement. Ce modèle s'inscrit donc dans la lignée des modèles mécaniques de faille comme les réseaux de patin-ressorts de type Burridge et Knopoff [Burridge and Knopoff, 1967] étudiés par [Brown et al., 1991 ; Carlson and Langer, 1989 ; Carlson et al., 1991]. De plus, l'utilisation d'une loi de frottement *rate-and-state* dans le but de générer une sismicité synthétique rapproche l'étude développée dans cette thèse des travaux de [Rice, 1993 ; Dieterich, 1995 ; Ziv and Rubin, 2003 ; Ziv et al., 2003 ; Ziv and Cochard, 2006]. Toutefois, contrairement à ce qui est utilisé par ces derniers auteurs, le modèle construit ici est un modèle continu au sens où les cellules utilisées pour le calcul numériques sont de taille inférieure aux dimensions caractérisant les processus de nucléation décrits par [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b] sur une faille *rate-and-state*. Par conséquent, il s'apparente d'avantage aux modèles continus proposés par [Kato, 2003, 2004 ; Hillers et al., 2006 ; Kato, 2007 ; Chen and Lapusta, 2009 ; Kaneko et al., 2010 ; Ariyoshi et al., 2012]. D'autre part, comme dans les modèles de [Kato, 2003, 2004, 2007 ; Chen and Lapusta, 2009 ; Ariyoshi et al., 2012], les aspérités sismiques et leur environnement asismique sont définis par des hétérogénéités de paramètres de frottement. Ajoutons finalement que la sismicité générée dans ce modèle numérique émerge spontanément des processus mécaniques de frottement et d'interactions élastiques, ce qui constitue une approche complémentaire par rapport aux modèles statistiques de type ETAS (*Epidemic Type Aftershock Sequence*) proposés par [Kagan and Knopoff, 1981, 1987 ; Ogata, 1988] pour générer une activité sismique synthétique. Les simulations numériques nous ont permis d'obtenir tous les régimes d'activités évoqués au début de l'introduction, en utilisant différents type d'hétérogénéité frictionnelle. L'étude numérique a par ailleurs été complétée par une étude analytique permettant d'identifier les paramètres effectifs de frottement contrôlant l'apparition des différents régimes de sismicité. L'ensemble de ces concepts de frottement effectif ont été finalement appliqués au cas de la sismicité de Parkfield, dont la relocalisation a été effectuée par [Lengliné et al., 2009], afin d'estimer les régimes de frottements dominants sur ce segment de la faille de San-Andreas.

La suite de ce manuscrit est organisée de la manière suivante : dans un premier chapitre, le modèle numérique développé est décrit de manière complète. Après une description de la géométrie globale et des

conditions aux limites du système, la loi de frottement et les équations constitutives correspondantes sont discutées, dans le but d'établir une méthode permettant de modéliser sur une faille asismique des aspérités sismiques. Cette partie consacrée au frottement est suivie d'une description des interactions élastiques utilisées. Ce premier chapitre s'achève par une description de la méthode numérique employée pour résoudre les équations d'évolution contrôlant le glissement sur la faille. Le deuxième chapitre est consacré à un ensemble de tests permettant de contrôler la validité de la solution numérique. En particulier, le processus de nucléation d'une instabilité de glissement est analysé au regard des résultats de [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b]. La confrontation des résultats numériques aux expressions analytiques permet une discussion de la résolution spatiale et temporelle nécessaire dans les applications ultérieures. Les trois chapitres suivants sont consacrés à l'étude des régimes de sismicité. Dans le chapitre trois, l'activité générée par une unique aspérité placée dans un environnement asismique et forcée par un chargement tectonique constant est étudiée. Ce système simple constitue un modèle de premier ordre pour les *repeating-earthquakes* et permet de montrer comment l'interaction entre l'aspérité et son voisinage asismique se traduit par différents types de cycles sismiques. Le quatrième chapitre aborde le problème de l'interaction entre différentes aspérités distribuées sur une faille globalement asismique, l'ensemble étant encore une fois chargé à taux constant. Ce deuxième modèle génère différents types d'essais sismiques. Dans ces conditions, la transition entre un régime d'activité sismique non corrélé où les aspérités sont insensibles à leur entourage et un régime d'interaction forte entre ces mêmes aspérités est étudiée de manière numérique et théorique, ce qui aboutit à la formulation d'un concept de densité critique d'aspérité. Enfin, dans le dernier chapitre, le système constitué d'une unique aspérité est à nouveau utilisé pour étudier l'activité sismique qu'il génère lorsqu'il subit une perturbation de contrainte externe. Ce dernier modèle complète l'étude des interactions, dans la mesure où il permet d'étudier de manière locale l'effet d'une rupture proche. D'autre part, les résultats présentés dans ce dernier chapitre conduisent à la définition d'un paramètre de frottement effectif simplifiant le lien entre hétérogénéité frictionnelle et comportement sismique associé.

Le premier chapitre est en anglais, dans la mesure où il a été rédigé afin de servir de référence pour tout utilisateur du modèle numérique. L'ensemble du quatrième chapitre est publié dans le *Journal of Geophysical Research* [Dublanche et al., 2013a], et le texte de l'article n'a pas été modifié. Par conséquent, le quatrième chapitre est également en anglais, et certaines parties reprennent de manière plus synthétique les définitions du premier chapitre. De la même manière, le cinquième chapitre est constitué par un article publié dans le *Journal of Geophysical Research* [Dublanche et al., 2013b], et pour les mêmes raisons que le chapitre 4, il est aussi rédigé en anglais.

Chapitre 1

Rate-and-State Asperity Model

In this chapter, we present the 3D continuous quasi-dynamic rate-and-state asperity model implemented to study fault systems made of coplanar seismic asperities surrounded by stable aseismic sliding. In a first step, we present the idealized fault system for which the slip and stress history will be computed. In particular we specify the boundary conditions of the fault considered and how tectonic loading associated with external stress perturbations force motion on it. In a second section we focus on the friction properties along the fault. For that we briefly recall the different classes of friction laws commonly used to model earthquake processes as well as their properties. This discussion will allow to introduce the laboratory-derived rate-and-state friction law as one of the most relevant rheological description of the fault behavior for the purpose of studying the interactions between aseismic creep and the sources of earthquakes (asperities). Based on the properties of the rate-and-state friction law, we present at the end of this section how seismic and aseismic behavior could be described by a heterogeneous distribution of frictional parameters along the fault. At the same time, we will provide the constitutive equations governing the evolution of frictional stress on the fault. Then, in order to obtain a complete mechanical description of the fault system, we need to specify a constitutive law governing the deformation of the surrounding medium. This latter purpose will be developed in the third section of this chapter, where we present how elastic stress interactions in the fault system studied are modeled. The coupling between elasticity and friction will be summarized in the fourth section by a set of non-linear differential equations governing the stress and slip evolution of the fault. The remaining parts of this final section will be devoted to the description of the numerical method implemented to numerically solve these equations. The fault system presented in this chapter is a conceptual model of what is inferred to occur on real faults. Our approach therefore involves several approximations : the geometrical complexity of natural faults is neglected by the use of a planar interface, the constitutive equations partially account for the different underlying physical processes, and the solution of these equations is only roughly estimated by a numerical method. Therefore, in the following developments, we attempted to provide at least a discussion, and when possible a quantification of the errors introduced by the successive approximations.

1.1 Geometry of the Problem and Boundary Conditions

We consider a 2D planar fault situated at $z = 0$, separating two 3D elastic slabs of thickness w , as presented in figure 1.1a. The fault plane experiences a normal stress noted σ . A tectonic loading at constant rate $v_p/2$ is imposed on each opposite side of the slabs in the x direction, so that the slip rate \mathbf{v} is controlled at $z = +w/2$ and $z = -w/2$. Thus we have :

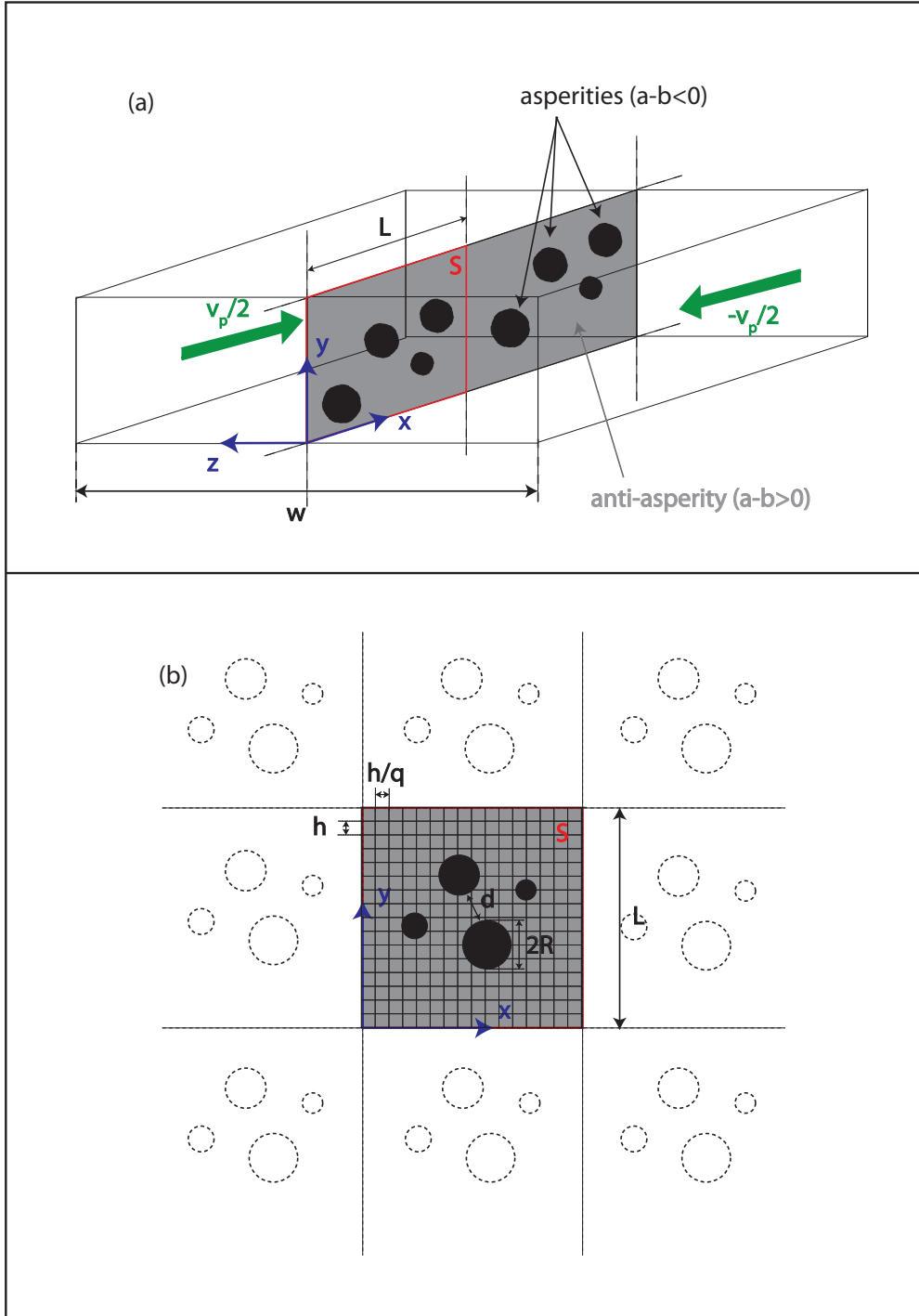


FIGURE 1.1 : (a) : Schematic diagram of the fault system studied. The square fault segment of interest S is located in the $z = 0$ plane. The remaining of the infinite plane $z = 0$ is made of a periodic repetition of identical images of S in x and y directions. Tectonic loading in the x direction at the rate v_p is controlled on the boundaries $z = +w/2$ and $z = -w/2$, w being the thickness of the elastic medium containing S . L indicates the dimension of the fault S . The fault S is characterized by a heterogeneous distribution of the rate-and-state steady-state friction parameter $a - b$: seismic asperities correspond to super-critical velocity weakening patches ($a - b < 0$), whereas aseismic areas are modeled by velocity strengthening properties ($a - b > 0$). (b) : Top view of the fault plane $z = 0$, showing the periodisation of S , and the computational grid used to perform the numerical integration. The minimum resolution of the computational grid is $\Delta x = h/q$ and $\Delta y = h$, where q is the aspect ratio of the rectangular cells. R is the typical radius of velocity weakening asperities, and d the typical spacing between neighboring asperities.

$$\begin{cases} \mathbf{v}(x, y, +w/2, t) &= \frac{v_p}{2} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{v}(x, y, -w/2, t) &= -\frac{v_p}{2} \mathbf{e}_x, \end{cases} \quad (1.1)$$

where t is time and bold symbols refer to vectors, \mathbf{e}_x being the unit vector indicating the x direction. In the following, we will denote $\mathbf{x} = (x, y)$ the position of a point on the fault, and we will focus on a square portion S of dimension L of the infinite fault plane ($x0y$). Furthermore, we assume that the slip in the medium $\mathbf{u}(\mathbf{x}, z, t)$ is confined in the x direction, so that :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, z, t) = u(\mathbf{x}, z, t) \mathbf{e}_x. \quad (1.2)$$

In these conditions, the only non vanishing components of elastic stress on the fault plane $z = 0$ are $\tau_{xz} = G\partial u/\partial z$ and $\tau_{zx} = \lambda\partial u/\partial x$, G and λ being the Lamé constants of the elastic medium. Thus, the elastic traction $\mathbf{T}_e(\mathbf{x}, t)$ acting on the fault plane is given by :

$$\mathbf{T}_e(\mathbf{x}, t) = G \frac{\partial u}{\partial z}(\mathbf{x}, 0, t) \mathbf{e}_x + \lambda \frac{\partial u}{\partial x}(\mathbf{x}, 0, t) \mathbf{e}_z. \quad (1.3)$$

The motion on the fault S resulting from the tectonic loading at $w/2$ is resisted by a frictional traction $\mathbf{T}_f(\mathbf{x}, t)$, which tangential component obeys the rate-and-state friction law that will be defined later. The frictional resistance will be spatially heterogeneous, as detailed in the next section.

In the following parts, we will be interested in the evolution of the relative displacement $\delta(\mathbf{x}, t)$ of the two elastic blocks defined by :

$$\delta(\mathbf{x}, t) = u(\mathbf{x}, 0^+, t) - u(\mathbf{x}, 0^-, t). \quad (1.4)$$

We will also use the sliding velocity $v(\mathbf{x}, t)$ given by :

$$v(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \delta}{\partial t}(\mathbf{x}, t). \quad (1.5)$$

Furthermore, we define the elastic stress $\tau_e(\mathbf{x}, t)$ and the frictional stress $\tau_f(\mathbf{x}, t)$ acting on S in the x directions as :

$$\begin{cases} \tau_e(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{T}_e(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{e}_x \\ \tau_f(\mathbf{x}, t) &= \mathbf{T}_f(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{e}_x. \end{cases} \quad (1.6)$$

The numerical method presented in this section aims at computing the evolution of $\delta(\mathbf{x}, t)$, $v(\mathbf{x}, t)$, $\tau_e(\mathbf{x}, t)$, $\tau_f(\mathbf{x}, t)$ on the fault segment S characterized by heterogeneous frictional properties, in response to the tectonic loading v_p , that could be further modulated by different kinds of stress perturbations. These latter perturbations will be either normal stress perturbations, or shear stress perturbations, noted $\Delta\sigma(\mathbf{x}, t)$ and $\Delta\tau(\mathbf{x}, t)$ respectively. Since we are primarily interested in the deformation on the fault plane ($x0y$), we omit the reference to the coordinate z in our notations for a matter of simplicity.

The boundary conditions on the fault plane are periodic as shown in figure 1.1b, meaning that the plane ($x0y$) is made of the infinite repetition of the individual fault segment S . As this will be shown later, such periodic boundary conditions are similar to the one used by [Kato, 2007], and allow to use efficient FFT

techniques to compute the evolution of stress and sliding velocity on S . However, the physical meaning of this geometry of fault is questionable : we expect that the fault segment S experiencing sliding should be surrounded in a real tectonic setting by either locked barriers (with vanishing relative displacement), or by stable sliding areas, as represented in figures 1.2a and 1.2b. The common approach used by many authors in 3D models of fault is to consider either boundaries slipping at a constant rate, as in the model of [Perfettini and Ampuero, 2008], or to assume a mix between a periodic repetition of the fault in one dimension with one boundary slipping at a reference rate. This latter approach is usually implemented to model a subducting plate interface : the fault patch of interest is repeated along strike, and a constant slip rate is imposed at the root of the fault, [Liu and Rice, 2005 ; Kaneko et al., 2010 ; Ariyoshi et al., 2012], or to model strike-slip faults loaded by aseismic slip below the seismogenic zone, [Ziv and Cochard, 2006 ; Chen and Lapusta, 2009]. In order to allow the definition of more relevant boundary conditions, without loosing the numerical advantage of the periodic geometry, we implemented the possibility of defining a locked zone, (or similarly a freely slipping zone) between the fault S and its images on the plane $(x0y)$, as shown in figures 1.2a' and 1.2b'. Such a geometry provides a good approximation of the non-periodic case, as long as the stressing effect of the images of S could be neglected, that is if the barriers between each image of S are large enough. In section 1.3.2, we will quantify the maximum ratio between the fault length L_0 and the spatial period L that allows to neglect the stress on S induced by motion on its images. In this framework, if the fault is large enough, the freely slipping boundary case is almost equivalent to the initial case where slip is not artificially controlled on any point of S , at least in the vicinity of the center of S . Therefore, the simulations presented in this manuscript will be mainly conducted without imposing any slip rate on S . This latter case will be referred to the free boundary conditions.

Another important implication of the periodic geometry used here, is that instead of an infinite repetition of S , we rather assume a finite repetition up to $2N$ images in one dimension. This truncation of the geometry introduces an additional stressing on S , that will also be quantified in section 1.3.2. As this will be shown later, this additional stressing is negligible as long as N is large enough.

In the following sections, we derive the constitutive equations governing the evolution of slip, slip rate and stress : first we recall the rate-and-state friction framework used to express the frictional stress τ_f , then we present the elastic kernel used to model stress interactions in our fault system.

1.2 Rate-and-state friction

1.2.1 Rate-and-State Friction : Modeling the Seismic Cycle

The fault model presented above, coupling elasticity and friction along an interface between deformable solids, is an idealization of natural systems that usually generate earthquakes. By adopting this approach, we make the implicit assumption that earthquakes are frictional instabilities that spontaneously release on faults elastic energy accumulated in the surrounding crust by slow tectonic deformation. One of the key parameters controlling the occurrence of earthquakes in such systems is the frictional strength acting on the fault, that has to allow for the existence of slip instabilities, that is accelerated slip towards high velocity. In order to illustrate the frictional control on slip instabilities, let us consider the most simple mechanical model of earthquake, consisting of a spring-and-slider system loaded at constant rate, and undergoing basal frictional stress, as the one described in figure 1.3a. In this model, the slider can accelerate towards unbounded velocity if the frictional strength decreases more rapidly with the slider displacement than the elastic loading stress does. Such instabilities occur in particular in the case of an instantaneous transition from a static μ_s to a dynamic μ_d friction coefficient with $\mu_s > \mu_d$ (figure 1.3b), but also if this frictional alteration occurs more gradually over a non vanishing displacement as this is the case for the "slip-weakening" or "velocity weakening" friction laws (figures 1.3c and 1.3d). These latter forms of friction laws have indeed proved to be successful in explaining several aspects of earthquake

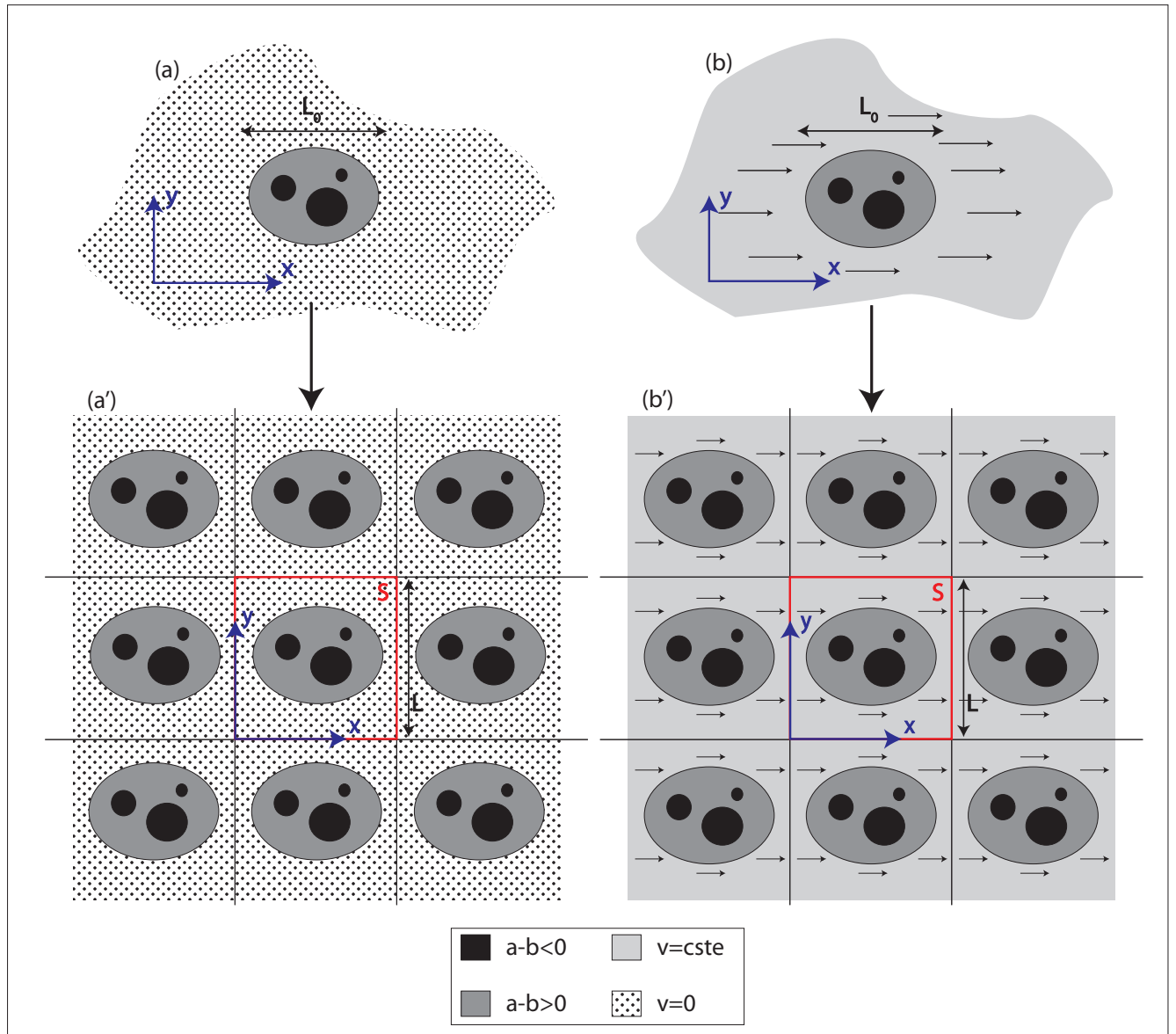


FIGURE 1.2 : Schematic diagram showing how real non periodic boundary conditions (a) and (b) could be approximated with a periodic distribution of fault patches (a') and (b'). S_0 denotes the patch of characteristic dimension L_0 on S where slip is not imposed, v indicates the slip velocity. Velocity weakening asperities are labelled $a - b < 0$, and velocity strengthening areas are labelled $a - b > 0$.

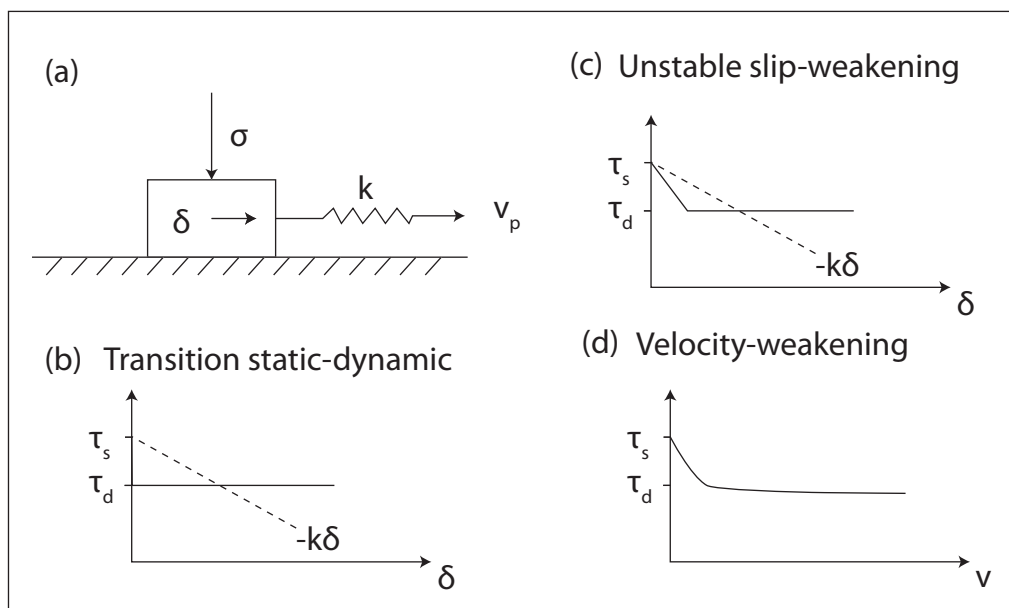


FIGURE 1.3 : *Frictional instability model. (a) Spring-and-slider system loaded at constant rate v_p . k is the spring stiffness, δ the slider displacement, σ the normal stress acting on the interface between the slider and the rigid basement. (b) : Frictional stress characterizing the contact between the slider and the support as a function of slider displacement (solid line), in the case of an instantaneous transition from a static frictional stress $\tau_s = \mu_s \sigma$ to a dynamic frictional stress $\tau_d = \mu_d \sigma$, μ_s and μ_d being the static and dynamic friction coefficient respectively. The dashed line indicates the elastic unloading curve of the slider $\tau_e = -k\delta$. (c) : Same diagram as (b) but for a slip-weakening frictional stress. The transition from τ_s to τ_d occurs over non vanishing displacement. (d) : Same diagram as (b) but for a velocity weakening frictional behavior.*

processes, including for instance propagation of dynamic rupture [Cochard and Madariaga, 1994] and seismic complexity of earthquake sources [Shaw et al., 1992 ; Shaw, 1994, 1995 ; Rice and Ben-Zion, 1996 ; Cochard and Madariaga, 1996]. However, neither slip-weakening nor velocity-weakening laws allow for a restrengthening of the fault which is necessary to explain relocking of faults after earthquakes. Furthermore, the velocity-weakening law is unstable at any stiffness [Kosterin and Kragel'skii, 1960 ; Rice and Ruina, 1983], which strongly contradicts the observations of stable aseismic sliding on faults [Lienkaemper et al., 2001].

In the 1970s, laboratory friction experiments conducted on granite samples by [Dieterich, 1972, 1978, 1979] led to the formulation of the "rate-and-state" friction law by [Ruina, 1983 ; Rice, 1983] and [Rice and Ruina, 1983]. The experimental results of [Dieterich, 1972] and [Dieterich, 1979] are reported in figures 1.4 and 1.5. In the first set of experiments (figure 1.4), [Dieterich, 1972] observed that the static friction coefficient μ_s for slip initiation increases approximately with the logarithm of the time the sliding blocks had been held in stationary contact. The second set of experiments, pioneered by [Dieterich, 1978, 1979], consisted of velocity stepping tests, as detailed in figure 1.5a. The corresponding results could be summarized as follows : in response to a step increase (or decrease) of sliding velocity, the frictional strength first instantaneously increases (or decreases), then relaxes back to a new level characterized by the new constant sliding velocity. The instantaneous change in friction coefficient, called direct effect, scales as the logarithm of the velocity change, as illustrated in figure 1.5. Furthermore, the relaxation towards steady-state following the direct response occurs over a characteristic slip distance d_c . This latter transient change in friction coefficient is similar to a slip weakening effect.

Based on these experimental results, [Dieterich, 1979 ; Ruina, 1983 ; Rice, 1983] and [Rice and Ruina, 1983] postulated that the friction coefficient μ depends on slip rate v and a state variable θ interpreted as the age of the contacts characterizing the rough interface at a microscopic scale. By definition, θ evolves

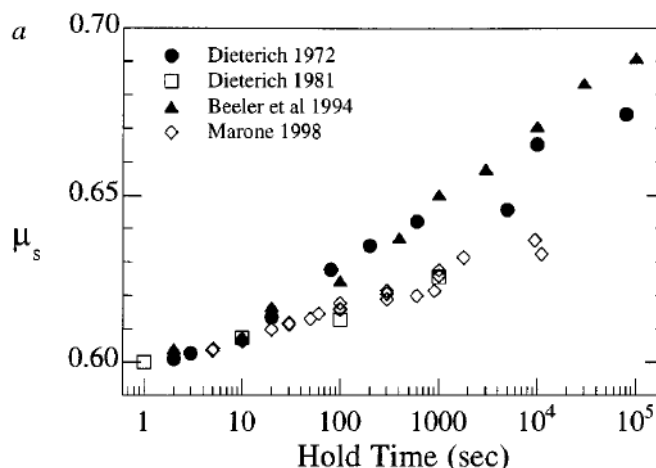


FIGURE 1.4 : Relative frictional threshold μ_s for the initiation of slip on a rock interface as a function of time of stationary contacts. Black symbols correspond to experiments conducted on bare rock surfaces, whereas open symbols indicate results obtained for granular fault gouges. From [Marone, 1998].

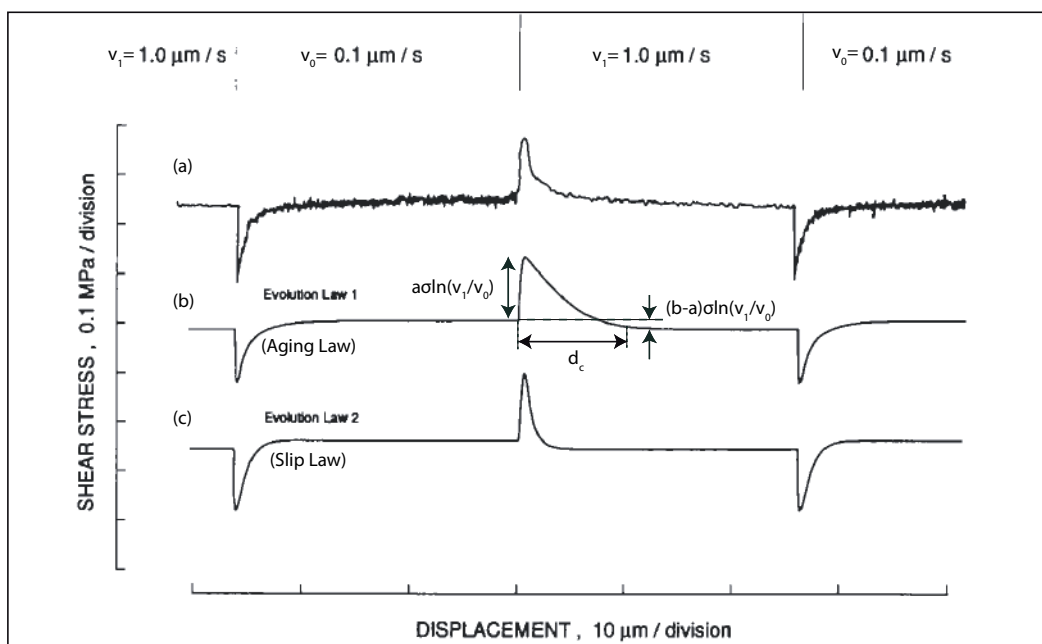


FIGURE 1.5 : Velocity stepping experiments conducted on a Westerly Granite rock interface. The sliding velocity on the rock interface is successively stepped from v_0 to v_1 and then from v_1 to v_0 . The normal stress is held constant at $\sigma = 5$ MPa. Between the steps, the sliding velocity is held constant at v_0 or v_1 , and the frictional shear stress is measured as a function of relative displacement along the rock interface. (a) : experimental results, (b) : prediction of equations (1.7) associated with the aging state evolution law (1.8). (c) : prediction of equations (1.7) associated with the slip version of the state evolution law (1.9). a and b are the rate-and-state friction parameters defined in equation (1.7), and d_c is the critical distance appearing in equations (1.8) and (1.9). From [Linker and Dieterich, 1992].

with time and slip that continuously renews the population of contacts. One of the most simple way to express such a dependence is to consider a frictional stress τ_f of the form :

$$\tau_f = \sigma \mu(v, \theta) = \sigma \left[\mu_0 + a \ln \frac{v}{v_0} + b \ln \frac{v_0 \theta}{d_c} \right], \quad (1.7)$$

where σ is the normal stress, μ_0 is a reference friction coefficient, a and b are non dimensional parameters, and v_0 is a normalizing constant. In order to account for the evolution of state with time or during sliding, it is necessary to specify a state evolution law, that is usually expressed in two different ways. The first one, called "aging-law" or "slowness-law" is given by :

$$\dot{\theta} = 1 - \frac{v\theta}{d_c} \quad \text{"aging-law"}, \quad (1.8)$$

where d_c is a characteristic distance. Note that for stationary contacts, $v = 0$, and the state variable increases linearly with time, leading to the logarithm dependence of frictional stress on time evidenced by [Dieterich, 1972]. Alternatively, [Ruina, 1983] proposed the following form of the state evolution law, usually referred as the "slip-law" :

$$\dot{\theta} = -\frac{v\theta}{d_c} \ln \frac{v\theta}{d_c} \quad \text{"slip-law"}. \quad (1.9)$$

In the particular case of steady-state sliding, $\dot{\theta}$ vanishes, and the two different evolution laws lead to a constant value of θ noted $\theta_{ss}(v) = d_c/v$. From equation (1.7), the corresponding steady-state frictional stress τ_f^{ss} is thus given by :

$$\tau_f^{ss} = \sigma \left[\mu_0 + (a - b) \ln \frac{v}{v_0} \right]. \quad (1.10)$$

From equation (1.10), steady state friction therefore exhibits two kinds of behavior depending on the sign of $a - b$ parameter : either velocity strengthening if $a - b > 0$, or velocity weakening if $a - b < 0$. These different regimes correspond to radically different stability properties as will be detailed in the next section. The set of constitutive equations (1.7) and (1.8) (or similarly (1.7) and (1.9)) account for the behavior observed during the velocity stepping experiments : from the state evolution laws (1.8) and (1.9), an instantaneous step in sliding velocity from v_1 to v_2 does not result in any change in θ , so that from (1.7), the corresponding stress variation scales as the logarithm of the sliding velocity change through the parameter a . During subsequent sliding at v_2 , θ evolves progressively with slip according to (1.8) or (1.9) from $\theta_1 = \theta_{ss}(v_1)$ to $\theta_2 = \theta_{ss}(v_2)$, over the characteristic slip d_c , leading to a similar tendency for the friction coefficient. The analytical expressions describing this evolution will be derived from (1.7), (1.8) and (1.9) in the second chapter, where they will be used to validate the numerical results obtained with our model.

As shown in figure 1.5, the two state evolution laws differ in their response to velocity step changes in the sense that the friction coefficient evolution predicted by the slip law is symmetric for positive and negative velocity changes, whereas the aging law predicts an asymmetric response. [Ampuero and Rubin, 2008b] also demonstrated that the two laws lead to very different nucleation regimes on 2D quasi-static elastic faults. These latter differences outlined by [Ampuero and Rubin, 2008b] will be further detailed in the second chapter of this manuscript, where we have used these nucleation regimes as numerical

benchmarks for our model. However, it seems difficult to discriminate the two laws on an experimental basis alone. The slide-hold-slide tests conducted by [Beeler et al., 1994] seem to favor the aging-law. On the other hand, velocity stepping experiments involving several orders of magnitude of slip rate change usually result in symmetric response between positive and negative steps, which better supports the slip-law [Blanpied et al., 1998 ; Bayart et al., 2006]. [Nakatani, 2001] also provides some evidences supporting the slip-law. In our modeling approach, we will use independently the two laws.

In addition to the slip rate and state variable dependence of the frictional stress, [Linker and Dieterich, 1992] investigated the effect of variable normal stress on the friction coefficient with a series of normal stress stepping experiments. Some selected results of their study are reported in figure 1.6. The main feature emerging from their observations is that in response to a normal stress step, friction coefficient experiences an instantaneous change that scales with the logarithm of the normal stress step amplitude, followed by a transient relaxation to a new constant level. By analogy with the velocity stepping experiments, they proposed that the main features of the effect of normal stress variation could be captured by the state variable, and consequently, they reformulated the state evolution laws as follows :

$$\boxed{\dot{\theta} = 1 - \frac{v\theta}{d_c} - \frac{\alpha\theta}{b\sigma}\dot{\sigma}} \quad \text{"aging-law"}, \quad (1.11)$$

$$\boxed{\dot{\theta} = -\frac{v\theta}{d_c} \ln \frac{v\theta}{d_c} - \frac{\alpha\theta}{b\sigma}\dot{\sigma}} \quad \text{"slip-law"}, \quad (1.12)$$

where α is a non-dimensional constant linking instantaneous normal stress variation to instantaneous state variable alteration. To that point, the state variable still evolves with time, slip history, but with normal stress as well.

The constitutive equations (1.7), (1.11) and (1.12) constitute a formulation of friction that takes into account all the experimental features described above, and in this sense, rate-and-state law are mainly considered as empirically derived. However, some attempts of micromechanical interpretation could be found in [Rice et al., 2001] and [Nakatani, 2001]. Their conclusions are summarized by [Segall, 2010]. We recall in the next paragraph the main points outlined by [Segall, 2010].

Assuming that the true microscopic contact points of the interface occupy an area $A_c \ll A$, where A is the macroscopic area of the interface, a net force balance leads to :

$$\begin{cases} \tau_c &= \frac{A}{A_c}\tau \\ \sigma_c &= \frac{A}{A_c}\sigma, \end{cases} \quad (1.13)$$

where τ and σ are the macroscopic shear and normal stresses acting on A , and τ_c and σ_c the shear and normal stresses acting on A_c . Therefore, the friction coefficient is given by :

$$\mu = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\tau_c}{\sigma_c}. \quad (1.14)$$

From this point, [Rice et al., 2001] and [Nakatani, 2001] considered the deformation at the contact points as a thermally activated creep process, so that the sliding velocity could be written as $v = v_0 \exp(-E/k_B T)$, v_0 being the frequency of thermally activated jumps times the characteristic displacement of each jump, k_B the Boltzmann constant, T the temperature and E the activation energy. This latter term depends on τ_c as $E = E_1 - \tau_c \Omega_0$, Ω_0 being an activation volume so that $\tau_c \Omega_0$ is the work

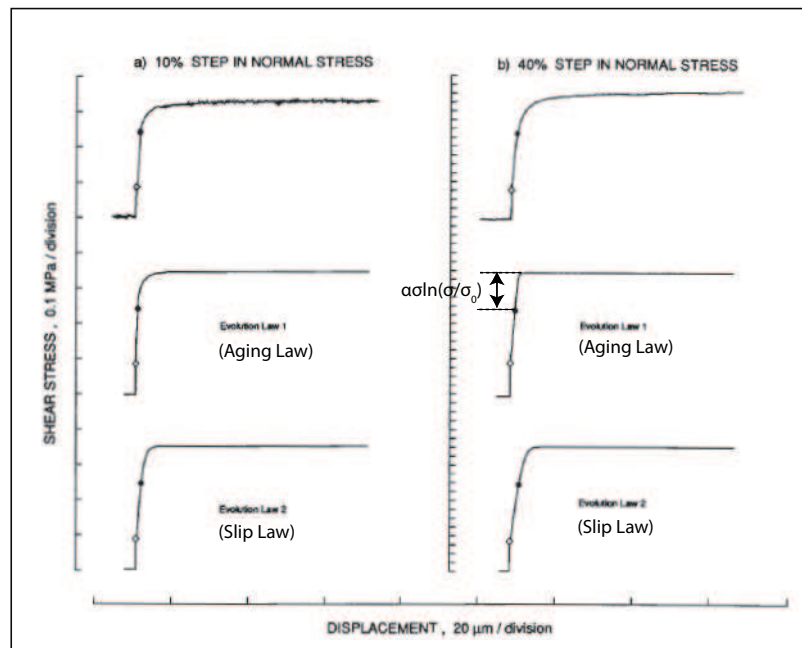


FIGURE 1.6 : Shear stress versus load point displacement during sudden steps of normal stress from σ_0 to σ conducted on a Westerly Granite rock interface. The load point velocity is maintained at $1\mu\text{m}/\text{s}$. Results for a 10% and a 40% increase in normal stress are presented (top). The diagrams labelled aging-law and slip-law correspond to the prediction of frictional evolution derived from equations (1.7), (1.11) and (1.12). α is the parameter relating normal stress variations to state variation in the state evolution laws (1.11) and (1.12). The theoretical curves are obtained for $\alpha = 0.2$. The reference normal stress is $\sigma_0 = 5\text{ MPa}$. The open diamonds indicate the elastic response of the system during the onset of the normal stress step, and the black circle indicates the departure of the record from the elastic loading curve. From [Linker and Dieterich, 1992].

done by shear stress during the activated process, and E_1 an activation energy. This assumption provides an expression of τ_c in terms of v so that the friction coefficient becomes :

$$\mu = \frac{\tau_c}{\sigma_c} = \frac{E_1}{\sigma_c \Omega_0} + \frac{k_B T}{\sigma_c \Omega_0} \ln \frac{v}{v_0}, \quad (1.15)$$

which provides a physical explanation for direct velocity effect of the rate-and-state friction law (1.7). On the other hand, experimental results obtained by [Dieterich and Kilgore, 1994], who directly observed the evolution of the true area of contact A_c during both stationary contact and velocity stepping experiments, support the log dependence of μ on the average contact time θ . [Dieterich and Kilgore, 1994] indeed showed that A_c increases as the logarithm of time during stationary contact, so that σ_c is inversely proportional to the logarithm of time after making use of equation (1.13). Such an increase in contact area could be explained by plastic deformation at a microscopic scale. Reinjecting this result into equation (1.15) leads approximately to :

$$\mu = \frac{\tau_c}{\sigma_c} = \frac{E_1 A_c^0}{A \sigma \Omega_0} + \frac{E_1 A_1}{A \sigma \Omega_0} \ln \frac{\theta}{\theta_0} + \frac{k_B T}{\sigma_c \Omega_0} \ln \frac{v}{v_0}, \quad (1.16)$$

where we have assumed that $A_c = A_c^0 + A_1 \ln \theta / \theta_0$. Furthermore, the $\ln v / v_0 \ln \theta / \theta_0$ term has been considered as a second order effect, so that equation (1.16) is equivalent to expression (1.7) of the rate-and-state frictional strength, providing that : $\mu_0 = E_1 A_c^0 / \sigma A \Omega_0$, $a = k_B T / \sigma_c \Omega_0$ and $b = E_1 A_1 / \sigma A \Omega_0$. This physical interpretation is further supported by the experimental values of a, b, μ_0 and A_1 / A_c^0 that lead to reasonable values of Ω_0 and E_1 once reinjected into these latter equations.

Finally, we point out that as mentioned by [Marone, 1998], rate-and-state friction theory is able to explain many aspects of the seismic cycle including earthquake nucleation [Dieterich, 1992 ; Rubín and Ampuero, 2005 ; Ampuero and Rubín, 2008b], coseismic rupture [Okubo, 1989], and postseismic afterslip [Marone et al., 1991]. More recently, [Helmstetter and Shaw, 2007] demonstrated that a spring and slider system governed by rate-and-state friction is able to produce slip instabilities, as well as slow slip events or stable afterslip, depending on the friction parameters a and b and on the stiffness of the spring. Rate-and-state framework also provides a physical interpretation of Omori law for aftershock decay [Dieterich, 1994]. The main difference between rate-and-state friction and other friction laws arises because in addition to the slip weakening behavior, it allows for a restrengthening of the faults so that re-locking after a slip instability is possible. Therefore, the entire seismic cycle could be modeled with this friction law. For all these reasons, we based our modeling of fault friction on rate-and-state framework.

We should point out that the velocity stepping experiments of [Dieterich, 1979] were conducted at low sliding velocity (between 0.1 and $1 \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$), so that the extrapolation of the rate-and-state friction to the entire seismic cycle could be problematic. In particular, recent laboratory experiments conducted by [Tsumumi and Shimamoto, 1997] evidenced the occurrence of additional weakening at high slip speeds due to shear heating, and such weakening effects have already been incorporated in rate-and-state models of faults [Noda and Lapusta, 2013]. However, we ignore this complexity in our model.

1.2.2 Modeling Frictional Heterogeneity

The discussion developed in the previous section leads us to assume that frictional stress τ_f acting on the fault segment S obeys the rate-and-state friction law (1.7). Furthermore, the main objective of the model developed here is to study heterogeneous faults consisting in seismic asperities embedded in a stable creeping matrix. As mentioned in the introduction, such a conceptual model of fault is motivated by the observations of repeating earthquakes [Nadeau and Johnson, 1998 ; Igarashi et al., 2003 ; Lengliné et al., 2009], as well as by field evidence of heterogeneous fault zone material in exhumed subduction

channels reported by [Fagereng and Sibson, 2010]. In order to model seismic asperities and creeping segments on the fault S in the rate-and-state framework, we will mainly use the stability properties of this friction law. Therefore, in the following parts of this section, we will first recall how slip stability is controlled by a and b parameters of the rate-and-state friction law and by a set of characteristic length scales. Then, we will show how these properties could be used to construct a continuous model of fault hosting heterogeneous material, in a way similar to what is done by [Kato, 2003, 2004, 2007 ; Chen and Lapusta, 2009 ; Ariyoshi et al., 2012]. We will end up this with an expression of the frictional stress τ_s acting on S that takes into account the existence of seismic asperities and creeping segments.

1.2.2.1 Stability of steady-sliding under rate-and-state friction

It has been mentioned in the previous section that depending on the sign of $a - b$, the frictional system governed by equations (1.7), (1.8) and (1.9) exhibit very different stability properties. In their study of the linear stability of steady sliding, [Rice and Ruina, 1983] and [Ruina, 1983] demonstrated that a spring-and-slider system obeying velocity strengthening frictional properties ($a - b > 0$) is unconditionally stable to small perturbations. On the other hand, when the motion of the slider is resisted by velocity weakening frictional properties ($a - b < 0$) slip instabilities can develop for a sufficiently small spring stiffness. The authors derived the following expression for the critical stiffness k_c in terms of friction parameters :

$$k_c = \frac{(b - a)\sigma}{d_c}. \quad (1.17)$$

Non linear stability analysis of the spring and slider system performed by [Gu et al., 1984] for the slip-law and by [Ranjith and Rice, 1999] and [Helmstetter and Shaw, 2007] for the aging law showed that the critical stiffness k_c still controls the stability of velocity-weakening friction. However, for large perturbations that move the system far from steady state, slip instabilities can develop even for $k > k_c$. In a continuous elastic medium, the stiffness of a fault patch is inversely proportional to its size, and the existence of a critical stiffness is equivalent to a minimum critical fault patch size for seismic instability to occur.

Furthermore, in his study of the nucleation on a 2D quasi-static elastic fault governed by the aging state evolution law, [Dieterich, 1992] demonstrated that during the nucleation process, accelerating slip localizes over a fault patch that scales on the critical length L_b defined by :

$$L_b = \frac{Gd_c}{b\sigma}, \quad (1.18)$$

where G is the shear modulus of the elastic medium. L_b is interpreted as the length scale that corresponds to the stiffness k_b , i.e. the minimum stiffness for slip acceleration in the one-dimensional spring and-slider system. More recently, [Rubin and Ampuero, 2005] and [Ampuero and Rubin, 2008b] extended the work of [Dieterich, 1992] by identifying four different regimes of nucleation on 2D elastic-faults depending on the state-evolution law and the ratio between a and b friction parameters. Moreover, each regime of nucleation k could be characterized by a characteristic localization length L_k . These regimes of nucleation are detailed in the second chapter of this manuscript, where the different expressions of L_k are provided.

1.2.2.2 Asperities vs. Stable Fault Creep : Heterogeneities of $a - b$

In order to model seismic asperities on the fault S , we use the stability properties mentioned above by assigning velocity weakening friction properties $(a - b) < 0$ to supercritical fault patches, as shown in figure 1.1. More precisely, the characteristic size of each asperity is required to exceed the critical length for nucleation L_k defined by [Ampuero and Rubin, 2008b], and corresponding to the regime of nucleation expected. Moreover, the asperities are surrounded by stable aseismic creep modeled by velocity strengthening properties $(a - b) > 0$. Assuming circular asperities with radius R , the condition for allowing earthquake nucleation is :

$$\boxed{R > \frac{L_k}{2}}. \quad (1.19)$$

The approach developed here is similar to what has been implemented by [Kato, 2003, 2004] to model repeaters along subducting interface, and by [Chen and Lapusta, 2009] to model Parkfield repeaters. Note that the attribution of velocity weakening properties to small asperities embedded in otherwise strengthening segments is in contradiction with the conclusions of [Blanpied et al., 1995] who demonstrated the dependence of $a - b$ parameter on temperature and hence on the depth in the crust. However, [Marone et al., 1990] and [Marone, 1998] showed that velocity strengthening properties could also arise from the existence of a thick gouge layer in the fault zone, while bare rock surfaces are mostly velocity weakening. The conclusions of [Marone et al., 1990] allows to consider that $a - b$ heterogeneity represents heterogeneity of gouge layer thickness within the fault instead of temperature heterogeneity, so that regions of bare rock contact constitute seismic asperities.

In all the studies presented in this manuscript, we will refer to the velocity-weakening ($a - b < 0$) super-critical patches on S as asperities characterized by friction parameters a_w and b_w , and we will define as anti-asperity the remaining velocity strengthening ($a - b > 0$) areas surrounding the asperities, characterized by friction parameters a_s and b_s . Denoting S_a the total area covered by the asperities and S the area of the entire fault segment S , we define the density of asperity ρ_a as the relative proportion of velocity-weakening asperities on the fault, so that :

$$\boxed{\rho_a = \frac{S_a}{S}}. \quad (1.20)$$

1.2.2.3 Continuity

Another requirement of this modeling approach is to construct a continuous model where the computational cells on the fault are not independent. In other words, the isolated acceleration of a single computational cell towards high seismic slip velocity is prevented, and an earthquake should necessarily involve several elementary fault patches. This continuity condition is achieved as long as the characteristic dimension h of the cells is sub-critical with respect to the characteristic length scales for unstable slip described above. Therefore, in order to prevent isolated ruptures of individual cells and to have a satisfying resolution in the nucleation process, the size of the computational cells will have to be several times smaller than the critical length L_k defined by [Ampuero and Rubin, 2008b], so that :

$$\boxed{h < L_k} \quad (1.21)$$

These resolution issues will be further discussed in the next chapter of the manuscript.

1.2.2.4 Frictional Stress τ_f

As mentioned at the beginning of this section, we will now give an expression of the frictional stress on S that takes into account an heterogeneous distribution of $a - b$ parameter to model asperities and creeping segments. For that, we will rewrite the expression of laboratory derived rate-and-state frictional stress (1.7) assuming that the normalizing constant v_0 is given by $v_0 = v_p$, so that μ_0 is the friction coefficient characterizing a steady state motion on the fault S at the loading rate v_p . Furthermore, we will use an alternative equivalent formulation of the frictional stress τ_f by replacing the state variable θ by Θ defined as :

$$\Theta = \ln \frac{\theta v_p}{d_c}. \quad (1.22)$$

According to the results of [Dieterich and Kilgore, 1994] mentioned in the previous section, Θ could be interpreted as the true area of contacts characterizing the sliding interface. Θ is indeed proportional to the logarithm of the average contact time θ . Using Θ instead of θ , the frictional stress at point \mathbf{x} and instant t on the fault is given by :

$$\tau_f(\mathbf{x}, t) = \sigma(\mathbf{x}, t) \left[\mu_0 + a(\mathbf{x}) \ln \frac{v(\mathbf{x}, t)}{v_p} + b(\mathbf{x}) \Theta(\mathbf{x}, t) \right], \quad (1.23)$$

where the evolution of Θ with time, slip rate history and normal stress is controlled by one of the two different state evolution laws :

$$\dot{\Theta}(\mathbf{x}, t) = \frac{v_p}{d_c} \exp[-\Theta(\mathbf{x}, t)] - \frac{v(\mathbf{x}, t)}{d_c} - \frac{\alpha \dot{\sigma}(\mathbf{x}, t)}{b(\mathbf{x}) \sigma(\mathbf{x}, t)} \quad \text{"aging-law"}, \quad (1.24)$$

$$\dot{\Theta}(\mathbf{x}, t) = -\frac{v(\mathbf{x}, t)}{d_c} \left[\Theta(\mathbf{x}, t) + \ln \frac{v(\mathbf{x}, t)}{v_p} \right] - \frac{\alpha \dot{\sigma}(\mathbf{x}, t)}{b(\mathbf{x}) \sigma(\mathbf{x}, t)} \quad \text{"slip-law"}. \quad (1.25)$$

Equation (1.23) along with the aging-law (1.24) or the slip-law (1.25) for state evolution form a set of constitutive equations describing the evolution of frictional stress on S . In these equations, it is assumed that frictional stress τ_f , normal stress σ , slip velocity v and state variable Θ depend on both the position along the fault \mathbf{x} and on the time t . On the other hand, frictional parameters a and b are considered constant in time but spatially variable, so that they represent frictional heterogeneity along S that remain stable in time and thus could be associated with heterogeneous fault material. Since the critical distance d_c and the reference friction coefficient are assumed homogeneous over the fault, the only way to introduce non uniform frictional stress is therefore through a and b parameters, as detailed above and in figure 1.1.

1.2.3 Notations

In order to simplify the notations in the remaining chapters of this manuscript, we define here several normalized quantities that will be used in the analytical developments related to the different applications of this study. First, we define φ as :

$$\varphi = \ln \frac{v}{v_p}, \quad (1.26)$$

where v is the sliding velocity, and v_p the slip rate imposed at $z = w/2$. Then, we will also use the normalized stress ψ defined as :

$$\psi = \frac{\tau - \mu_0 \sigma}{\mu_0 \sigma}, \quad (1.27)$$

where τ corresponds to any kind of shear stress (frictional or elastic), μ_0 is the reference friction coefficient, and σ the normal stress acting on S . In particular, ψ_{ss} denotes the normalized frictional stress at steady state written as :

$$\psi_{ss} = \frac{\tau_{ss} - \mu_0 \sigma}{\mu_0 \sigma} = \frac{a - b}{\mu_0} \varphi. \quad (1.28)$$

Finally, we will use the notation introduced by [Rubin and Ampuero, 2005] by defining the variable Ω as :

$$\Omega = \frac{v \theta}{d_c}, \quad (1.29)$$

where θ is the state variable and d_c the critical slip distance characterizing the rate-and-state friction law. Note that according to the state evolution laws (1.8) and (1.9), steady state friction is defined by $\Omega = 1$. In the next section, we derive an expression for the elastic shear stress τ_e that balances the frictional stress τ_f during sliding on S .

1.3 Quasi-Dynamic Elastic Interactions

In this section, we focus on the elastic shear stress acting on the fault surface S , which could be separated in a static component and a dynamic component. We will therefore first discuss the static contribution, then the dynamic one. In order to understand the different terms of the static stress interactions, we consider the simplified 2D fault system represented in figure 1.7 : the global displacement field could be separated into a rigid motion at v_p that does not generate any stress (figure 1.7a), a one dimensional system consisting of a uniform slip on S and a uniform vanishing slip on $z = \pm w/2$ generating a uniform stress τ_{tect} on S (figure 1.7b), and a 2D system associating a displacement field on S of vanishing mean value and zero displacement on the boundaries $z = \pm w/2$ (figure 1.7c). This latter term generates a non-uniform stress field τ_{es} on S . In the next sections, we derive successively the expressions of τ_{tect} and τ_{es} before considering the dynamic component τ_{in} component of the stress interactions.

1.3.1 Tectonic Loading τ_{tect}

In a first step, we derive the loading stress τ_{tect} acting on the fault S due to tectonic motion imposed at a distance $\pm w/2$ from S (see figure 1.1b). This kind of tectonic loading has already been implemented in previous models of fault by [Horowitz and Ruina, 1989] or [Ziv and Cochard, 2006]. According to the decomposition represented in figure 1.7, we have to consider the system represented in figure 1.7b, where the displacement field is invariant in the x and y direction so that the only non vanishing component of stress τ_{xz} is uniform on S . Since the displacement field is odd, we will assume that $\delta(\mathbf{x}, t) = 2u(\mathbf{x}, 0^+, t)$ and write τ_{tect} in the following way :

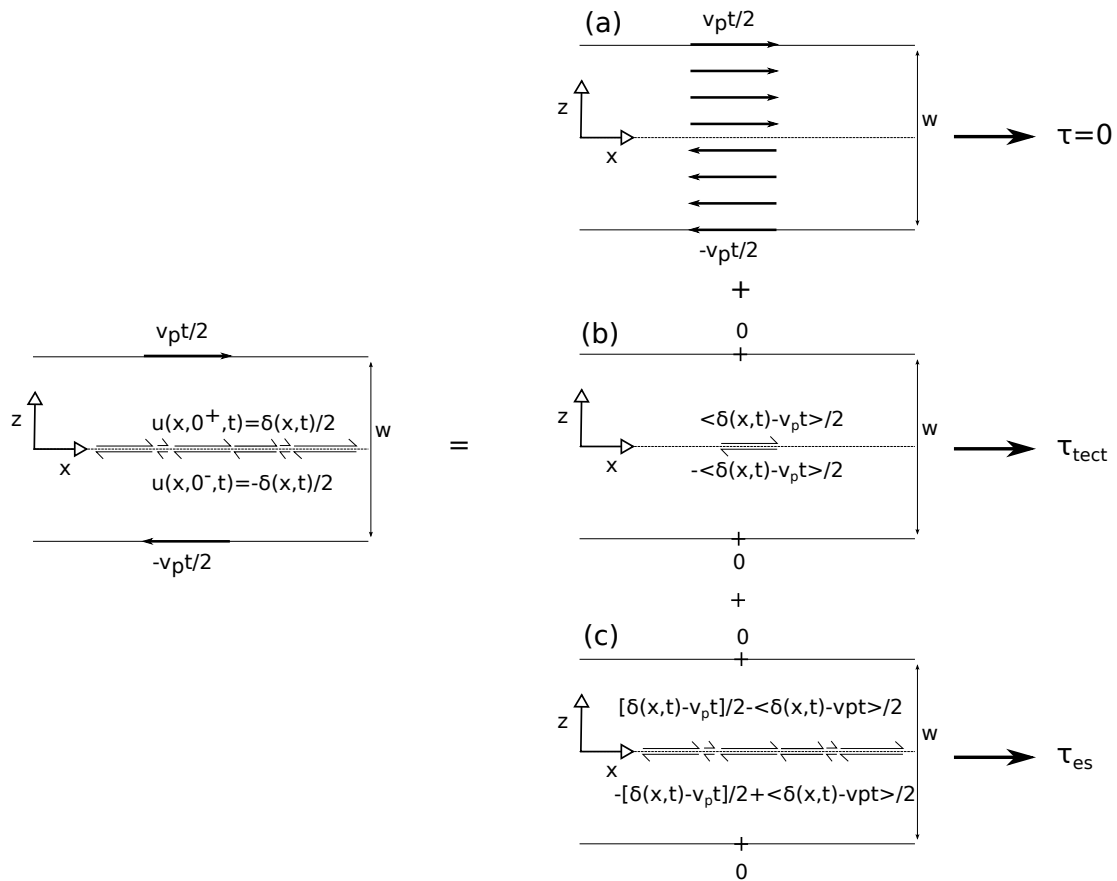


FIGURE 1.7 : Simplified 2D diagrams of the fault system presented in figure 1.1. The displacement field represented on the left could be decomposed into three different displacement fields (a), (b) and (c) that generate the static elastic stresses τ , τ_{tect} and τ_{es} . In all the diagrams, the displacement field is odd with respect to y coordinate. (a) rigid block motion at v_p . (b) one dimensional displacement field involving the spatially averaged value of the dislocation δ . Spatially average is mentioned by the symbol averaged. (c) displacement field of vanishing spatially averaged value.

$$\boxed{\tau_{tect}(\mathbf{x}, t) = \frac{G}{w} [v_p t - \delta_m(t)]} \quad (1.30)$$

where $\delta_m(t)$ corresponds to the averaged value of $\delta(\mathbf{x}, t)$ over the fault S , which could be written as :

$$\delta_m(t) = \frac{1}{S} \int_S \delta(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}. \quad (1.31)$$

However, for a matter of computational cost, we have used in all the simulations presented in this manuscript $\delta(\mathbf{x}, t)$ instead of $\delta_m(t)$ in expression (1.32) so that :

$$\tau_{tect}(\mathbf{x}, t) = \frac{G}{w} [v_p t - \delta(\mathbf{x}, t)]. \quad (1.32)$$

Such an approximation might generate an additional stress on the fault for a non uniform slip distribution. However, we will show in the next section that the error associated with the approximation (1.32) is negligible as long as the fault length L is small compared to the slab thickness w (see section 1.3.2.8). Furthermore, in the second chapter of this manuscript, we perform numerical tests that compare the solutions obtained with equation (1.30) and (1.32). At the time of this writing, the numerical model has been modified to take into account equation (1.30), and therefore we will use this more accurate formulation in the remaining parts of this chapter presenting the numerical method implemented here. In the following section, we focus on the stress generated by slip gradients in the fault plane $z = 0$.

1.3.2 Elastostatic Kernel τ_{es}

1.3.2.1 Definition

In this part, we recall the equations that formalize the elastostatic component of the interactions between all the points on the fault S , in the situation depicted in figure 1.7c. Note that the uniform component of the displacement field in this situation does not generate any stress at all. The stress-displacement relation assumed here and derived by [Maruyama, 1964], is the same as what has already been implemented by [Kato, 2003]. Following these authors, we assume that the elastostatic shear stress τ_{es} at (\mathbf{x}, t) is given by :

$$\tau_{es}(\mathbf{x}, t) = \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0, \quad (1.33)$$

where the kernel $\kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ is the shear stress τ_{xz} at \mathbf{x} induced by a unit displacement at \mathbf{x}_0 on the fault S and on all images of \mathbf{x}_0 in the periodic geometry described in the first section of this chapter. Therefore, we will refer to κ as the periodised kernel given by :

$$\kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \kappa_N(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (1.34)$$

κ_N being expressed as follows :

$$\kappa_N(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0 + \mathbf{ij}), \quad (1.35)$$

where we have assumed $2N + 1$ by $2N + 1$ identical fault segments S on the $(x0y)$ plane. $\kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{0ij})$ in equation (1.35) is referred as the non-periodised kernel, corresponding to the stress generated at \mathbf{x} by a unit slip at point $\mathbf{x}_{0ij} = (x_0 + iL, y_0 + jL)$, L being the spatial period of the structures on the fault plane $(x0y)$. κ_{np} is nothing else than the Green function defined by [Maruyama, 1964] and [Kato, 2003]. Following [Maruyama, 1964] and [Kato, 2003], κ_{np} is given by :

$$\kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \frac{G}{4\pi} \left[\frac{2(1 - \alpha_0)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^3} - \frac{3(1 - 2\alpha_0)(x - x_0)^2}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0|^5} \right], \quad (1.36)$$

where G is the shear modulus of the elastic medium, and α_0 a non-dimensional function of the Lamé parameters λ, G given by :

$$\alpha_0 = \frac{\lambda + G}{\lambda + 2G}. \quad (1.37)$$

In the computation of the elastic kernel κ , the elastic medium is assumed to behave like a Poisson solid, so that $\lambda = G$, and α_0 reduces to $\alpha_0 = 2/3$.

Furthermore, in the model presented here, the computation of the periodised elastic kernel is performed numerically by assuming that, for a large enough value of N , κ is approximately obtained by :

$$\kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \simeq \kappa_N(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0). \quad (1.38)$$

In the following section, we provide an estimation of the residual stress associated with the truncation of the infinite sum.

Moreover, it should be noticed that the Green function κ_{np} defined by equation (1.36) corresponds to the green function derived for an elastic half space, and not for the finite geometry assumed here (imposed slip rate boundary condition at $w/2$, see figure 1.1a). However, we will show in the following that the error introduced by the boundary condition at $w/2$ is negligible as long as the thickness w of the slab is large compared to the fault dimension L .

In the following paragraphs of section 1.3.2, we first derive some particular elastostatic solutions that will be used in the remaining parts of the manuscript. The first of these solutions will allow to recall an important property that has to be satisfied by the elastostatic kernel. Then we derive an expression for the error associated with the truncation of the sum in the estimation of κ , as well as the error introduced by the finite slab width (imposed slip rate condition at $w/2$). Finally, we discuss how the periodic geometry might be used to analyze more realistic boundary conditions.

1.3.2.2 Rectangular Dislocation Typical Stress $\tau_{L,L}$

In order to compute the slip and stress evolution resulting from tectonic loading, the fault segment S will be divided in rectangular cells of size $(\Delta x, \Delta y)$ considered as individual dislocations. For that reason, the numerical computation requires an expression of the stress generated at point $\mathbf{x} \neq \mathbf{x}_0$ by a unit dislocation of size $(\Delta x, \Delta y)$ centered on \mathbf{x}_0 . We denote this stress field $\tau_{\Delta x, \Delta y}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$. Δu being the amplitude of the dislocation, we have :

$$\tau_{\Delta x, \Delta y}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \Delta u \int_{\mathcal{D}} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \xi) d\xi, \quad (1.39)$$

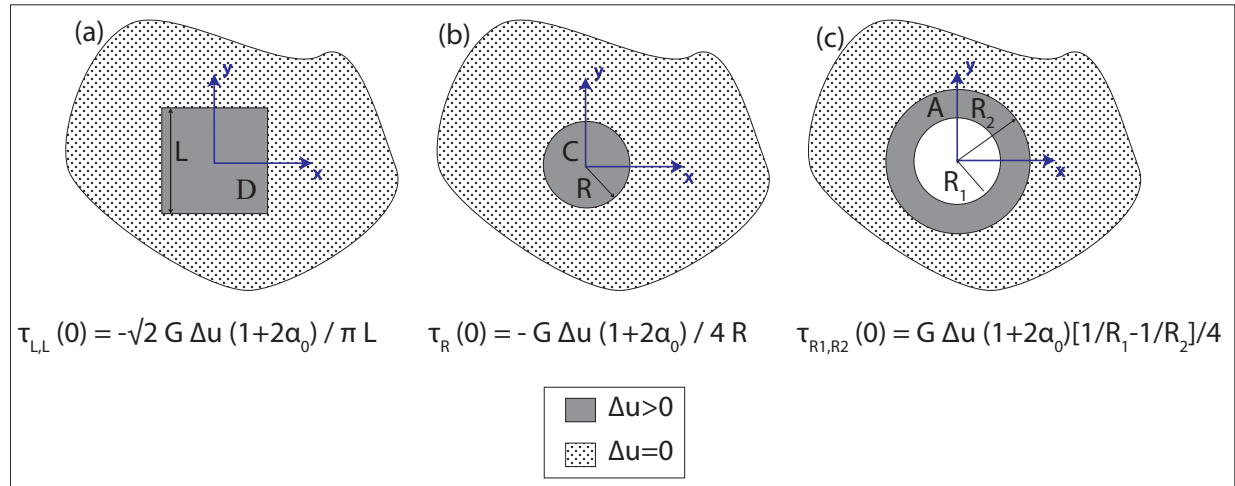


FIGURE 1.8 : Schematic diagram showing three types of dislocations, and the resulting stress at point $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. Δu indicates the amplitude of slip on the dislocation. (a) : Rectangular dislocation \mathcal{D} of dimension L . (b) : Circular dislocation \mathcal{C} of radius R . (c) : Annular dislocation located between radii R_1 and R_2 . $\tau_{L,L}$, τ_R and τ_{R_1,R_2} are the stress generated at $\mathbf{x} = \mathbf{0}$. All the parameters are defined in the main text.

where \mathcal{D} is the rectangular domain of the dislocation centered on \mathbf{x}_0 . After carrying out the integration, we end up with :

$$\tau_{\Delta x, \Delta y}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = \frac{G \Delta u}{4\pi} [f(x - x_1, y - y_2) - f(x - x_1, y - y_1) + f(x - x_2, y - y_1) - f(x - x_2, y - y_2)] \quad (1.40)$$

where f is the function defined by :

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{xy} - (1 - 2\alpha_0) \frac{y}{x\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (1.41)$$

and $(x_i, y_j), (i, j) \in \{1, 2\}^2$ are given by :

$$\begin{cases} x_1 = x_0 - \Delta x/2 \\ y_1 = y_0 - \Delta y/2 \\ x_2 = x_0 + \Delta x/2 \\ y_2 = y_0 + \Delta y/2. \end{cases} \quad (1.42)$$

In particular, we will use in the next sections the value of $\tau_{\Delta x, \Delta y}$ at the center of a dislocation characterized by $\Delta x = \Delta y = L$, as represented in figure 1.8a. This value is given by :

$$\tau_{L,L}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = -\frac{\sqrt{2}}{\pi} G \Delta u (1 + 2\alpha_0) \frac{1}{L} \quad (1.43)$$

1.3.2.3 Uniform Slip on an Infinite Plane

One important property to be verified by the elastic kernel is the fact that uniform slip over an infinite plane does not generate any stress on any location of the fault. Since we have :

$$\forall (i, j) \in \{1, 2\}^2, \quad \lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow +\infty} f(x - x_i, y - y_j) = 0 \quad (1.44)$$

this property is satisfied, and could be reformulated in the following equivalent manners :

$$\boxed{\lim_{\Delta x, \Delta y \rightarrow +\infty} \tau_{\Delta x, \Delta y}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) = 0}, \quad (1.45)$$

$$\boxed{\int_{xOy} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = 0}, \quad (1.46)$$

$$\boxed{\int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = 0}. \quad (1.47)$$

1.3.2.4 Circular Dislocation Typical Stress τ_R

In addition to the shear stress generated by a rectangular dislocation (1.40), several developments of this manuscript require the expression of stress generated at \mathbf{x}_0 by a circular dislocation \mathcal{C} of radius R centered on \mathbf{x}_0 and characterized by slip Δu . This dislocation is represented in figure 1.8b . We will call this stress $\tau_R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)$, and we have :

$$\tau_R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = \Delta u \int_{\mathcal{C}} \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \xi) d\xi. \quad (1.48)$$

Recalling that a uniform slip does not generate any stress on \mathbf{x}_0 , equation (1.46) leads to :

$$\tau_R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = -\Delta u \int_{\bar{\mathcal{C}}} \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \xi) d\xi, \quad (1.49)$$

where $\bar{\mathcal{C}}$ denotes the complementary part of \mathcal{C} on the infinite plane (xOy). The integral can be calculated as follows : considering the polar coordinates ($r = |\mathbf{x}_0 - \xi|$, $\phi = (\mathbf{x}_0 - \xi, \mathbf{e}_x)$) centered on \mathbf{x}_0 , and reinjecting expression (1.36) of κ_{np} into the expression of τ_R , we end up with :

$$\tau_R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = -\Delta u \int_R^{+\infty} \int_0^{2\pi} \frac{[2(1 - \alpha_0) - 3(1 - 2\alpha_0) \cos \phi]}{r^2} dr d\phi, \quad (1.50)$$

which finally reduces to :

$$\boxed{\tau_R(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = -\frac{G\Delta u}{4}(1 + 2\alpha_0)\frac{1}{R}}. \quad (1.51)$$

1.3.2.5 Annular Dislocation Typical Stress τ_{R_1, R_2}

In the next chapters, the expression of stress at \mathbf{x}_0 induced by a uniform annular dislocation \mathcal{A} characterized by slip Δu located between radius R_1 and R_2 will be needed. Such an annular dislocation is represented in figure 1.8c. We call such a stress τ_{R_1, R_2} , and we remark that it could be obtained from equation (1.51) estimated with the radius R_1 and the radius R_2 respectively. The difference between those expressions is simply τ_{R_1, R_2} and we end up with :

$$\tau_{R_1, R_2}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = \frac{G\Delta u}{4}(1 + 2\alpha_0) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]. \quad (1.52)$$

In the next chapters of this manuscript, we will often use the following notation :

$$\tau_{R_1, R_2}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = k_a \Delta u, \quad (1.53)$$

where the stiffness k_a is given by :

$$k_a = \frac{G}{4}(1 + 2\alpha_0) \left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right]. \quad (1.54)$$

1.3.2.6 Truncation Error of the Elastic Kernel ϵ_N

Here we examine the residual stress associated with the finite repetition of the fault S . In the previous section, we have already mentioned that a uniform slip should not generate any stress on the fault. In the simulations conducted here, we use a finite sum κ_N of the non-periodised elastic kernel κ_{np} to approximate the periodised kernel κ , meaning that instead of a fault of infinite dimensions, we consider a square dislocation centered on \mathbf{x}_0 of size $(2N + 1)L$, L being the size of S , and N the number of images of S in each direction. Thus, when uniform displacement occurs on fault S , an additional stress τ_N is generated, and an order of magnitude for this term could be estimated from expression (1.43) that leads to :

$$\tau_N \sim -\frac{\sqrt{2}}{\pi} G \Delta u (1 + 2\alpha_0) \frac{1}{(2N + 1)L}, \quad (1.55)$$

where Δu is the amplitude of the dislocation. τ_N could be compared to the stress drop $\Delta\tau_L$ associated with a rectangular dislocation characterized by the same amount of slip, but which size represents the typical size of the asperities located on S . We will therefore use L as an upper bound for this latter dimension. From equation (1.43), this stress drop associated with slip Δu on the asperity is proportional to $1/L$, and the ratio ϵ_N between τ_N and $\Delta\tau_L$ is given by :

$$\epsilon_N \sim \frac{1}{2N + 1}. \quad (1.56)$$

The ratio ϵ_N is what we define as the truncation error of the elastic kernel. In all the simulations conducted in this manuscript, we used $N = 500$, leading to $\epsilon_{500} \sim 10^{-3}$. Therefore, the additional stress induced by the truncation of the sum κ_N is negligible compared to the typical stress drop affecting the structures on S . Moreover, this additional stress could also be seen as an other loading contribution that is added to the tectonic loading τ_{tect} given by equation (1.30).

1.3.2.7 Finite Geometry Approximation Error ϵ_w

The Green function κ_{np} used to compute the elastic kernel κ of equation (1.33) is a Green function derived by [Maruyama, 1964] for an elastic half-space, and therefore, the use of a finite geometry in which the slip rate is controlled at a distance $w/2$ from the fault plane introduces some error in the estimation of the elastic interactions. To quantify this effect, we consider the simplified anti-plane 2D situation, that approximately accounts for the slip profiles during a seismic cycle on the heterogeneous fault S . In this 2D model, the fault situated at $y = 0$ separates two elastic slabs of thickness $w/2$, and the only non vanishing component of displacement is in the z direction. We impose the displacement $\delta(x)$ at $y = 0$ in the form of a standing wave of amplitude Δu so that :

$$\delta(x) = \Delta u \cos(kx). \quad (1.57)$$

with $k = 2\pi/L$, L being the size of the fault plane S . Following [Horowitz and Ruina, 1989], in this finite geometry, the slip $\delta(x)$ and the shear stress $\tau(x)$ on the fault are related by :

$$\tau(x) = -\frac{G|k|}{2 \tanh(|k|w/2)} \delta(x). \quad (1.58)$$

Alternatively, in the case of a semi infinite elastic half space we have :

$$\tau_\infty(x) = -\frac{G|k|}{2} \delta(x), \quad (1.59)$$

where $\tau_\infty(x)$ refers to the shear stress on the $y = 0$ in the semi infinite geometry. Thus, the ratio between the amplitude of the stress wave $\Delta\tau$ in each geometry is :

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_\infty} = \frac{1}{\tanh(|k|w/2)} = \frac{1 + e^{-|k|w}}{1 - e^{-|k|w}}. \quad (1.60)$$

Then, we define the error ϵ_w in shear stress introduced in our simulations by the finite geometry by :

$$\epsilon_w = \left| 1 - \frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_\infty} \right|, \quad (1.61)$$

which reduces to :

$$\boxed{\epsilon_w = \frac{2e^{-|k|w}}{1 - e^{-|k|w}}}. \quad (1.62)$$

From this latter equation, the error introduced by the use of a Green function of the elastic half space for our finite geometry is negligible as long as $|k|w \gg 1$, that is, $L \ll w$. In particular, for $w \sim 3$ km and $L \sim 1$ km, we end up with $\epsilon_w \sim 10^{-8}$. Furthermore, the value of ϵ_w obtained by this method is slightly over estimated because we considered the largest possible wavelength of a slip profile over the fault S , and because stress decays more rapidly in a 3D medium than in 2D.

1.3.2.8 Tectonic Approximation Error ϵ_{tect}

In order to estimate the error ϵ_{tect} associated with the use of equation (1.32) instead of (1.30), let us consider again the 2D situation described in the previous section where slip on the fault S is prescribed as a standing wave of amplitude Δu . According to the previous section, the amplitude $\Delta\tau$ of the corresponding standing wave of stress on S is approximately given by :

$$\Delta\tau \sim \frac{G|k|}{2}\Delta u, \quad (1.63)$$

as long as $L \ll w$. On the other hand, the additional stress $\Delta\tau_{tect}$ generated by the use of equation (1.32) is in this context of the order of :

$$\Delta\tau_{tect} \sim \frac{G}{w}\Delta u. \quad (1.64)$$

In this framework, (1.32) is a good approximation of (1.30) as long as $\Delta\tau_{tect}$ is a negligible fraction of $\Delta\tau$, that is, as long as the ratio $\epsilon_{tect} = \Delta\tau_{tect}/\Delta\tau$ is much smaller than one, which leads to :

$$\boxed{\epsilon_{tect} = \frac{2}{|k|w} \ll 1}. \quad (1.65)$$

This latter condition is verified as long the largest wavelength of the displacement field is much smaller than w .

1.3.2.9 Periodic vs. Non Periodic Fault Geometry

In this section, we consider the periodic geometry represented in figures 1.2a' and 1.2b', with either locked or steadily slipping barriers between each image of S , and we derive in which conditions such a distribution of fault segments provides a satisfying approximation of the fault systems represented in figures 1.2a and 1.2b. In other words, we derive an estimate of the average stress induced on S by slip on its images. For that, we consider the simplified model represented in figure 1.9 consisting of identical circular fault segments of radius $L_0/2$ regularly distributed on a cartesian grid and separated by the distance L . The fault patch of interest S is centered on \mathbf{x}_0 .

Then, we assume a uniform slip Δu on each circular fault segment. In these conditions, the contribution τ_{ij} of the image fault S_{ij} centered on \mathbf{x}_{0ij} to the stress at \mathbf{x}_0 is given by :

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}_0) = \int_{S_{ij}} \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \xi) d\xi. \quad (1.66)$$

The asymptotic condition $L \gg L_0$ leads to consider to the first order that $\xi \sim \mathbf{x}_{0ij}$ for every point on S_{ij} . Thus, to the first order, $\kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \xi) \sim \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{0ij})$, and the Green function could be taken out of the integral, so that we have :

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}_0) \sim \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{0ij}) S_{ij} = \frac{\pi}{4} L_0^2 \kappa_{np}(\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_{0ij}), \quad (1.67)$$

which becomes, after making use of the expression (1.36) for κ_{np} and assuming $\alpha_0 = 2/3$:

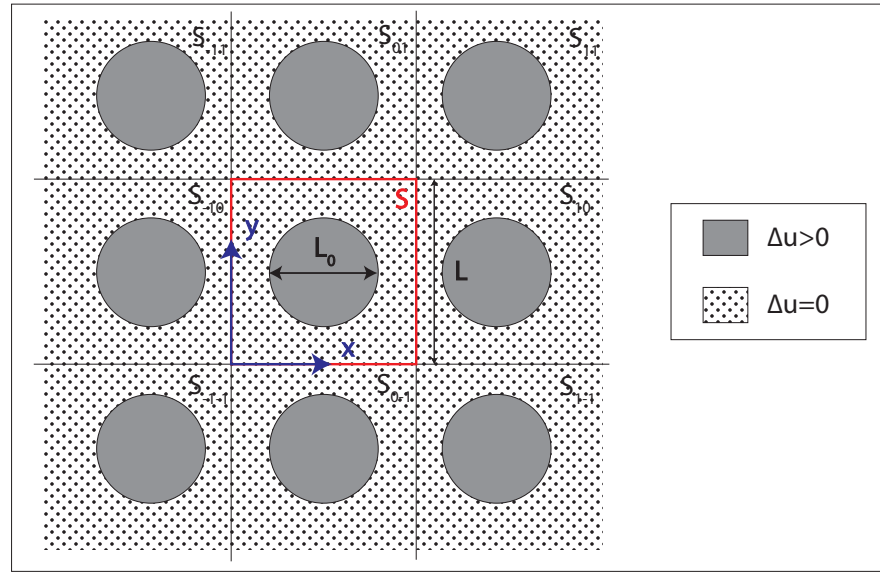


FIGURE 1.9 : Schematic diagram showing a set of circular dislocations of radius $L_0/2$ regularly distributed on the cartesian grid (x, y) with spacing L . S_{ij} indicates image of S centered at \mathbf{x}_{0ij} .

$$\tau_{ij}(\mathbf{x}_0) \sim \frac{G\Delta u L_0^2}{48L^3} \frac{5i^2 + 2j^2}{(i^2 + j^2)^{5/2}}. \quad (1.68)$$

The global effect τ_s of the images of S is obtained by summing the τ_{ij} , and we end up with :

$$\tau_s(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N \tau_{ij}(\mathbf{x}_0) = \frac{7G\Delta u L_0^2}{48L^3} I_N, \quad (1.69)$$

where I_N is defined by :

$$I_N = \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N \frac{i^2}{(i^2 + j^2)^{5/2}}, \quad (1.70)$$

where $(i, j) \neq (0, 0)$. At this time, we did not find an explicite expression of I_N . However, present in appendix A a method to derive an upper bound for this sum. Reinjecting the result (A.5) obtained in appendix A into equation (1.69), we obtain the maximum value τ_s^{max} of τ_s :

$$\tau_s^{max}(\mathbf{x}_0) = \frac{7G\Delta u L_0^2}{48L^3} \left(2 - \frac{3}{2\sqrt{2}}\right). \quad (1.71)$$

To this point, we recall that equation (1.71) provides an approximation of the stressing effect at $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$ associated with the images of the fault S . In order to obtain the approximate condition on L_0/L allowing to neglect the multiple images effect, $\tau_s^{max}(\mathbf{x}_0)$ has to be compared to the stress $\tau_{L_0/2}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0)$ induced by the slip Δu occurring on a circular portion S_0 of S centered on the origin. From equation (1.51), we have :

$$\tau_{L_0/2}(\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_0) = -\frac{G\Delta u}{4} (1 + 2\alpha_0) \frac{1}{R}. \quad (1.72)$$

The stressing effect could be neglected as long as τ_s^{max} is negligible compared to the magnitude of $\tau_{L_0/2}$. Assuming that $\alpha_0 = 2/3$, this latter condition reduces to :

$$\boxed{\frac{L_0}{L} \ll \left[\frac{16\sqrt{2}}{4\sqrt{2}-3} \right]^{1/3}}. \quad (1.73)$$

The right and side of inequality (1.73) is approximately 2. Therefore, we conclude that the periodic boundary conditions could approximate a non periodic situation if the spatial period is at least two times larger than the characteristic length of the fault patch.

1.3.3 Quasi-Dynamic Approximation : the Radiation Damping Term τ_{in}

To that point, the elastostatic interactions between points on the fault S and between the fault S and the boundary at $z = \pm w/2$ have been derived. It is now necessary to define how inertia is treated in the computation of elastic interactions. To do that, we do not take into account all the elastodynamic effects occurring on the fault S . Those effects are instead approximated by the radiation damping term first introduced by [Rice, 1993], that corresponds to the shear stress on a fault characterized by a uniform sliding velocity. We add this approximate elastodynamic term to the quasi-static expression of elastic stress derived above, because it prevents unbounded sliding velocity when a slip instability is nucleating on the fault S , and therefore allows for the computation of multiple earthquake cycles. In the following, we derive an expression for the radiation damping based on the developments of [Rice, 1993]. For that, we assume a uniform dislocation located in the $z = 0$ plane, as in the geometry described in figure 1.1. We further assume a displacement field of the form $\mathbf{u} = u(z, t)\mathbf{e}_x$. Relative velocity between the two blocks is given by $v(t) = u(0^+, t) - u(0^-, t)$. In these conditions, the only non vanishing component of stress is $\tau_{xz} = G\partial u/\partial z$, and the slip $u(z, t)$ satisfies in the domains $z > 0$ and $z < 0$ a one dimensional wave equation with the following boundary condition :

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t}(0^+, t) = \frac{v(t)}{2} \\ \frac{\partial u}{\partial t}(0^-, t) = -\frac{v(t)}{2}. \end{cases} \quad (1.74)$$

Thus, assuming a solution in the form of a planar outgoing wave, we have, for $z > 0$:

$$u(z, t) = f(z - c_s t), \quad (1.75)$$

where c_s is the shear wave speed. Re-injecting this form into the boundary conditions (1.74), the shear stress at $z = 0$ becomes :

$$\tau_{xz}(0, t) = G\frac{\partial u}{\partial z}(0^+, t) = -\frac{G}{c_s}\frac{\partial u}{\partial t}(0^+, t) = -\frac{G}{2c_s}v(t). \quad (1.76)$$

This latter result shows that a positive sliding velocity corresponds, in the elastodynamic situation, to a stress drop τ_{in} proportional to the amplitude of slip rate v , through the coefficient η called radiation damping and given by :

$$\boxed{\eta = \frac{G}{2c_s}}. \quad (1.77)$$

In the following developments, we will assume that the stress drop associated with the emission of elastic waves in the fault normal direction is well described locally by the radiation damping term. In other words, the inertial terms of the elastodynamic equation holding at a point \mathbf{x} on S and at time t will be replaced by the following additional stress :

$$\tau_{in}(\mathbf{x}, t) = -\eta v(\mathbf{x}, t), \quad (1.78)$$

which becomes, in the reference frame moving at v_p :

$$\boxed{\tau_{in}(\mathbf{x}, t) = -\eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p]}. \quad (1.79)$$

As mentioned in the derivation of η , the radiation damping approximation only takes into account the local effect of elastic waves on stress, over a region where slip gradients are small, and neglect the additional stress transported by waves emanating from slip on other points of the fault. As mentioned by [Rice, 1993], this approximation could be reformulated by saying that the time delays of wave propagation over the fault length are neglected.

1.3.4 Quasi-Dynamic Stress τ_e

Summing the tectonic contribution to stress (1.30), the elastostatic interaction term (1.33), the inertial effects (1.79), and the perturbing shear stress $\Delta\tau$, we obtain the following expression of the quasi-dynamic stress τ_e acting on S :

$$\tau_e(\mathbf{x}, t) = \tau^* + \tau_{tect}(\mathbf{x}, t) + \tau_{es}(\mathbf{x}, t) + \tau_{in}(\mathbf{x}, t) + \Delta\tau(\mathbf{x}, t), \quad (1.80)$$

where τ^* is a constant that will be discussed later. After re-injecting equations (1.30), (1.33) and (1.79) into (1.80), we end up with :

$$\boxed{\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{x}, t) = & \tau^* + \frac{G}{w} [v_p t - \delta_m(t)] \\ & + \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0 \\ & - \eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p] + \Delta\tau(\mathbf{x}, t) \end{aligned}}. \quad (1.81)$$

As demonstrated in the previous sections, the elastic kernel κ is appropriate for our problem as long as the fault dimension L is small compared to the elastic slab thickness w . Furthermore, κ is well approximated by a finite sum as long as the number of images N of S is large enough. In order to simplify the notation, we will define the function $H_s(\mathbf{x})$ that is equal to one when $\mathbf{x} \in S$, and vanishes outside S , so that the elastic interaction term in (1.81) could be rewritten as :

$$\tau_{es}(\mathbf{x}, t) = \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0 = \kappa * [\delta - v_p t] H_s, \quad (1.82)$$

where $*$ designate convolution in space.

Finally, our model could approximate a locked or steadily slipping environment for the fault S , as long as the distance L separating two consecutive images of S is large compared to the size L_0 of the fault

patch of interest on S . If we call S_0 the slipping patch of interest and \bar{S}_0 its complementary part on S where the constant sliding velocity v_l is prescribed, we have $\delta(\mathbf{x}_0, t) = v_l t$ for each \mathbf{x}_0 on \bar{S}_0 , and the third term of equation (1.81) becomes :

$$\begin{aligned} \tau_{es}(\mathbf{x}, t) &= \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0 + [v_l - v_p] t \int_{\bar{S}_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \\ &= \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \delta(\mathbf{x}_0, t) d\mathbf{x}_0 + v_l t \int_{\bar{S}_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 - v_p t \int_{S_0 + \bar{S}_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (1.83)$$

The last term on the right-hand side of (1.83) is proportional to the integral over S of the kernel κ , which is identically zero from equation (1.47). Equation (1.47) could be further used to simplify the second term of equation (1.83) so that τ_{es} becomes

$$\tau_{es}(\mathbf{x}, t) = \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_l t] d\mathbf{x}_0 = \kappa * [\delta - v_l t] H_{s0}, \quad (1.84)$$

where $H_{s0}(\mathbf{x})$ is equal to one inside S_0 , and vanishes outside S_0 . In these conditions, the quasi-dynamic elastic stress on S_0 is given by :

$$\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{x}, t) &= \tau^* + \frac{G}{w} [v_p t - \delta_m(t)] \\ &\quad + \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_l t] d\mathbf{x}_0 \\ &\quad - \eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p] + \Delta\tau(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \quad (1.85)$$

1.4 Numerical Formulation

1.4.1 Differential System for the Slip Evolution

In the previous sections of this chapter, we have first presented the geometry of the fault model and the boundary conditions, then we have derived the expression of the frictional stress and quasi-dynamic stress on each point of the fault. The purpose of this section is to present how these equations are used to numerically compute the evolution of stress and slip velocity on each point of S when tectonic loading and external stress perturbations are imposed. In other words, assuming that the stress perturbation term $\Delta\tau(\mathbf{x}, t)$ and the normal stress $\sigma(\mathbf{x}, t)$ are known, we need to derive evolution equations for v , Θ and τ_f . For that, we assume a balance between frictional stress τ_f (1.23) and elastic stress τ_e (1.81) for all (\mathbf{x}, t) , and differentiating with respect to time provides an expression of the acceleration \dot{v} in terms of v, Θ as well as $\Delta\tau, \sigma$ and their derivatives $\dot{\Delta\tau}$ and $\dot{\sigma}$, after making use of one of the state evolution laws (1.24) or (1.25). The system of differential equations governing the evolution of S is then obtained by associating this latter expression of \dot{v} with one of the state evolution laws. We end up with :

$$\begin{cases} \dot{v}(\mathbf{x}, t) &= f_0^{s,a} [v(\mathbf{x}, t), \Theta(\mathbf{x}, t), \Delta\tau(\mathbf{x}, t), \sigma(\mathbf{x}, t), \dot{\sigma}(\mathbf{x}, t), a(\mathbf{x}), b(\mathbf{x})] \\ \dot{\Theta}(\mathbf{x}, t) &= g_0^{s,a} [v(\mathbf{x}, t), \Theta(\mathbf{x}, t), \sigma(\mathbf{x}, t), \dot{\sigma}(\mathbf{x}, t), a(\mathbf{x}), b(\mathbf{x})], \end{cases} \quad (1.86)$$

where f_0 and g_0 are functionals that depend on the state evolution law considered, as mentioned by the exponents a or s . In the case of the aging law, \dot{v} and $\dot{\Theta}$ are given by f_0^a and g_0^a , and if the slip evolution law is assumed, \dot{v} and $\dot{\Theta}$ are given by f_0^s and g_0^s . The four functionals are given by :

$$f_{0a} [v, \Theta, \Delta\tau, \sigma, \dot{\sigma}, a, b] = \frac{v}{\eta v + a\sigma} \left\{ -\frac{G}{w} [v_m - v_p] + \kappa * [v - v_p] H_s + \frac{b\sigma}{d_c} [v - v_p \exp(-\Theta)] + \dot{\Delta\tau} + \dot{\sigma} [\alpha - \mu(v, \Theta)] \right\}, \quad (1.87)$$

$$f_{0s} [v, \Theta, \Delta\tau, \sigma, \dot{\sigma}, a, b] = \frac{v}{\eta v + a\sigma} \left\{ -\frac{G}{w} [v_m - v_p] + \kappa * [v - v_p] H_s + \frac{bv\sigma}{d_c} \left[\Theta + \ln \frac{v}{v_p} \right] + \dot{\Delta\tau} + \dot{\sigma} [\alpha - \mu(v, \Theta)] \right\}, \quad (1.88)$$

$$g_{0a} [v, \Theta, \sigma, \dot{\sigma}, a, b] = \frac{v_p}{d_c} \exp(-\Theta) - \frac{v}{d_c} - \frac{\alpha\dot{\sigma}}{b\sigma}, \quad (1.89)$$

$$g_{0s} [v, \Theta, \sigma, \dot{\sigma}, a, b] = -\frac{v}{d_c} \left[\Theta + \ln \frac{v}{v_p} \right] - \frac{\alpha\dot{\sigma}}{b\sigma}, \quad (1.90)$$

where $v_m = \dot{\delta}_m$ is the spatially averaged sliding velocity. The set of differential equations (1.86) allows to compute the evolution of sliding velocity v and state variable Θ as a function of time when $\Delta\tau$ and σ are specified. The stress on the fault could be directly obtained from the v and Θ using the expression of τ_f (1.23).

1.4.2 Constant τ^*

In this paragraph, we provide an expression for the constant τ^* entering in the quasi-dynamic expression of elastic interactions (1.81). For that, we use the balance between the rate-and-state friction law (1.23) and the elastic interactions (1.81) for steady slip at the loading rate v_p , and in the absence of any stress perturbation. We end up with :

$$\tau^* = \mu_0 \sigma. \quad (1.91)$$

Finally, the fact that elastic stress τ_e balances frictional stress τ_f leads us to call both of them shear stress τ in the remaining parts of this manuscript, so that we have :

$$\tau_e = \tau_f = \tau. \quad (1.92)$$

1.4.3 Numerical Resolution

In order to perform the numerical resolution of the differential system (1.86), the fault S is divided in n_x by n_y rectangular computational cells of size $\Delta x = h/q$, $\Delta y = h$, q being the aspect ratio of the cell. In the following, we will assume square computational cells so that $q = 1$. Furthermore, we assume that the sliding velocity, state variable and stress are homogeneous over each cell, and we define s_i as the value of the quantity $s(\mathbf{x}, t)$ at the center of the computational cell i , $i \in \{1, \dots, M\}$, $M = n_x n_y$ being the total number of grid points. Using these notations, the differential system (1.86) becomes, in the case of the aging law :

$$\text{"aging-law"} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_i = \frac{v_i}{\eta v_i + a_i \sigma_i} \left\{ -\frac{G}{w} \left[\frac{1}{M} \sum_j v_j - v_p \right] + \sum_j k_{ij} [v_j - v_p] \right. \\ \quad \left. + \frac{b_i \sigma_i}{d_c} [v_i - v_p \exp(-\Theta_i)] \right. \\ \quad \left. + \Delta \dot{\tau}_i + \dot{\sigma}_i [\alpha - \mu_i] \right\} \\ \dot{\Theta}_i = \frac{v_p}{d_c} \exp(-\Theta_i) - \frac{v_i}{d_c} - \frac{\alpha \dot{\sigma}_i}{b_i \sigma_i}, \end{array} \right. \quad (1.93)$$

where k_{ij} is the stress generated at the center of cell i by unit slip on the rectangular cell j , $(i, j) \in \{1, \dots, M\}^2$. k_{ij} is obtained by the stress solution of a rectangular dislocation given by equation (1.40), with $\Delta x = h/q$ and $\Delta y = h$. Similarly, for the slip law we have :

$$\text{"slip-law"} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_i = \frac{v_i}{\eta v_i + a_i \sigma_i} \left\{ -\frac{G}{w} \left[\frac{1}{M} \sum_j v_j - v_p \right] + \sum_j k_{ij} [v_j - v_p] \right. \\ \quad \left. + \frac{b_i v_i \sigma_i}{d_c} \left[\Theta_i + \ln \frac{v_i}{v_p} \right] \right. \\ \quad \left. + \Delta \dot{\tau}_i + \dot{\sigma}_i [\alpha - \mu_i] \right\} \\ \dot{\Theta}_i = -\frac{v_i}{d_c} \left[\Theta_i + \ln \frac{v_i}{v_p} \right] - \frac{\alpha \dot{\sigma}_i}{b_i \sigma_i}. \end{array} \right. \quad (1.94)$$

The differential systems (1.93) and (1.94) could be rewritten in a normalized way, which allows to identify the main non-dimensional parameters controlling the evolution of the fault S . Normalization has been done in the following way, where quantities with a star * designate normalized quantities :

$$\left\{ \begin{array}{l} t^* = t v_p / d_c \\ v_i^* = v_i / v_p \\ \sigma_i^* = \sigma_i / \eta v_p \\ \Delta \tau_i^* = \Delta \tau_i / \eta v_p \\ k_{ij}^* = k_{ij} d_c / \eta v_p \\ \Theta_i^* = \Theta_i \end{array} \right. \quad (1.95)$$

The differential systems (1.93) and (1.94) become, after using (1.95) :

$$\left. \begin{array}{l} \text{"aging-law"} \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_i^* = \frac{v_i^*}{v_i^* + a_i \sigma_i^*} \left\{ -\beta \left[\frac{1}{M} \sum_j v_j^* - 1 \right] + \sum_j k_{ij}^* [v_j^* - 1] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + b_i \sigma_i^* [v_i^* - \exp(-\Theta_i^*)] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + \dot{\Delta} \tau_i^* + \dot{\sigma}_i^* [\alpha - \mu_i] \right\} \\ \dot{\Theta}_i^* = \exp(-\Theta_i^*) - v_i^* - \frac{\alpha \dot{\sigma}_i^*}{b_i \sigma_i^*}, \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (1.96)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{"slip-law"} \\ \left\{ \begin{array}{l} \dot{v}_i^* = \frac{v_i^*}{v_i^* + a_i \sigma_i^*} \left\{ -\beta \left[\frac{1}{M} \sum_j v_j^* - 1 \right] + \sum_j k_{ij}^* [v_j^* - 1] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + b_i v_i^* \sigma_i^* [\Theta_i^* + \ln v_i^*] \right. \\ \qquad \qquad \qquad \left. + \dot{\Delta} \tau_i^* + \dot{\sigma}_i^* [\alpha - \mu_i] \right\} \\ \dot{\Theta}_i^* = -v_i^* [\Theta_i^* + \ln v_i^*] - \frac{\alpha \dot{\sigma}_i^*}{b_i \sigma_i^*}, \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (1.97)$$

where dots refer to differentiation with respect to normalized time t^* , β being a non dimensional parameter corresponding to the imposed motion at a distance $w/2$ from the fault. β is given by :

$$\beta = \frac{G d_c}{\eta v_p w} = 2 \frac{c_s d_c}{v_p w}, \quad (1.98)$$

where we have used the expression (1.77) of the damping parameter η . Thus, β represents the ratio between the time needed for the loading point to slip the critical distance $2d_c$, and the time needed by a shear wave to travel between the fault surface and the boundary at $z = w$. We end up with the systems (1.96) and (1.97), made of $n = 2M$ first order differential equations giving the evolution of the normalized sliding velocity v^* and state variable Θ^* through time on each point of the fault. Furthermore, the relevant non dimensional parameters that remain are β , σ^* , a and b friction parameters that will be of two types : either velocity weakening ($a - b < 0$) or velocity strengthening ($a - b > 0$).

These differential systems are solved using a fourth-order adaptative time step Runge-Kutta algorithm [Press et al., 2007]. The time step adaptation method is based on the estimation of the maximum amplitude eigenvalue of the linearized system associated with the problem, as will be detailed in the next section. The most time consuming part of the computation is the evaluation of the elastostatic interactions which involves a convolution in space, but since the velocity and stress fields are periodic in horizontal directions, we use efficient 2D FFT routines developed by [Swarztrauber, 1982] and [Swarztrauber, 1984] to compute these elastic stressing. Finally, the Runge-Kutta algorithm has been parallelized using MPI library [Pacheco, 1997].

1.4.4 Time Step Control

In this section, we present the method used to control the time step in the Runge-Kutta algorithm implemented to solve the differential systems (1.93) and (1.94). All the quantities used in this section will be non dimensional quantities defined in the previous section, and for the sake of simplicity, we will omit the star $*$ in their notation. In order to limit the amplification of the numerical error, the ratio between the time step and the amplitude of the largest magnitude eigenvalue of the linearized differential systems associated with (1.93) and (1.94) has to be smaller than one, that is :

$$\boxed{\frac{\Delta t}{\max(|\lambda_i|, i \in \{1, \dots, n\})} < 1}, \quad (1.99)$$

where Δt is the time step, λ_i is the i^{th} eigenvalue of the linearized differential system associated with (1.93) or (1.94), and $n = 2M$ is the dimension of the system. Therefore, we choose the time step as being :

$$\boxed{\Delta t = \frac{1}{\lambda_m}}, \quad (1.100)$$

where $\lambda_m = \max(|\lambda_i|, i \in \{1, \dots, n\})$, and the adaptation of Δt requires the computation of the largest magnitude eigenvalue of J , the jacobian matrix associated with the linearized system of dimension n considered. In our case the two different systems of differential equations (1.93) and (1.94) are of the following form :

$$\begin{cases} \dot{v}_i &= f_i^{s,a}(v_1, v_2, \dots, v_M, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_M) \\ \dot{\Theta}_i &= g_i^{s,a}(v_1, v_2, \dots, v_M, \Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_M) \end{cases} \quad (1.101)$$

where M is the number of grid points, and $i \in \{1, \dots, M\}$. a and s exponents refer to the aging or slip law formulation respectively. Thus, the Jacobian matrix \mathbf{J} associated with the systems (1.93) or (1.94) has the following form :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{pmatrix} \quad (1.102)$$

where \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} and \mathbf{D} are square matrices of size M by M , which respective coefficients a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} and d_{ij} , $(i, j) \in \{1, \dots, M\}^2$, are given by :

$$a_{ij} = \frac{\partial f_i^a}{\partial v_j} = \frac{v_i}{v_i + a_i \sigma_i} \left[-\frac{\beta}{M} + k_{ii} + b_i \sigma_i - \frac{a_i \dot{\sigma}_i}{v_i} + \frac{a_i \sigma_i f_i^a}{v_i^2} \right] \delta_{ij} + \frac{v_i (k_{ij} - \beta/M)}{v_i + a_i \sigma_i} (1 - \delta_{ij}), \quad (1.103)$$

$$b_{ij} = \frac{\partial f_i^a}{\partial \Theta_j} = \frac{b_i v_i}{v_i + a_i \sigma_i} [\sigma_i \exp(-\Theta_i) - \dot{\sigma}_i] \delta_{ij}, \quad (1.104)$$

$$c_{ij} = \frac{\partial g_i^a}{\partial v_j} = -\delta_{ij}, \quad (1.105)$$

$$d_{ij} = \frac{\partial g_i^a}{\partial \Theta_j} = -\exp(-\Theta_i) \delta_{ij}, \quad (1.106)$$

for the aging law, where δ_{ij} is the Kronecker symbol, and f_i^a is equal to the acceleration \dot{v}_i of the grid point i and is defined in the first equation of (1.96). Similarly for the slip law we have :

$$a_{ij} = \frac{\partial f_i^s}{\partial v_j} = \frac{v_i}{v_i + a_i \sigma_i} \left[-\frac{\beta}{M} + k_{ii} + b_i \sigma_i (1 + \Theta_i + \ln v_i) - \frac{a_i \dot{\sigma}_i}{v_i} + \frac{a_i \sigma_i f_i^s}{v_i^2} \right] \delta_{ij} + \frac{v_i (k_{ij} - \beta/M)}{v_i + a_i \sigma_i} (1 - \delta_{ij}), \quad (1.107)$$

$$b_{ij} = \frac{\partial f_i^s}{\partial \Theta_j} = \frac{b_i v_i}{v_i + a_i \sigma_i} [v_i \sigma_i - \dot{\sigma}_i] \delta_{ij}, \quad (1.108)$$

$$c_{ij} = \frac{\partial g_i^s}{\partial v_j} = -[1 + \Theta_i + \ln v_i] \delta_{ij}, \quad (1.109)$$

$$d_{ij} = \frac{\partial g_i^s}{\partial \Theta_j} = -v_i \delta_{ij}, \quad (1.110)$$

where f_i^s is defined in (1.97).

The computation of the largest magnitude eigenvalues of J is performed by an implicitly restarted Arnoldi iteration [Arnoldi, 1951] and [Sorensen, 1992] on J using the package ARPACK developed by [Lehoucq et al., 1998]. We present in figure 1.10 an example of the eigenvalue computation in the case of a single asperity surrounded by a creeping region with different friction properties in the range of what we have used in this study. Furthermore, the computation make use of the approximation (1.32) instead of (1.30). The main feature emerging from this figure is the strong correlation between amplitude of the largest magnitude eigenvalue and the maximum normalized sliding velocity v_{max} on the fault plane, for the two evolution laws. However, this method is rather time consuming in the case of multiple asperities situations that require a large number of grid points, and is in practice difficult to implement. In order to simplify the estimation of the time step, we therefore used the correlation between λ_m and v_{max} outlined in figure 1.10, arguing that whatever friction characterizes the creeping segments on the fault, λ_m is always smaller than χv_{max}^γ , χ being a constant estimated through the full computation in the single asperity case, and according to equation (1.100), we compute the time step Δt from the maximum sliding velocity on the fault plane as follows :

$$\boxed{\Delta t = \frac{1}{\chi} v_{max}^{-\gamma}}. \quad (1.111)$$

In this study, we used $\chi = 20$ and $\gamma = 1$ according to the results shown in figure 1.10a for the aging law, and from figure 1.10b, we used $\chi = 250$ and $\gamma = 0.97$ for the slip law. This method gives an over estimation of λ_m , and therefore an underestimation of Δt for some parts of the seismic cycle on the asperity, ensuring that condition (1.99) is still valid, and therefore that the error amplification remains bounded. Finally, in order to test the stability of the solutions, we also conducted selected simulations with smaller time steps (with $\chi = 40$ for the aging law), that did not affect the results, as this will be shown in the next chapter.

1.4.5 Initial Conditions

The numerical integration of the differential system governing the evolution of S requires to specify an initial distribution of sliding velocity and state variable over the entire fault segment S . These initial conditions are generally set in a somewhat arbitrary way. However, in the case of a multiple identical

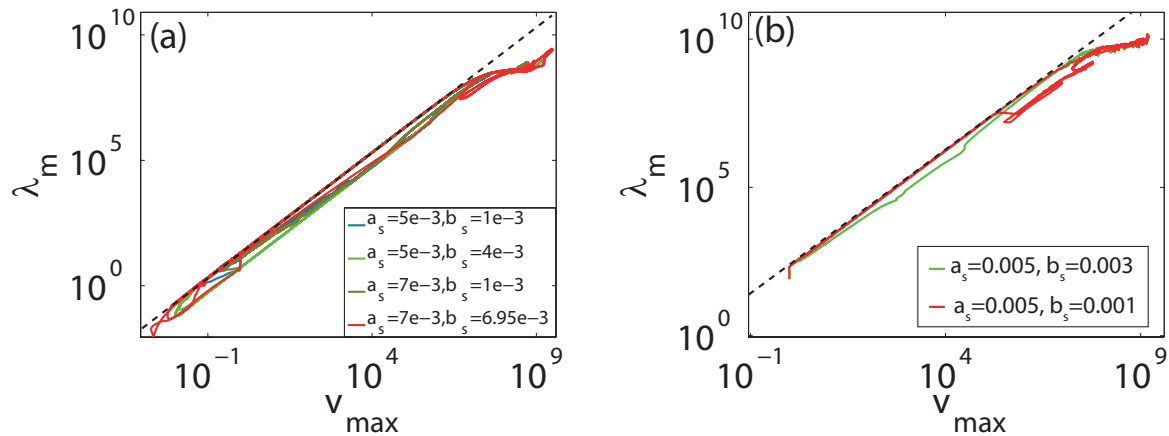


FIGURE 1.10 : Normalized amplitude (λ_m) of the largest magnitude eigenvalue of the linearized system associated with (1.96) vs. maximum normalized sliding velocity v_{max} on the fault during the seismic cycle generated by a single circular velocity weakening asperity surrounded by fault creep and loaded at constant rate. Note that approximation (1.32) is assumed. Each different color represent different friction parameters a_s and b_s on the anti-asperity. (a) : The state evolution law used here is the aging law. The asperity is characterized by $R = 30$ m, $a_w = 0.001$, and $b_w = 0.005$. The black dashed line corresponds to the linear dependence of λ_m on v_{max} : $\lambda_m = 20v_{max}$. (b) : Same diagram as (a) but for the slip law. The simulation corresponds to the resolution of the differential system (1.97). The asperity is here characterized by $R = 15$ m, $a_w = 0.001$, and $b_w = 0.005$. The black dashed line corresponds to the linear dependence of λ_m on v_{max} : $\lambda_m = 250v_{max}^{0.97}$.

asperity system as the one studied in chapter 4, it is necessary to assign different initial conditions to the different asperities, in order to prevent a synchronized failure of all the sources. This issue will be extensively discussed in chapter 4.

In general, the early evolution of the fault S is characterized by a global transient regime that ends when the entire fault starts to follow on average the loading displacement v_p . The origin of this initial transient is strongly related to the relaxation of the anti-asperity initially perturbed by the first ruptures of the asperities. The same mechanism accounts for the existence of Omori-law in response to a stress perturbation on a single asperity system, and will be detailed in chapter 5. Therefore, the initial transient phase will be further explained in chapter 5.

Another important issue with such numerical models is the choice of the friction parameters a , b and d_c . Since no consensus exist for the moment about these values, we will in general use parameters in the range of what is experimentally inferred, as reported by [Marone, 1998]. Furthermore, these friction parameters enter in the definitions of the length scales L_k characterizing nucleation, and for that reason, the spatial resolution of the numerical model has to be adapted on a , b and d_c . In the following chapter, we present numerical tests conducted to validate our model, and by the way, we will discuss in more detail these resolution issues. As a conclusion of this latter discussion, we will propose a method that allows to evaluate the range of a and b parameters that could be used when the resolution and the critical distance d_c are known.

1.5 Conclusion

In this first chapter, the 3D rate-and-state asperity model has been presented. Furthermore, the main rheological concepts underlying the generation of earthquakes and aseismic slip on the fault system considered have been discussed, and the governing equations summarizing these physical processes have been derived. Then, we developed the numerical method implemented to compute the stress and slip

evolution of the fault, and we successively discussed and quantified the main sources of numerical error affecting our model. The next chapter will extend this latter discussion by presenting some selected numerical tests designed to evaluate the numerical accuracy of the model.

Chapitre 2

Tests sur le modèle numérique

Dans ce chapitre, nous présentons un ensemble de tests permettant de vérifier la validité des solutions numériques générées par l'algorithme détaillé dans le chapitre précédent, permettant de résoudre les équations physiques associées à l'évolution quasi-dynamique d'une faille *rate-and-state*. Pour cela, nous allons analyser un ensemble de situations particulières pour lesquelles il est possible d'obtenir une solution analytique au système dynamique (1.86). Dans chaque cas, les solutions numériques et analytiques seront confrontés. Les tests présentés dans ce chapitre se regroupent en trois catégories, en fonction de la dépendance en espace des différentes variables décrivant l'état du système (vitesse de glissement v , contrainte τ , état Θ) : nous commencerons par étudier le comportement de la faille S lorsque ces variables sont uniformes, puis lorsque'elles ne dépendent que d'une seule variable (x ou y), et pour terminer nous analyserons des situations plus complexes où ces variables dépendent à la fois de x et de y . Dans le premier cas où toutes les variables sont uniformes, la faille S est analogue à un système patin-ressort à un degrés de liberté, et quatre tests successifs seront effectués : dans les deux premiers, nous chercherons à reproduire les résultats expérimentaux de [Dieterich, 1979] et [Linker and Dieterich, 1992] présentés dans le chapitre précédents, puis nous étudierons deux réponses possibles du système à une augmentation instantanée de contrainte cisailante. Lorsque les variables sont invariantes par translation suivant l'une des deux directions du plan de faille, le système présenté dans le chapitre précédent est analogue à une faille linéaire séparant deux milieux élastiques à deux dimensions. Comme cela l'a été mentionné dans le chapitre précédent, [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b] ont étudié le processus de nucléation d'une instabilité de glissement dans ces conditions, et ont pu déterminer analytiquement et numériquement un certain nombre de régimes de nucléation. Dans une deuxième série de tests, nous chercherons donc à reproduire ces différents modes de nucléation. Cette série de tests sera l'occasion de préciser les conditions évoquées au cours du premier chapitre sur la résolution spatiale de la grille de calcul permettant d'obtenir une description adéquate de la nucléation et du cycle sismique sur les aspérités. Enfin, les trois derniers tests seront effectués dans une situation où vitesse de glissement, contrainte et variable d'état ne sont pas invariantes par translation. Toutefois, nous nous focaliserons sur l'un des cas les plus simples : celui d'une unique aspérité circulaire centrée sur S , dont les propriétés de frottement a_w et b_w sont uniformes. Contrairement aux deux premiers cas, nous ne présentons pas de solution analytique pour l'évolution de ce type de système. En revanche, nous nous assurerons que les solutions numériques obtenues sont stables lorsque la résolution spatiale et la résolution temporelle augmentent, et nous vérifierons qu'en moyenne le déplacement moyen sur S suit le chargement imposé.

TABLE 2.1 : Paramètres utilisés dans les tests sur faille uniforme.

Paramètres	valeur
glissement caractéristique d_c	0.2 mm
taux de chargement tectonique v_p	$10^{-9} \text{m.s}^{-1} = 3.15 \text{ cm.an}^{-1}$
rigidité G	30 GPa
vitesse des ondes de cisaillement c_s	3 km.s ⁻¹
épaisseur du milieu élastique w	3 km
contrainte normale σ	100 MPa
amortissement η	$5.10^6 \text{ Pa.s.m}^{-1}$
rapport d'aspect des cellules de calcul q	1

2.1 Frottement et glissement uniformes : cas du système patin-ressort

Dans un premier temps, supposons que le segment de faille S est uniforme, c'est à dire que la vitesse de glissement v , la variable d'état θ , la contrainte τ , la contrainte cisailante σ et les paramètres de frottement a et b sont indépendants de \mathbf{x} . L'équivalence entre la faille S et le patin-ressort peut être formulée mathématiquement de la manière suivante : lorsque v et la perturbation de contrainte $\Delta\tau$ sont uniformes sur S , le terme d'interactions élastostatiques τ_{es} s'annule dans l'expression (1.81) de la contrainte quasi-dynamique τ_e en vertu de la propriété (1.47), et par conséquent τ_e prend la forme suivante :

$$\tau_e(t) = \mu_0\sigma - k_t [\delta(t) - v_p t] - \eta [v(t) - v_p], \quad (2.1)$$

où $k_t = G/w$ est la raideur effective du milieu caractérisant l'interaction entre le glissement sur S et le chargement tectonique imposé en $z = v_p$. Cette dernière équation est analogue à l'expression de la contrainte quasi-dynamique dans le cas d'un système patin-ressort caractérisé par la raideur k_t .

Dans les deux paragraphes suivants, la réactivité de S à différents types de perturbations est testée, tout d'abord lorsque la vitesse de glissement est imposée, puis dans un cas plus général où cette dernière n'est pas fixée. Les paramètres utilisés dans les simulations numériques sont en partie listés dans le tableau 2.1. Les autres paramètres étant variables d'un test à l'autre, ils seront précisés au cas par cas.

2.1.1 Réactivité du frottement à vitesse imposée

Dans cette partie, nous utilisons les solutions analytiques donnant l'évolution de la contrainte de frottement dans le cas particulier des expériences de [Dieterich, 1979] et [Linker and Dieterich, 1992] où la vitesse de glissement et la contrainte normale sont constantes.

Pour cela, nous considérons un plan de faille caractérisé par des paramètres de frottement a et b uniformes, subissant une contrainte normale σ_0 constante et sur lequel une vitesse constante de glissement $v_0 = v_p$ est imposée. Le système se trouve alors dans un état stationnaire caractérisé par $\theta_0 = \theta_{ss}(v_0) = d_c/v_p$ et $\tau_0 = \tau_{ss}(v_0) = \mu_0\sigma_0$. À l'instant $t_0 = 0$, une perturbation mécanique est imposée, de sorte que le système passe instantanément dans l'état $(\sigma_1, v_1, \theta_1, \tau_1)$, puis évolue à nouveau à contrainte normale σ_1 et vitesse de glissement v_1 constante. Dans la suite, nous allons considérer deux types distincts de perturbations : un saut de vitesse et un saut de contrainte normale. Dans chaque cas, nous allons dériver

l'expression analytique de la contrainte de frottement associée à la perturbation, que nous calculerons ensuite numériquement.

2.1.1.1 Saut de vitesse de glissement

Dans un premier temps, analysons le cas où la vitesse de glissement imposée passe subitement de v_0 à v_1 , à contrainte normale constante. Cette situation correspond aux expériences menées par [Dieterich, 1979] présentées dans le premier chapitre (figure 1.5) de ce manuscrit. Le changement de vitesse à $t = 0$ induit un saut instantané de contrainte à θ constant, dans la mesure où la variable d'état ne peut évoluer qu'au cours d'un glissement ou au cours d'un contact stationnaire d'une durée non nulle. Les conditions initiales associées à la perturbation de vitesse sont donc données par :

$$\begin{cases} v(t = 0^+) = v_1 \\ \sigma(t = 0^+) = \sigma_0 \\ \theta(t = 0^+) = \theta_0 \\ \tau(t = 0^+) = \tau_1 = \tau_0 + a\sigma_0 \ln \frac{v_1}{v_0}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Pour tout instant $t > 0$, l'évolution de la contrainte de frottement τ sur le plan de faille est donnée par la loi *rate-and-state* (1.7) :

$$\begin{cases} \tau = \mu_0\sigma_0 + a\sigma_0 \ln \frac{v_1}{v_p} + b\sigma_0 \ln \frac{\theta v_p}{d_c} \\ \dot{\theta} = F(v_1, \theta), \end{cases} \quad (2.3)$$

où l'évolution en temps F de θ est déterminée par l'*aging-law* (1.8), ou par la *slip-law* (1.9), la contrainte normale étant constante au cours de l'expérience. La vitesse de glissement étant fixée à v_1 , le changement de contrainte reflète uniquement l'évolution de θ en réponse à un changement de vitesse de glissement. L'intégration des deux lois d'évolution de θ à vitesse v_1 constante et à contrainte normale σ_0 constante donne :

$$\frac{\theta}{\theta_0}(\delta) = \frac{v_0}{v_1} + \left(1 - \frac{v_0}{v_1}\right) e^{-\delta/d_c}, \text{ aging-law} \quad (2.4)$$

$$\frac{\theta}{\theta_0}(\delta) = \frac{v_0}{v_1} \exp\left(\ln \frac{v_1}{v_0} e^{-\delta/d_c}\right), \text{ slip law} \quad (2.5)$$

où δ est le déplacement cumulé du patin à partir de $t = 0$, $\theta_0 = \theta_{ss}(v_0) = d_c/v_0$. Les expressions (2.4) et (2.5) reportées dans la première équation du système (2.3) conduisent à l'évolution suivante de la contrainte de frottement :

$$\tau(\delta) = \tau_{ss}(v_1) + b\sigma_0 \ln \left[1 + \left(\frac{v_1}{v_0} - 1\right) e^{-\delta/d_c}\right], \text{ aging law} \quad (2.6)$$

$$\tau(\delta) = \tau_{ss}(v_1) + b\sigma_0 \ln \frac{v_1}{v_0} e^{-\delta/d_c}, \text{ slip law} \quad (2.7)$$

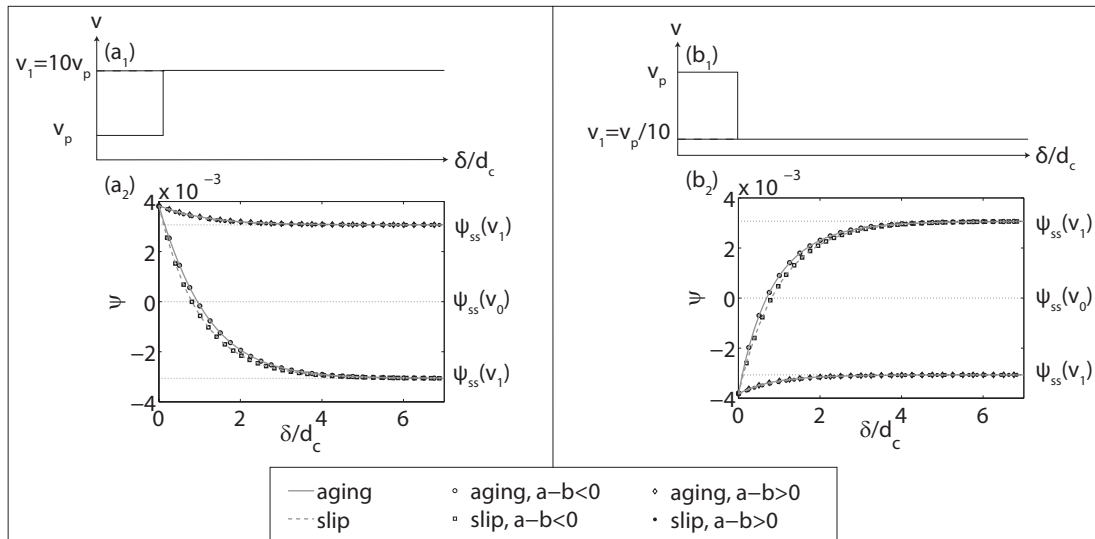


FIGURE 2.1 : Contrainte de frottement normalisée $\psi = (\tau - \mu_0 \sigma_0) / \mu_0 \sigma_0$ et déplacement cumulé normalisé δ/d_c en réponse à une marche de vitesse de glissement de v_0 à v_1 . (a) : $v_1 = 10v_0$, (b) : $v_1 = v_0/10$. L'histoire du glissement est indiquée dans les digrammes (a₁) et (b₁). L'évolution de ψ est représentée sur les figures (a₂) et (b₂). Les symboles noirs représentent les résultats numériques, les courbes grises indiquent l'évolution théorique donnée par les équations (2.8) et (2.9), et les droites en pointillés correspondent aux contraintes stationnaires $\psi_{ss}(v_0)$ et $\psi_{ss}(v_1)$. Pour chaque exemple de perturbation et pour chaque loi d'évolution, deux types de paramètres de frottement ont été testés, en conservant $a = 0.005$: velocity weakening ($a - b < 0$) avec $b = 0.009$ et velocity strengthening ($a - b > 0$) avec $b = 0.001$. Dans le premier cas, la résolution numérique est $h/L_b = 0.01$, dans le deuxième, $h/L_b = 0.001$. Les autres paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 2.1.

où $\tau_{ss}(v_i)$ est la contrainte à l'état stationnaire correspondant à la vitesse v_i donnée par l'expression (1.10). Par conséquent, la contrainte normalisée $\psi = (\tau - \mu_0 \sigma_0) / \mu_0 \sigma_0$ est donnée par :

$$\psi(\delta) = \psi_{ss}(v_1) + \frac{b}{\mu_0} \ln \left[1 + \left(\frac{v_1}{v_0} - 1 \right) e^{-\delta/d_c} \right], \text{ aging law} \quad (2.8)$$

$$\psi(\delta) = \psi_{ss}(v_1) + \frac{b}{\mu_0} \ln \frac{v_1}{v_0} e^{-\delta/d_c}, \text{ slip law} \quad (2.9)$$

Afin de tester le calcul de θ dans le modèle numérique présenté dans le chapitre précédent, nous avons donc calculé l'évolution de la contrainte sur le plan de faille homogène décrit plus haut en réponse à un saut de vitesse et nous avons confronté les résultats numériques aux prédictions théoriques données par (2.8) et (2.9). Les résultats sont représentés sur la figure 2.1, dans le cas d'un saut de vitesse positif (a) et dans le cas d'une réduction de vitesse de glissement (b). Tous les résultats numériques sont en accord avec la prédiction théorique et les résultats expérimentaux de [Dieterich, 1979] : au moment du saut de vitesse, la contrainte change instantanément puis le système évolue dans un second temps vers un nouvel état stationnaire $\psi_{ss}(v_1)$ caractéristique de la nouvelle vitesse de glissement v_1 . Le glissement nécessaire à ce retour à un état stationnaire est de l'ordre de quelques d_c .

Les tests présentés dans cette partie permettent de valider l'estimation numérique de la variable θ , dans le cas limite d'un système patin ressort, où les interactions élastiques sont nulles, et la contrainte normale constante.

2.1.1.2 Saut de contrainte normale

Un deuxième test possible consiste à étudier la réactivité de S , caractérisée encore une fois par un frottement uniforme et une vitesse de glissement constante v_0 , à un changement instantané de contrainte normale. Comme cela a été décrit dans le premier chapitre de ce manuscrit, ce type d'expérience a été effectué en laboratoire par [Linker and Dieterich, 1992] : en réponse à une altération de la contrainte normale, la contrainte de frottement évolue tout d'abord instantanément, puis de manière transitoire pour atteindre à nouveau un état stationnaire (figure 1.6). Cet effet est pris en compte dans les lois d'évolution de θ proposées par [Linker and Dieterich, 1992] (1.11) et (1.12) que nous utilisons dans cette étude. De la même manière que précédemment, la faille peut être assimilée à un système patin-ressort glissant à une vitesse $v_0 = v_p$, et subissant en $t_0 = 0$ un saut de contrainte normale de la valeur σ_0 à la valeur σ_1 . D'après [Linker and Dieterich, 1992], la discontinuité de contrainte normale σ induit un changement instantané de la variable d'état de θ_0 à θ_1 et de la contrainte de frottement de τ_0 à τ_1 , sans changement de la vitesse de glissement v_p . Cela conduit à :

$$\begin{cases} v(t = 0^+) = v_0 = v_p \\ \sigma(t = 0^+) = \sigma_1 = \sigma_0 + \Delta\sigma \\ \theta(t = 0^+) = \theta_1 = \theta_0 \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^{\alpha/b} \\ \tau(t = 0^+) = \tau_1 = \tau_0 + \mu_0 \Delta\sigma - \alpha\sigma_1 \ln \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right). \end{cases} \quad (2.10)$$

De plus, l'évolution de la contrainte de frottement agissant sur le patin pour tout $t > 0$ est contrôlée par le système suivant d'équations :

$$\begin{cases} \tau = \mu_0 \sigma_1 + b\sigma_1 \ln \frac{\theta}{\theta_0} \\ \dot{\theta} = F(v_p, \theta), \end{cases} \quad (2.11)$$

où l'expression de la contrainte τ a été simplifiée en utilisant $v = v_p$. D'autre part, la contrainte normale étant constante pour tout $t > 0$, l'évolution de la variable θ ne fait plus intervenir le terme $\dot{\sigma}$ apparaissant dans les équations (1.11) et (1.12). Le système d'équations (2.11) est similaire à (2.3), et en tenant compte des conditions initiales (2.10), l'intégration des deux lois d'évolution donne :

$$\frac{\theta}{\theta_0}(\delta) = 1 + \left[\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^{\alpha/b} - 1 \right] e^{-\delta/d_c}, \text{ aging law} \quad (2.12)$$

$$\frac{\theta}{\theta_0}(\delta) = \exp \left(\frac{\alpha}{b} \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} e^{-\delta/d_c} \right), \text{ slip law}, \quad (2.13)$$

où δ correspond au déplacement accumulé sur la faille depuis $t = 0$, d'où l'on déduit l'expression de la contrainte de frottement τ et de la contrainte de frottement normalisée $\psi = (\tau - \mu_0 \sigma_0) / \mu_0 \sigma_0$:

$$\tau(\delta) = \mu_0 \sigma_1 + b\sigma_1 \ln \left\{ 1 + \left[\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^{\alpha/b} - 1 \right] e^{-\delta/d_c} \right\}, \text{ aging law} \quad (2.14)$$

$$\tau(\delta) = \mu_0 \sigma_1 + \alpha\sigma_1 \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} e^{-\delta/d_c}, \text{ slip law} \quad (2.15)$$

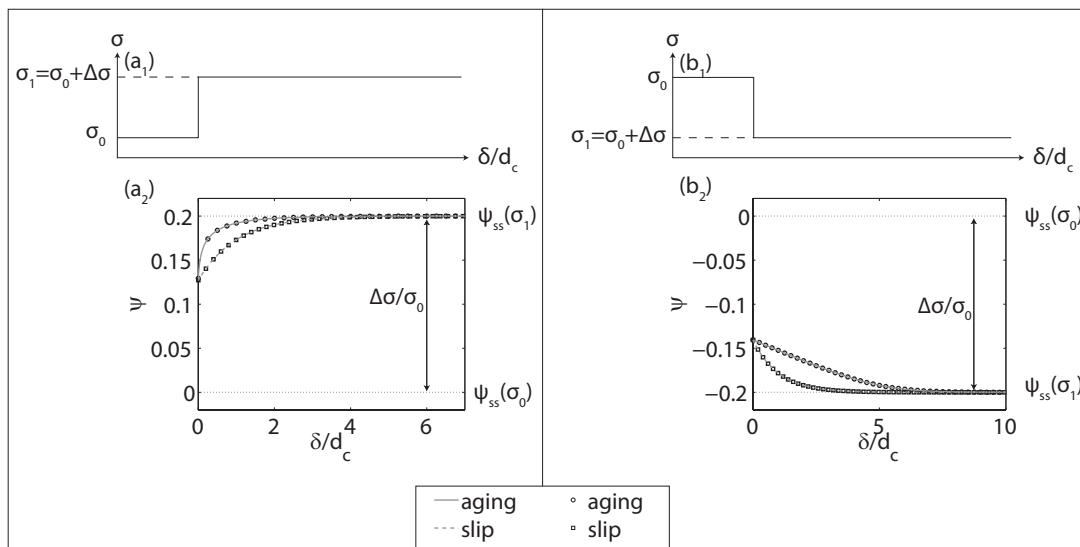


FIGURE 2.2 : Figure identique à la figure 2.1 dans le cas d'une marche de contrainte normale $\Delta\sigma$. (a) : $\Delta\sigma/\sigma_0 = 0.2$, (b) : $\Delta\sigma/\sigma_0 = -0.2$. Les symboles noirs correspondent aux résultats numériques, les courbes grises aux formules (2.16) et (2.17), et les droites pointillées à la contrainte stationnaire $\psi_{ss}(\sigma_0) = 0$ et $\psi_{ss}(\sigma_1) = \Delta\sigma/\sigma_0$ correspondant à $v = v_p$ et σ_0 ou σ_1 , respectivement. Les propriétés de frottement utilisées sont de type *velocity-weakening*, avec $a = 0.005$, $b = 0.009$ et la résolution est $h/L_b = 0.01$. Le paramètre α définissant la dépendance entre saut de contrainte et saut de variable d'état est ici $\alpha = 0.2$. Les autres paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 2.1.

$$\psi(\delta) = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} + \frac{b\sigma_1}{\mu_0\sigma_0} \ln \left\{ 1 + \left[\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1} \right)^{\alpha/b} - 1 \right] e^{-\delta/d_c} \right\}, \text{aging law} \quad (2.16)$$

$$\psi(\delta) = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} + \frac{\alpha\sigma_1}{\mu_0\sigma_0} \ln \frac{\sigma_0}{\sigma_1} e^{-\delta/d_c}, \text{slip law}. \quad (2.17)$$

Comme précédemment, nous avons effectué des tests d'altération de contrainte normale sur le système caractérisé par un frottement uniforme et par une vitesse de glissement constante égale à v_p . Les résultats numériques sont confrontés aux résultats théoriques (2.16) et (2.17) sur la figure 2.2. Dans cette série de tests, nous n'avons pas distingué les comportements *velocity-weakening* et *velocity-strengthening*, dans la mesure où, d'après les formules (2.16) et (2.17), la réactivité à un saut de contrainte normale est identique dans les deux cas. Encore une fois, l'accord entre résultats numériques et prédiction théorique permet d'affirmer que la solution numérique est satisfaisante.

2.1.2 Réactivité à un saut de contrainte positive

Après avoir étudié l'évolution de la contrainte de frottement à vitesse imposée, les tests numériques présentés dans les deux paragraphes suivant utilisent les résultats analytiques de [Dieterich, 1992, 1994 ; Perfettini and Ampuero, 2008] et [Helmstetter and Shaw, 2009] décrivant la réponse d'un patin-ressort initialement à l'état stationnaire et instantanément perturbé par un saut positif de contrainte de cisaillement $\Delta\tau$. Comme cela a été détaillé par [Gu et al., 1984 ; Ranjith and Rice, 1999 ; Helmstetter and Shaw, 2009] la réponse d'un patin-ressort rate-and-state à une perturbation de contrainte peut donner lieu à une grande variété de comportements en fonction du rapport a/b des paramètres de frottement d'une part, et des rapports k/k_b et k/k_c d'autre part, où k est la raideur du ressort, k_c est la raideur critique donnée par l'équation (1.17) et k_b une raideur caractéristique définie par :

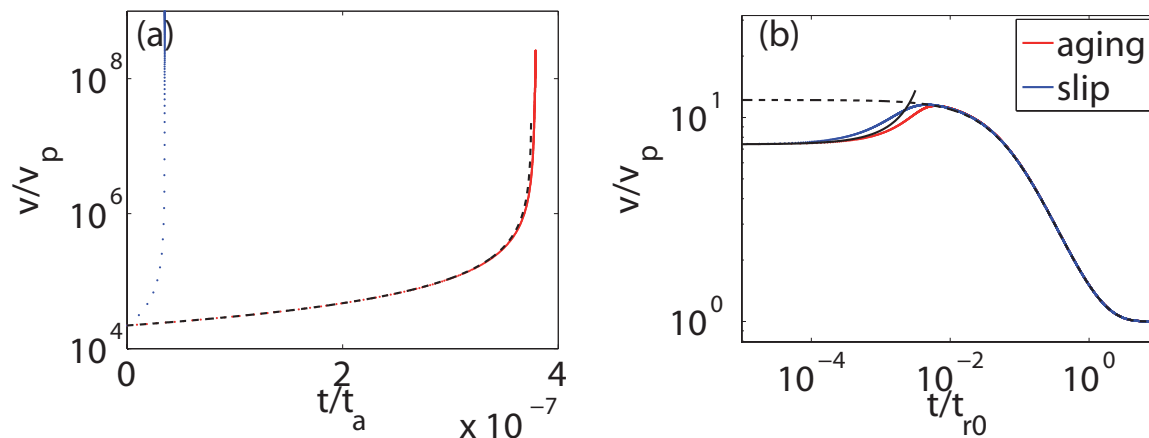


FIGURE 2.3 : Vitesse de glissement au centre d'une faille uniforme chargée à taux constant en réponse à un saut de contrainte cisailante $\Delta\tau = 1$ MPa. Le plan de faille initialement à l'état stationnaire caractérisé par une vitesse de glissement v_p est perturbé à $t = 0$. Les courbes rouges et bleues indiquent les résultats numériques pour les deux types de lois d'évolution. Les courbes noires correspondent aux approximations analytiques. (a) : accélération du glissement dans le cas *velocity-weakening* caractérisé par $a = 0.001$ et $b = 0.005$ et $k_t < k_c < k_b$. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.015$. La solution analytique représentée par la courbe noire correspond à la formule (B.6). (b) : accélération et relaxation du glissement dans le cas *velocity-strengthening* caractérisé par $a = 0.005$ et $b = 0.001$. La résolution spatiale est ici $h/L_b = 0.003$. La courbe noire pointillée correspond à la forme analytique (B.6), et la courbe noire pleine indique la prédiction (B.22) pour la relaxation du glissement. Les autres paramètres utilisés dans le calcul sont présentés dans le tableau 2.1.

$$k_b = \frac{b\sigma}{d_c} \quad (2.18)$$

Les différentes réponses possibles vont de la déstabilisation du glissement (séisme) à la relaxation de la perturbation (afterslip) en passant par des régimes d'accélération transitoire (séisme lent). Il ne s'agit pas dans ce paragraphe de tester la réactivité de notre modèle dans tous les cas de figures évoqués par [Helmstetter and Shaw, 2009] : nous nous bornerons à tester la réactivité du système à un saut de contrainte positif dans deux cas particuliers. Pour chaque exemple considéré, la forme analytique de la vitesse de glissement sera rapidement rappelée, et la solution numérique obtenue avec notre modèle (utilisé dans des conditions équivalente à un système patin-ressort) sera confrontée à la prédiction théorique. Les résultats de ce paragraphe sont présentés sur la figure 2.3.

L'équilibre entre la contrainte de frottement τ_f (équation (1.23)) et la contrainte élastique quasi-dynamique τ_e (équation (2.1)) peut se mettre sous la forme :

$$a\sigma \ln \frac{\delta(t)}{v_p} + b\sigma \ln \frac{v_p \theta(t)}{d_c} = -k_t [\delta(t) - v_p t] - \eta [v(t) - v_p] + \Delta\tau. \quad (2.19)$$

[Dieterich, 1992, 1994 ; Perfettini and Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009] ont montré qu'il est possible de déterminer un certain nombre de solutions analytiques approchées à l'équation (2.19) lorsque celle-ci est associée à l'une ou l'autre des deux lois d'évolution de θ , et que le terme d'amortissement est négligé, en particulier si le rapport k_t/k_b est négligeable comme c'est le cas dans la plupart des simulations présentées ici. Dans la suite, les deux cas particuliers envisagés sont les suivants : nous allons considérer dans un premier temps une faille uniforme caractérisée par $a - b < 0$ de telle sorte que $k_c > k_t$, puis nous testerons le second régime en utilisant des paramètres de frottement vérifiant $a - b > 0$ pour lesquels $k_c < 0 < k_t$. Dans tous les cas, nous aurons $k_t \ll k_b$ et $k_t \ll |k_c|$. Les expressions

analytiques des vitesses de glissement relatives à ces deux régimes sont déterminées dans l'annexe B à partir des travaux de [Dieterich, 1992, 1994 ; Perfettini and Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009].

2.1.2.1 Velocity weakening et $k_t < k_c < k_b$: Instabilité de glissement

Dans ce premier cas, le patin évolue vers une vitesse de glissement infinie (figure 2.3a) en un temps fini, ce qui correspond à un processus de nucléation d'une instabilité de glissement. Comme cela est montré dans l'annexe B, lorsque k_t est infra-critique et que la loi d'évolution de θ est l'*aging-law*, la vitesse de glissement est donnée par l'expression (B.6), qui reste valable tout au long de l'accélération du patin, tant que $v < v_{dyn}$ où v_{dyn} est défini par [Rubin and Ampuero, 2005] par $v_{dyn} = a\sigma/\eta$. L'exemple de la figure 2.3a montre donc que la solution numérique décrivant la nucléation d'un séisme dans le système patin-ressort dans le cas de l'*aging-law* est satisfaisante. En revanche, l'équation (B.6) n'étant plus valable dans le cas de la *slip-law*, ce test ne permet pas d'évaluer la précision de la solution dans le cas de cette dernière loi d'évolution.

2.1.2.2 Velocity-strengthening et $k_b > k_t > k_c$: Accélération transitoire et relaxation

D'après la démonstration présentée dans l'annexe B et les résultats numériques de la figure 2.3b, le patin accélère suivant la loi (B.6) jusqu'à une vitesse v_{max} donnée par l'expression (B.19). La vitesse maximale est atteinte à l'instant t_{max} donné par (B.20). Cette accélération transitoire est suivie d'une relaxation progressive où le patin décélère progressivement suivant l'équation (B.22). La relaxation du transitoire se produit essentiellement à l'état stationnaire, et par conséquent (B.22) est valable à la fois pour l'*aging-law* et pour la *slip-law*, comme cela est mentionné dans l'annexe B. Ce test permet donc d'évaluer la validité de la solution numérique pour les deux lois d'évolution de θ .

2.2 Nucléation à deux dimensions

Nous avons vu dans les parties précédentes que l'une des conséquences des lois de frottement de type *rate-and-state* est l'apparition d'un processus de nucléation qui correspond, dans le cas d'un système patin-ressort, à l'accélération du glissement du patin en un temps fini. Dans un milieu continu, ces lois de frottement peuvent de la même manière engendrer des instabilités de glissement le long de l'interface entre deux solides élastiques, si le contact est caractérisé par des propriétés de frottement de type *velocity-weakening*, et si la dimension de l'interface est suffisamment grande. La nucléation d'une instabilité de glissement le long d'une interface séparant deux milieux élastiques a été étudiée de manière numérique et théorique par [Dieterich, 1992], puis [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b]. Dans leurs travaux, ces auteurs se placent dans le cas d'un milieu à deux dimensions (x, y) dans lequel deux solides élastiques (respectivement situés en $y > 0$ et $y < 0$) glissent l'un par rapport à l'autre le long d'un contact situé $y = 0$. Le frottement entre les deux solides est de type *velocity-weakening* ($a < b < 0$). Dans ces conditions, [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b] ont montré l'existence d'au moins quatre types de régimes de nucléation d'une instabilité de glissement, en fonction de la loi d'évolution de la variable d'état Θ , et du rapport a/b entre les paramètres de frottement. Ce dernier paramètre a/b reflète en réalité si la nucléation se produit proche ou loin de l'état stationnaire défini par $\Omega = v\theta/d_c = 1$.

Tout d'abord, si l'évolution de la variable Θ est contrôlée par l'*aging-law*, les différents régimes de nucléation peuvent être décrits de la manière suivante :

	Aging-Law	Slip-Law
$a/b < 0.3$	$\Omega \gg 1$ sur la zone de nucléation Localisation de l'accélération sur $2L_\nu$	$\Omega \gg 1$ sur la zone de nucléation Localisation de l'accélération sur $2L'_\nu$
$a/b \sim 1$	$\Omega \sim 1$ sur la zone de nucléation Développement d'un crack de largeur limite $2L_\infty$	$\Omega \sim 1$ sur la zone de nucléation Propagation de pulses de glissement

TABLE 2.2 : régimes de nucléation 2D.

- $a/b < 0.37$: le glissement accélère tout en se localisant sur un segment de l'interface. Pour ces valeurs de a/b , la zone où se localise le glissement reste très au dessus de l'état stationnaire ($\Omega \gg 1$), et sa taille se réduit progressivement jusqu'à une demie taille limite L_ν donnée par :

$$L_\nu \simeq 1.37L_b, \quad (2.20)$$

où L_b a été défini dans les parties précédentes (1.18).

- $a/b > 0.37$: il n'y pas dans ce cas de localisation du glissement le long de la faille. La zone où le glissement accélère reste dans ce cas très proche de l'état stationnaire ($\Omega \simeq 1$), et s'élargit au fur et à mesure de la nucléation sous la forme d'un crack quasi statique. Au moment où la vitesse de glissement atteint une valeur sismique (de l'ordre de 1 cm.s^{-1}), la taille de la zone de nucléation est de l'ordre de $2L_\infty$, où L_∞ est donnée par :

$$L_\infty = \frac{L_b}{\pi} \left(\frac{b}{b-a} \right)^2. \quad (2.21)$$

De manière analogue, si l'évolution de Θ est contrôlée par la *slip-law*, deux régimes de nucléation sont possibles :

- $a/b < 0.5$ ($\Omega \gg 1$ dans la zone de nucléation) : le glissement accéléré se localise sur un segment de largeur $2L'_\nu$, L'_ν étant donnée par :

$$L'_\nu = \frac{L_\nu}{\ln \Omega}, \quad (2.22)$$

où Ω est évalué au centre de la zone de nucléation, et L_ν correspond à la taille de la zone de nucléation dans le cas de l'*aging-law*. De plus, d'après [Perfettini and Ampuero, 2008], cette dernière expression peut être simplifiée en utilisant la valeur approchée de θ au centre de la zone de nucléation donnée par $\theta \sim d_c/v_p$, de sorte que Ω est de l'ordre de v_{max}/v_p , v_{max} étant la vitesse de glissement maximale sur le segment de faille considéré. L'_ν se réécrit donc de la manière suivante :

$$L'_\nu = \frac{L_\nu}{\ln v_{max}/v_p}, \quad (2.23)$$

- $a/b > 0.5$ (Ω reste de l'ordre de 1 dans la zone de nucléation) : la nucléation prend la forme d'un pulse de glissement qui se propage le long de la zone de contact le long des deux milieux élastiques. Dans un grand nombre de cas, la vitesse maximale au sein de ce pulse croît à mesure que cette structure se propage. Toutefois, il peut apparaître un grand nombre de formes différentes de pulse en fonction des paramètres de frottements, et des conditions initiales de contrainte le long de l'interface de contact.

Les différents régimes de nucléation sont résumés dans le tableau 2.2.

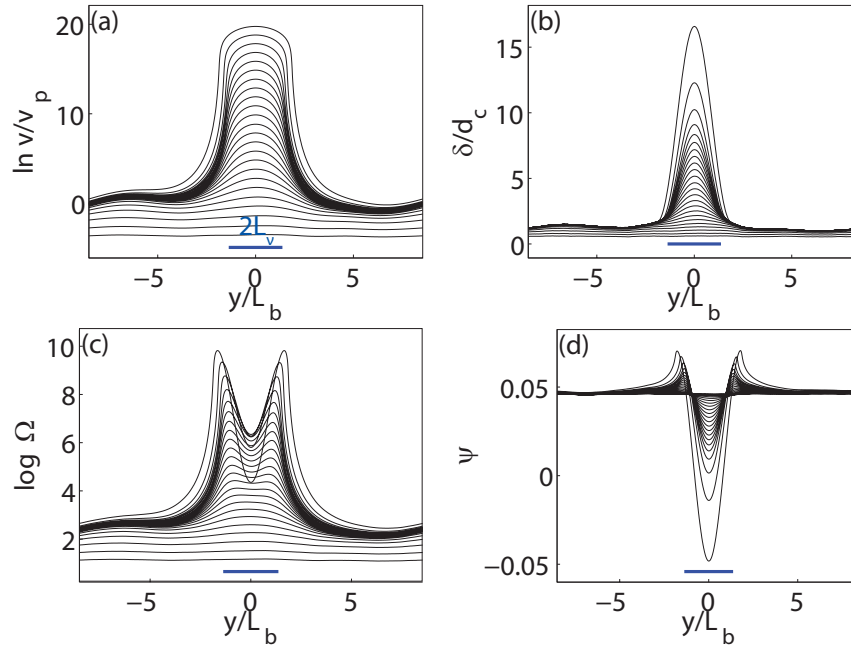


FIGURE 2.4 : Nucléation d'une instabilité de glissement dans le cas $a/b = 0.2$. La loi d'évolution de Θ est l'aging-law. (a) : profils de vitesse normalisée v/v_p , (b) : profils de déplacement cumulé normalisé δ/d_c , (c) : profils de Ω , (d) : profils de contrainte cisailante normalisée ψ . Entre deux profils successifs, la vitesse maximale de glissement est multipliée par 3. Le trait bleu indique la taille de la zone de nucléation, où L_{nu} est donné par (2.20). La résolution numérique utilisée est $h/L_b = 0.2$.

Le système à trois dimensions considéré dans cette étude doit nécessairement se comporter de manière identique dans le cas dégénéré où la vitesse et la contrainte sont uniformes dans une des deux dimensions du plan de faille, ce qui permet de tester la validité des solutions numériques produites par notre modèle. Des tests de nucléation ont donc été effectués sur une faille (située dans le plan $z = 0$) caractérisée par une vitesse initiale de glissement v_0 et des propriétés de friction a et b uniformes, et par une distribution initiale de Ω uniforme suivant x , de manière à ce que la contrainte initiale soit hétérogène dans la direction perpendiculaire au chargement v_p imposé. L'hétérogénéité initiale de contrainte permet d'amorcer le processus de nucléation sur la faille lorsque le système est chargé à taux constant. Ainsi les conditions initiales sur v et Θ sont données par :

$$\begin{cases} v(x, y, t = 0) &= v_0 \\ \Theta(x, y, t = 0) &= \Theta_0(y) \end{cases} \quad (2.24)$$

Ces conditions sont analogues à un cas antiplan à deux dimensions. Les quatre cas détaillés sur le tableau 2.2 ont été analysés, en utilisant pour chaque loi de frottement des valeurs de a/b de 0.2 et 0.8. Les autres paramètres utilisés dans ces tests sont identiques à ceux présentés la partie précédente (tableau 2.1).

Les résultats de ces tests de nucléation sont présentés sur les figures 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7. Les différents régimes décrits plus haut apparaissent clairement dans les simulations présentées. Pour les deux lois d'évolution de Θ , le régime correspondant à une faible valeur de a/b est bien caractérisé par une vitesse de glissement qui augmente sur un segment de faille de longueur déterminé par les équations (2.20) et (2.23). De plus cette portion de faille est caractérisée par des valeurs de $\Omega \gg 1$. L'accélération du glissement se traduit en outre par un déplacement cumulé important et une chute de contrainte progressive sur la zone de nucléation. Dans le cas où a/b est proche de 1, la nucléation est également très similaire à ce qui a été décrit par [Ampuero and Rubin, 2008b]. Pour les deux lois d'évolution, la valeur de Ω au sein

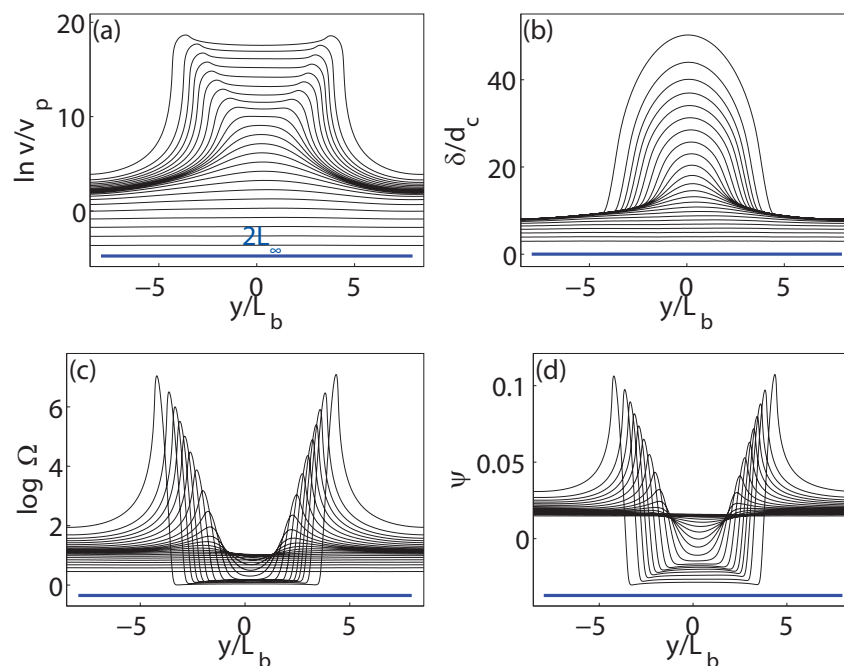


FIGURE 2.5 : Figure identique à 2.4 dans le cas $a/b = 0.8$. La loi d'évolution de Θ est l'aging-law . Le trait bleu indique ici la taille maximale possible de la zone de nucléation, où L_∞ est donné par (2.21). La résolution numérique utilisée est $h/L_b = 0.2$.

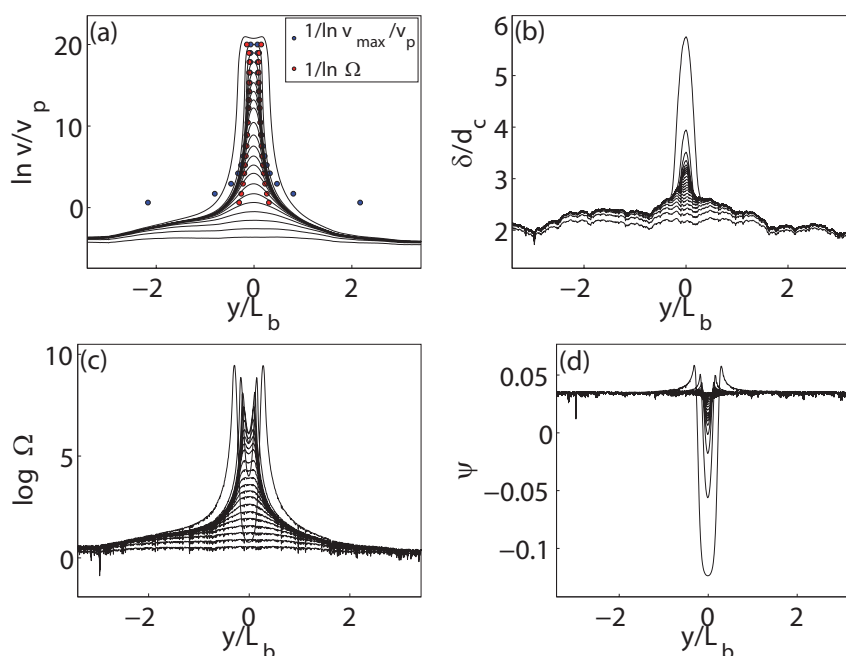


FIGURE 2.6 : Figure identique à 2.4 dans le cas $a/b = 0.2$. De plus, la loi d'évolution de Θ est ici la slip-law . Les points rouges sur la figure (a) indiquent la localisation progressive de la zone de nucléation d'après l'équation (2.23). Les points bleus correspondent à la localisation attendue lorsque le terme $\ln \Omega$ est remplacé par $\ln v_{max}/v_p$ dans (2.23). La résolution numérique utilisée est $h/L_b = 0.08$.

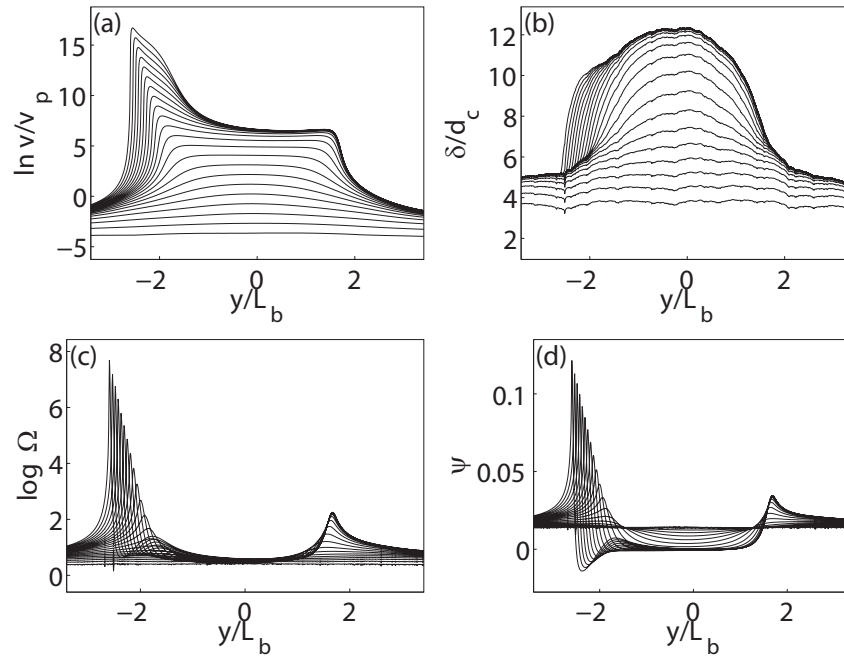


FIGURE 2.7 : Figure identique à 2.6 dans le cas $a/b = 0.8$. La loi d'évolution de Θ est la *slip-law*. La résolution numérique utilisée est $h/L_b = 0.08$.

de la zone où le glissement se déstabilise reste très proche de 1. Lorsque Θ évolue suivant l'*aging-law*, la nucléation prend la forme d'un crack : le déplacement cumulé à l'intérieur de la zone de nucléation est de forme elliptique, et la chute de contrainte associée y est constante. Dans le cas de la *slip-law* en revanche, la nucléation débute sous la forme d'un crack mais très vite, un pulse de glissement se forme et se propage vers la gauche. Dans cette structure, à l'inverse du crack, le déplacement cumulé n'est plus elliptique, il est non nul dans une région très étroite au niveau du front de rupture, et s'annule en arrière de ce même front. Comme indiqué sur la figure 2.7, cette zone de glissement effectif se rétrécit à mesure que le pic de vitesse correspondant s'accroît et que la chute de contrainte augmente. Ce type de pulse de glissement a déjà été observé par [Ampuero and Rubin, 2008b] dans des conditions de frottement similaires.

Cet ensemble de simulations permet de montrer que le modèle 3D utilisé ici reproduit de manière satisfaisante les régimes de nucléation théoriques attendus sur une faille subissant un frottement de type *rate-and-state*. De plus, ces tests permettent de déterminer les valeurs de résolution spatiale L_k mentionnées au chapitre précédent, nécessaires à une description correcte de la nucléation d'une instabilité de glissement. En effet, la dimension caractéristique h d'une cellule élémentaire doit être adaptée aux paramètres de frottement et au type de loi utilisé, de manière à rester inférieure à la plus petite longueur d'onde du champ de déformation. D'après les résultats de [Ampuero and Rubin, 2008b] présentés sur les figures 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7 et résumés dans le tableau 2.2, il suffit que h soit inférieure à L_ν dans le cas de l'*aging-law*, et h inférieure à L'_ν dans le cas de la *slip-law* où L_ν et L'_ν sont définies par (2.20) et (2.23) respectivement. Dans la suite, nous considérerons L_b comme un ordre de grandeur de L_ν . Il en résulte que, comme l'a montré [Ampuero and Rubin, 2008b], l'utilisation de la *slip-law* impose une résolution bien plus importante que l'utilisation de l'*aging-law*, dans la mesure où la *slip-law* conduit à une localisation du glissement bien plus marquée que l'*aging-law*.

En outre, il a été souligné au chapitre précédent qu'afin d'obtenir des événements sismiques sur les aspérités, il faut que ces dernières aient une taille surcritique. En d'autres termes, il s'agit de faire en sorte que sur ces aspérités, la nucléation puisse se développer jusqu'à ce que tout ou une partie de l'aspérité glisse à une vitesse suffisamment grande. Lorsque $a/b < 0.3$, le glissement accéléré a tendance à se

	Aging-Law		Slip-Law
h	$h < L_b$		$h < L_b$
R	$a/b < 0.37$	$a/b > 0.37$	$R > L_b$
	$R > L_b$	$R > L_\infty$	

TABLE 2.3 : résolution spatiale h et taille d'aspérité R .

localiser pour les deux lois, de sorte que si l'aspérité a un rayon R supérieur à L_ν , l'instabilité peut se développer jusqu'au bout. Lorsque a/b est plus grand, la zone de nucléation se localise également dans le cas de la *slip-law*, mais s'élargit rapidement dans le cas de l'*aging-law*, et dans ce dernier cas, la condition $R > L_\infty$ permet d'assurer une instabilité de glissement.

L'ensemble de ces conclusions permet de déterminer des critères sur la résolution nécessaire de la grille de calcul et sur la taille critique d'aspérité permettant de générer des événements sismiques. Nous avons résumé ces conditions dans le tableau 2.3 sous forme d'inégalités sur h et R . Les résultats assemblés dans ce tableau fournissent ainsi les ordres de grandeur des dimensions caractéristiques L_k évoquées dans la partie 1.2.2 du chapitre précédent (inégalités (1.19) et (1.21)). Toutefois, dans les applications ultérieures, la géométrie du système sera tri-dimensionnelle, et le processus de nucléation aura lieu non plus sur une ligne, mais sur un plan, ce qui risque de modifier les dimensions caractéristiques mises en évidence dans le cas bi-dimensionnel. Par conséquent, la dimension de cellule élémentaire adéquate et la dimension critique d'aspérité seront déterminées de manière empirique, au cas par cas. Nous reviendrons sur le problème de la taille critique d'aspérité au cours du chapitre 3, où le cycle sismique d'un système contenant une unique aspérité sera présenté en détail.

2.3 Résolution numérique à trois dimension

La discussion de la partie précédente nous a permis de déterminer la taille maximale des cellules élémentaire de la faille S sur lesquelles le calcul numérique est effectué. D'autre part, dans la partie 1.4.4 du premier chapitre, nous avons évalué le pas de temps maximum permettant de limiter l'erreur associée au schéma numérique (équation (1.111)). Dans ce paragraphe, nous allons tester successivement ces différentes conditions de résolution spatiale et temporelle dans le cas d'une faille S à deux dimensions, c'est à dire où vitesse de glissement et contrainte ne sont ni uniformes, ni invariantes par translation. Le système considéré est celui constitué par une aspérité circulaire de rayon R , centrée sur S , et d'une anti-aspérité occupant le complémentaire de l'aspérité dans S . Les différents paramètres utilisés dans cette partie sont présentés dans le tableau 2.4. Ce type de système a été décrit dans la partie 1.2.2 du premier chapitre. Lorsque S est chargée à taux constant v_p , un cycle sismique caractéristique apparaît sur l'aspérité. Sans en détailler les différentes phases (cela sera effectué dans le chapitre suivant), nous étudions dans cette partie la stabilité de ce cycle lorsque la résolution en espace h et en temps Δt augmentent.

2.3.1 Résolution spatiale

Afin d'évaluer la stabilité de la solution numérique par changement de résolution spatiale, nous avons effectué une série de simulations sur le système décrit plus haut en ne faisant varier que la taille h des cellules élémentaires de calcul, toutes autres dimensions étant constantes. Le pas de temps est estimé par l'équation (1.111), en utilisant $\chi = 80$ et $\gamma = 1$ pour l'*aging-law* et $\chi = 250$ et $\gamma = 0.96$ pour la *slip-law*. Les différentes solutions numériques obtenues sont comparées dans les espaces de phase

TABLE 2.4 : Paramètres utilisés dans les tests de résolution

Paramètres	valeur
paramètre a sur l'aspérité a_w	0.001
paramètre b sur l'aspérité b_w	0.005
paramètre a sur l'anti-aspérité a_s	0.005
paramètre b sur l'anti-aspérité b_s	0.001
glissement caractéristique d_c	0.2 mm
taux de chargement tectonique v_p	$10^{-9} \text{m.s}^{-1} = 3.15 \text{ cm.an}^{-1}$
rigidité G	30 GPa
vitesse des ondes de cisaillement c_s	3 km.s ⁻¹
épaisseur du milieu élastique w	3 km
dimension caractéristique de la faille $S L$	96 m
contrainte normale σ	100 MPa
amortissement η	$5.10^6 \text{ Pa.s.m}^{-1}$
rapport d'aspect des cellules de calcul q	1
L_b	12 m
rayon d'aspérité R	30 m

$(\Theta, \ln v/v_p)$ et $(\ln v/v_p, \psi)$, où ψ est la contrainte normalisée définie plus haut par $\psi = (\tau - \mu_0\sigma)/\mu_0\sigma$. Les résultats sont présentés sur les figures 2.8 pour l'*aging-law* et 2.9 pour la *slip-law*. Le système étant constitué de deux types de propriétés de frottement différentes caractérisant l'aspérité et l'anti-aspérité, l'histoire de glissement et de contrainte de deux points différents de S est envisagée dans chaque cas de loi d'évolution : le premier point est situé au centre de l'aspérité, le second dans l'anti-aspérité.

Les résultats présentés sur les figures 2.8 et 2.9 indiquent que la forme du cycle sismique apparaissant dans le système reste approximativement stable pour des valeurs de h vérifiant $h < 0.25L_b$ pour l'*aging-law* et $h < 0.06L_b$ pour la *slip-law*.

2.3.2 Résolution temporelle

Dans un deuxième temps, une série de tests a été menée pour évaluer la stabilité du cycle sismique lorsque le pas de temps utilisé dans le calcul diminue. Pour cela, la résolution spatiale a été fixée à $h/L_b = 0.06$ pour l'*aging-law* et $h/L_b = 0.015$ pour la *slip-law*, et nous avons fait varier le paramètre χ apparaissant dans l'équation (1.111) permettant de déterminer le pas de temps en fonction de la vitesse maximale de glissement. Les solutions obtenues pour les différentes résolutions temporelles sont comparées dans les mêmes espaces de phase que précédemment, comme indiqué sur les figures 2.10 et 2.11.

Les résultats présentés sur les figures 2.10 et 2.11 indiquent que la solution numérique ne varie pas pour toutes les valeurs de χ supérieures à 40 pour l'*aging-law*, et supérieures à 250 pour la *slip-law*. Par conséquent, nous utiliserons $\chi = 40$ et $\chi = 250$ dans les toutes les applications ultérieures.

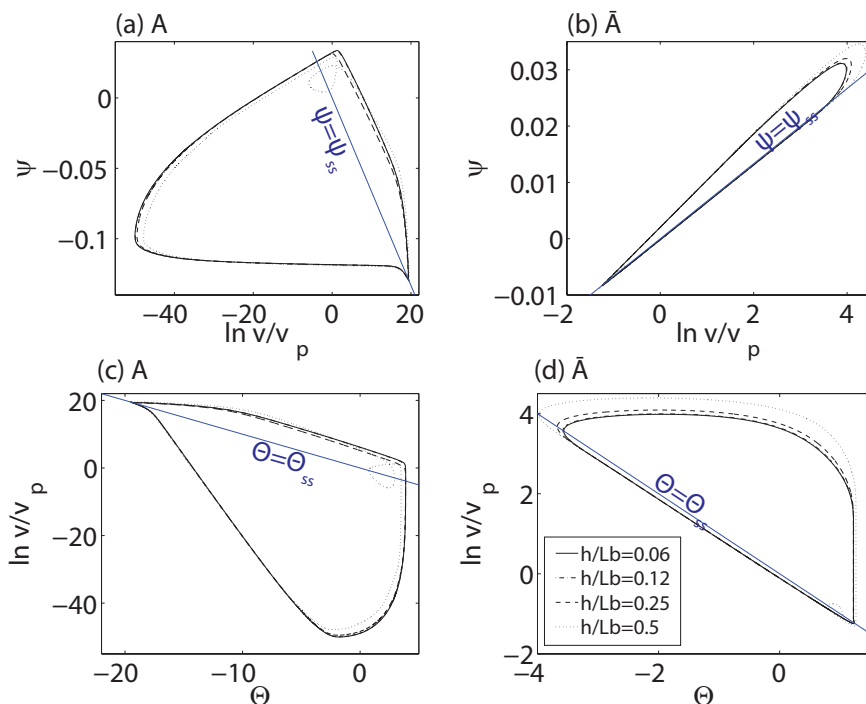


FIGURE 2.8 : Diagrammes de phase présentant l’histoire caractéristique de v , Θ et ψ (courbes noires) d’un système à aspérité unique soumis à un chargement à taux constant, pour différentes résolutions spatiales h . La loi d’évolution de Θ est l’aging-law. La droite bleue indique la contrainte normalisée à l’état stationnaire $\psi_{ss} = (a - b) \ln v/v_p/\mu_0$ et la variable d’état stationnaire $\Theta_{ss} = -\ln v/v_p$ (a) : Diagramme vitesse-contrainte normalisée d’un point caractéristique de l’aspérité A . (b) : Diagramme vitesse-contrainte normalisée d’un point caractéristique de l’anti-aspérité \bar{A} . (c) : Diagramme variable d’état-vitesse d’un point caractéristique de l’aspérité A . (d) : Diagramme variable d’état-vitesse d’un point caractéristique de l’anti-aspérité \bar{A} .

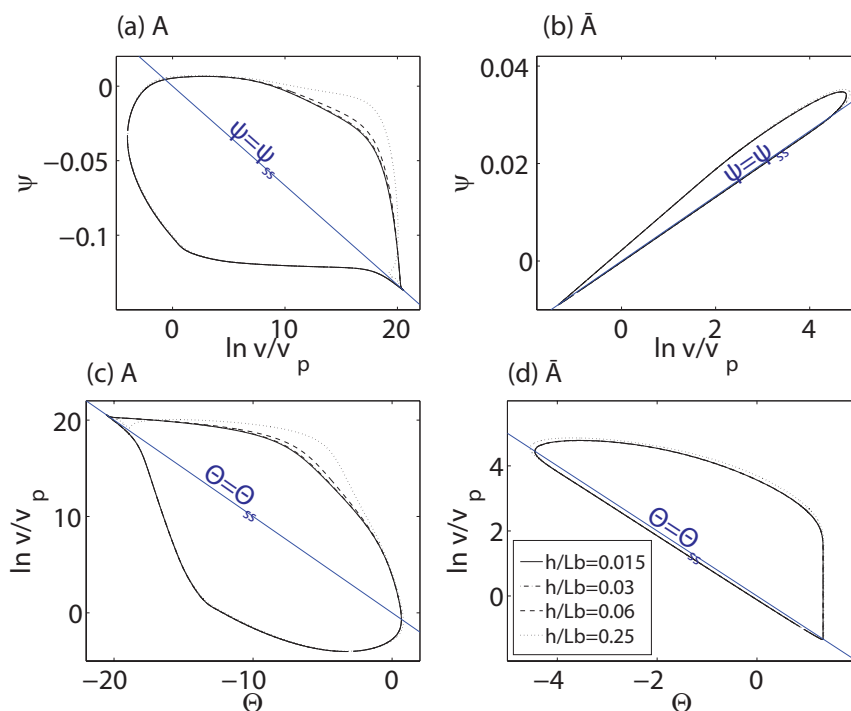


FIGURE 2.9 : Diagrammes de phases identiques à ceux présentés sur la figure 2.8, dans le cas où la loi d’évolution de Θ est la slip-law.

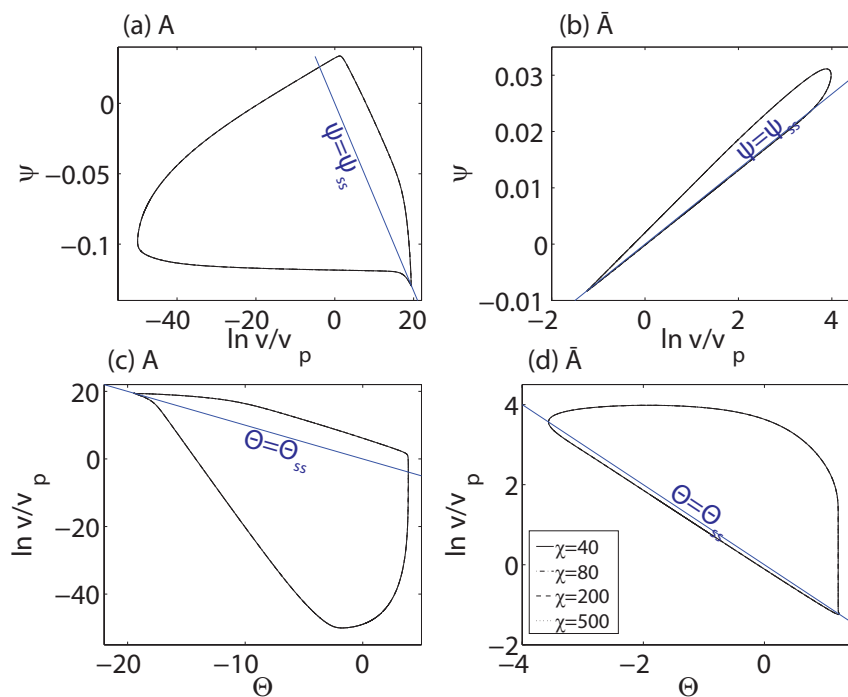


FIGURE 2.10 : Diagrammes de phases identiques à ceux présentés sur la figure 2.8, pour différentes résolutions temporelles. k indique le facteur multiplicatif apparaissant dans la relation (1.111) entre vitesse maximale et pas de temps. La loi d'évolution de Θ est ici l'aging-law, et la résolution spatiale est $h/L_b = 0.06$.

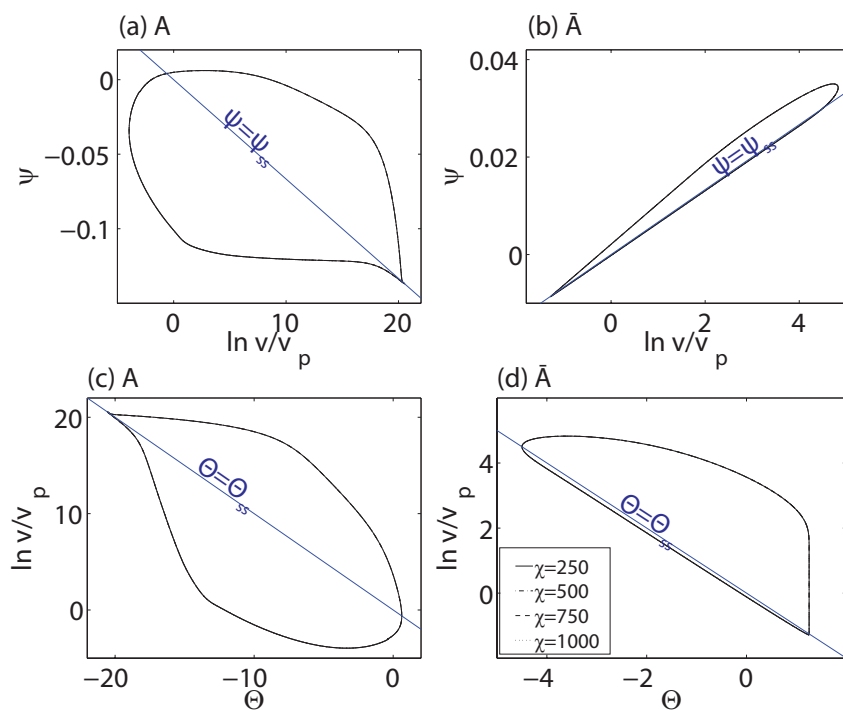


FIGURE 2.11 : Diagrammes de phases identiques à ceux présentés sur les figure 2.10, dans le cas où la loi d'évolution de Θ est la slip-law. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.015$.

TABLE 2.5 : Paramètres utilisés dans les tests relatifs à l'approximation du chargement tectonique

Paramètres	valeur
paramètre a sur l'aspérité a_w	0.001
paramètre b sur l'aspérité b_w	0.005
paramètre a sur l'anti-aspérité a_s	0.004
paramètre b sur l'anti-aspérité b_s	0.001
glissement caractéristique d_c	0.2 mm
taux de chargement tectonique v_p	$10^{-9} \text{m.s}^{-1} = 3.15 \text{ cm.an}^{-1}$
rigidité G	30 GPa
vitesse des ondes de cisaillement c_s	3 km.s ⁻¹
épaisseur du milieu élastique w	3 km
dimension caractéristique de la faille $S L$	96 m
contrainte normale σ	100 MPa
amortissement η	$5.10^6 \text{ Pa.s.m}^{-1}$
rapport d'aspect des cellules de calcul q	1
L_b	12 m
rayon d'aspérité R	30 m

2.4 Approximation du chargement tectonique

De la même manière qu'au cours des tests de résolution spatiale et temporelle, nous utilisons dans cette partie l'analyse des diagrammes de phase obtenus pour le jeu de paramètres présentés dans le tableau 2.5 avant de tester l'approximation (1.32) du chargement tectonique. En effet, comme cela est démontré dans le premier chapitre, l'utilisation de l'équation (1.32) introduit une erreur supplémentaire dans la solution numérique, qui doit cependant rester négligeable pour tout champs de déplacement dont la longueur d'onde caractéristique est très inférieure à l'épaisseur w du milieu élastique considéré. Afin d'évaluer numériquement un tel effet, deux simulations ont été effectuées, la première utilisant l'expression (1.30), la suivante considérant l'approximation (1.32). Les résultats de ces simulations sont présentés sur les figures 2.12 et 2.13.

L'analyse des solutions obtenues dans les diagrammes de phase de la figure 2.12 montre que l'utilisation de l'expression approchée de la contrainte tectonique ne modifie ni la forme du cycle sismique obtenu sur l'aspérité, ni la forme de la phase postsismique au niveau de l'antiaspérité. Toutefois, la durée du cycle sismique représentée sur la figure 2.13 est légèrement modifiée, ce qui peut s'expliquer par le champ de déplacement intersismique de grande longueur d'onde qui introduit un chargement supplémentaire sur l'aspérité, d'après l'analyse de la partie 1.3.2.8 du premier chapitre. Cette modification de T_c n'excède pas 2% de la durée totale du cycle d'après la figure 2.13b, et de ce fait ne change pas de manière significative les résultats du chapitre 3 à propos de l'interprétation mécanique du temps de récurrence des ruptures sur une aspérité isolée. De plus, les résultats des chapitres 4 et 5 reposent essentiellement sur l'analyse des changements relatifs des périodes caractéristiques des aspérités, soit sous l'effet des interactions mécaniques au sein d'une population d'aspérités (chapitre 4), soit sous l'effet d'une perturbation externe de contrainte (chapitre 5). L'approximation (1.32) reste donc raisonnable dans le cadre des expériences

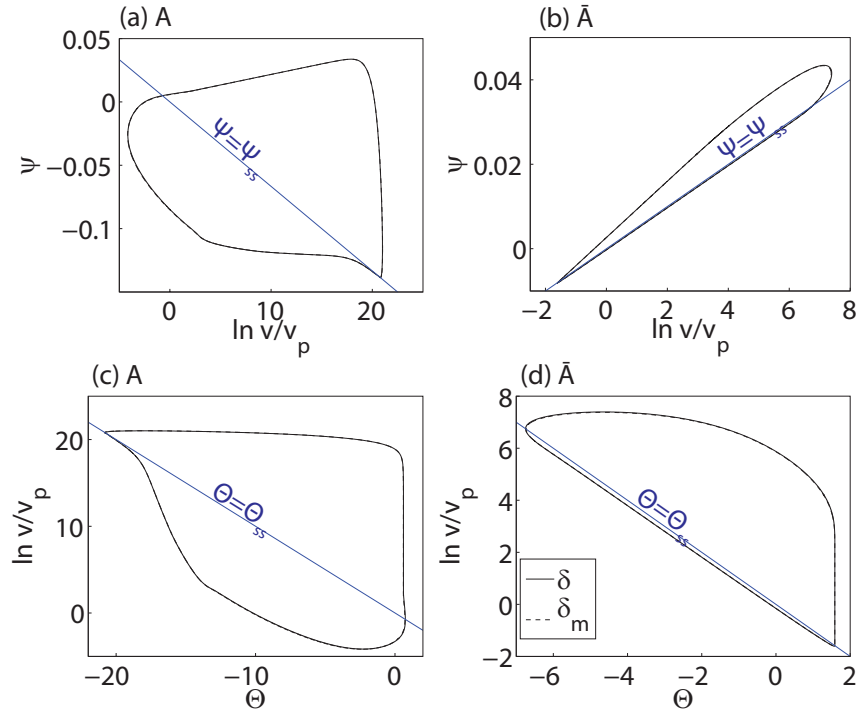


FIGURE 2.12 : Diagrammes de phases identiques à ceux présentés sur les figures 2.8, 2.9, 2.10 et 2.11, dans le cas où la loi d'évolution de Θ est la slip-law. La courbe correspondant à la légende δ_m correspond à la simulation effectuée à l'aide de l'expression (1.30). La courbe δ indique les résultats obtenus avec l'approximation (1.32). La résolution spatiale est $h/L_b = 0.015$.

présentées dans ce manuscrit.

2.5 Déplacement moyen

Il a été montré dans les chapitres précédents que dans le cas d'un chargement stationnaire, le glissement dans le système est généré en imposant une vitesse de déplacement v_p constante à une distance $w/2$ du plan de faille. Dans cette partie, nous déterminons l'expression que doit satisfaire le glissement moyen sur le segment de faille S qui résulte de ce chargement tectonique. Pour cela, deux cas différents sont envisagés : dans le premier, aucune condition particulière n'est imposée sur le glissement des différents points de S . Dans le deuxième cas, une vitesse de glissement constante est fixée sur une partie du segment de faille S . Cette dernière situation correspond aux géométries présentées sur les figures 1.2a' et 1.2b' permettant d'étudier des segments de failles de dimension finie comme ceux envisagés sur les figures 1.2a et 1.2b.

2.5.1 Conditions aux limites libres

Nous nous intéressons tout d'abord au cas où tous les points du segment de faille S évoluent librement suivant le système d'équations (1.86). En d'autres termes, aucune forme de glissement n'est imposée sur les bordures de S . Nous allons démontrer que, sur une période de temps suffisamment longue, le déplacement sur la faille elle-même doit suivre en moyenne le chargement imposé. En effet, dans le cas contraire, le milieu élastique se déformerait en permanence et subirait des contraintes infinies, sans raison physique apparente. D'après l'expression (1.81) de la contrainte élastique générée en un point \mathbf{x} du plan de faille en l'absence de perturbations externes, le taux de chargement $\dot{\tau}_e(\mathbf{x}, t)$ prend la forme suivante :

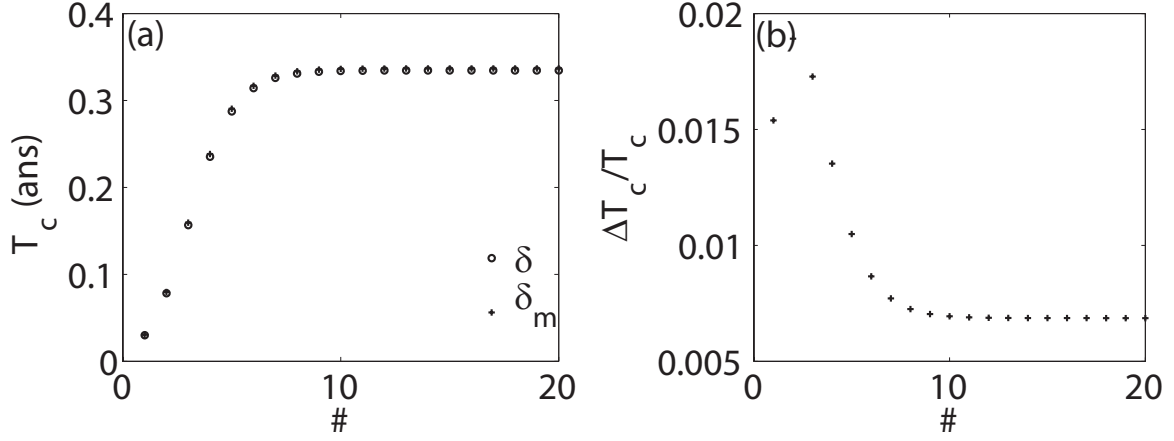


FIGURE 2.13 : (a) Durée du cycle sismique T_c pour les simulations présentés sur la figure 2.12. L'axe des abscisses indique le numéro du cycle sismique, dans le cas où la loi d'évolution de Θ est la slip-law. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.015$, et la légende a la même signification que celle de la figure 2.12. (b) Changement relatif $\Delta T_c / T_c$ de la durée du cycle sismique lors du passage de l'équation (1.30) à la formule (1.32). Les résultats présentés ici correspondent à ceux de la figure (a).

$$\dot{\tau}_e(\mathbf{x}, t) = -\frac{G}{w} [v_m(t) - v_p] + \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [v(\mathbf{x}_0, t) - v_p] d\mathbf{x}_0 - \eta \dot{v}(\mathbf{x}, t). \quad (2.25)$$

En considérant que τ et v sont des fonctions périodiques en temps de période T_c , la valeur moyenne de \dot{v} et $\dot{\tau}$ sur T_c est nulle. Dans ces conditions, la moyenne de l'expression (2.25) sur T_c conduit à l'expression suivante :

$$-\frac{G}{w} [\bar{v}_m - v_p] + \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\bar{v}(\mathbf{x}_0) - v_p] d\mathbf{x}_0 = 0, \quad (2.26)$$

où \bar{v} désigne la valeur moyenne de la vitesse de glissement en \mathbf{x} sur une période T_c , et \bar{v}_m la moyenne spatiale de la vitesse de glissement moyennée à nouveau sur T_c . Par ailleurs, la vitesse de glissement se décompose de la manière suivante :

$$v(\mathbf{x}, t) = v_m(t) + \mathcal{V}(\mathbf{x}, t), \quad (2.27)$$

où \mathcal{V} est la fluctuation de v par rapport à v_m . La moyenne de cette dernière expression sur un cycle sismique donne :

$$\bar{v}(\mathbf{x}) = \bar{v}_m + \bar{\mathcal{V}}(\mathbf{x}). \quad (2.28)$$

Pour les raisons mentionnées précédemment, le milieu ne peut subir de déformation infinie, et, par conséquent, la vitesse moyenne de glissement ne dépend pas du point \mathbf{x} , et par conséquent, \bar{v}^* ne dépend pas non plus de \mathbf{x} . En d'autres termes, les deux variables \bar{v} et $\bar{\mathcal{V}}$ sont égales à leur moyenne spatiale. Or, par définition de v_m , la moyenne spatiale de \mathcal{V} est nulle, celle de $\bar{\mathcal{V}}$ l'est également. $\bar{\mathcal{V}}$ est donc nulle, et l'expression (2.28) devient :

$$\bar{v} = \bar{v}_m. \quad (2.29)$$

ce qui permet de simplifier l'expression (2.26) précédente de la manière suivante :

$$\left\{ -\frac{G}{w} + \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \right\} [\bar{v} - v_p] = 0. \quad (2.30)$$

Dans la mesure où $G/w > 0$ et en remarquant que $\int \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = 0$ comme cela a été montré dans le chapitre 1 (propriété (1.47)), le terme entre crochets est nul et l'on obtient l'expression suivante de la vitesse de glissement moyenne en tout point du plan de faille :

$$\boxed{\bar{v} = v_p}. \quad (2.31)$$

En d'autres termes, le glissement sur la faille suit en moyenne le chargement imposé, et cette propriété est vérifiée par le système d'équations envisagé, quelle que soit la forme de la loi de frottement utilisée. Par conséquent, la solution numérique au problème doit également vérifier cette propriété. Dans toute la suite, nous nous sommes assurés que l'histoire du glissement sur la faille suivait le chargement moyen.

2.5.2 Conditions aux limites vitesse imposée

Tournons nous à présent vers le cas où une partie du segment de faille S est laissé libre d'évoluer suivant (1.86) pendant que'une vitesse de glissement constante est imposée sur l'autre partie de S . Notons S_0 la partie de S où aucun glissement n'est imposé, et \bar{S}_0 le complémentaire de S_0 dans S , où la vitesse de glissement est fixée à v_l . Nous ferons tout d'abord l'hypothèse que $v_l < v_p$. En l'absence de perturbations de contrainte, l'équation (1.85) dérivée en temps peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$\dot{\tau}_e(\mathbf{x}, t) = -\frac{G}{v_p} [v_m(t) - v_p] + \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [v(\mathbf{x}_0, t) - v_l] d\mathbf{x}_0 - \eta \dot{v}(\mathbf{x}, t). \quad (2.32)$$

De la même manière que précédemment, en considérant des solutions T_c périodiques et en moyennant sur T_c , l'expression (2.32) devient :

$$-\frac{G}{w} [\bar{v}_m - v_p] + \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\bar{v}(\mathbf{x}_0) - v_l] d\mathbf{x}_0 = 0. \quad (2.33)$$

Contrairement au cas précédent où aucune vitesse de glissement n'est imposée sur S , le segment de faille S_0 accumule une déformation de plus en plus importante au cours des cycles sismiques successifs, dans la mesure où deux vitesses de glissement différentes v_l et v_p sont imposées indépendamment. De plus, comme cela est indiqué au chapitre suivant dans le cas où $v_l = 0$ (figures 3.3a" et 3.3b"), le glissement cumulé moyen sur S_0 est de forme elliptique, ce qui est également le cas lorsque v_l n'est pas nul, dans la mesure où l'on peut toujours se reporter au premier cas en retirant un mouvement rigide à la vitesse v_l qui n'ajoute aucune contrainte au système. Par conséquent, la vitesse moyenne $\bar{v}(\mathbf{x}_0)$ n'est pas uniforme sur S_0 , et il est impossible d'extraire ce terme de l'intégrale dans l'expression 2.33.

Malgré cette difficulté, il est toutefois possible d'obtenir une expression approchée de la vitesse de glissement moyennée sur un cycle T_c et sur le segment S_0 lorsque celui ci est circulaire de rayon R_0 . En effet, la valeur moyenne de τ_{es} (c'est à dire du troisième terme de l'expression (1.85)) sur S_0 et sur un cycle sismique T_c est approximativement égale à la chute de contrainte sur un crack circulaire de rayon R_0 , et l'on a donc d'après [Eshelby, 1957] la relation suivante :

$$\langle \bar{\tau}_{es} \rangle_{S_0} = \left\langle \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\bar{\delta}(\mathbf{x}_0) - \bar{v}_l t] d\mathbf{x}_0 \right\rangle_{S_0} \sim -\frac{7\pi G}{24R_0} \langle \bar{\delta} - \bar{v}_l t \rangle_{S_0}, \quad (2.34)$$

où le symbole de moyenne associé à l'indice S_0 indique une moyenne spatiale sur le segment S_0 , et la barre horizontale correspond à une moyenne temporelle sur un cycle sismique donné. L'approximation

suivante consiste à considérer que la relation (2.34) est valable quelquesoit l'instant du cycle considéré, c'est à dire que la moyenne de τ_{es} sur S_0 est proportionnelle au déplacement moyen sur S_0 . On a alors :

$$\langle \tau_{es} \rangle_{S_0} = \left\langle \int_{S_0} \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_l t] d\mathbf{x}_0 \right\rangle_{S_0} \sim -\frac{7\pi G}{24R_0} \langle \delta - v_l t \rangle_{S_0}. \quad (2.35)$$

Ainsi, l'expression de la contrainte quasi-dynamique (1.85) moyennée sur S_0 peut s'écrire de la manière suivante :

$$\langle \tau_e \rangle_{S_0}(t) = \tau^* - k_t [\langle \delta \rangle_S(t) - v_p t] - k_l [\langle \delta \rangle_{S_0}(t) - v_l t] - \eta [\langle v \rangle_{S_0}(t) - v_p], \quad (2.36)$$

où k_t et k_l correspondent respectivement à la raideur de l'interaction entre S_0 le chargement tectonique d'une part et S_0 et \bar{S}_0 d'autre part. k_t et k_l sont définis par :

$$\begin{cases} k_t = \frac{G}{w} \\ k_l = \frac{7\pi G}{24R_0}. \end{cases} \quad (2.37)$$

Cette approximation consiste à considérer le segment de faille S_0 comme un patin ressort chargé d'une part à taux constant v_p par un ressort de raideur k_t et d'autre part relié à un deuxième patin se déplaçant à la vitesse constante v_l par l'intermédiaire d'un ressort k_l .

De la même manière que précédemment, l'expression (2.36) peut être dérivée par rapport à t puis moyennée sur un cycle sismique, et en considérant des solutions périodiques pour $\langle v \rangle_{S_0}$ et $\langle \tau_e \rangle_{S_0}$, on obtient finalement l'équation suivante :

$$-k_t [\langle \bar{v} \rangle_S - v_p] - k_l [\langle \bar{v} \rangle_{S_0} - v_l] = 0, \quad (2.38)$$

L'équation précédente fait apparaître l'expression de la vitesse moyenne sur l'ensemble de la faille S , et la vitesse moyenne sur le segment S_0 . La relation entre ces deux termes est donnée par :

$$\langle \bar{v} \rangle_S = \frac{S_0}{S} \langle \bar{v} \rangle_{S_0} + \left(1 - \frac{S_0}{S}\right) v_l, \quad (2.39)$$

et l'on peut ainsi à l'aide des deux expressions précédentes écrire l'expression de la vitesse moyenne de glissement sur S_0 de la manière suivante :

$$\langle \bar{v} \rangle_{S_0} = -\frac{k_t}{k_l + S_0 k_t / S} \left[\left(1 - \frac{S_0}{S}\right) v_l - v_p \right] + \frac{k_l}{k_l + S_0 k_t / S} v_l. \quad (2.40)$$

Dans le cas réel où la faille S n'est pas un rectangle reproduit périodiquement dans les directions x et y , ou encore dans l'approximation périodique où la dimension caractéristique de S est très supérieure à celle de S_0 ($L \gg L_0$) la relation précédente (si l'on néglige les termes en S_0/S) se réduit à :

$$\boxed{\langle \bar{v} \rangle_{S_0} = \left(1 - \frac{k_t}{k_l}\right) v_l + \frac{k_t}{k_l} v_p} \quad (2.41)$$

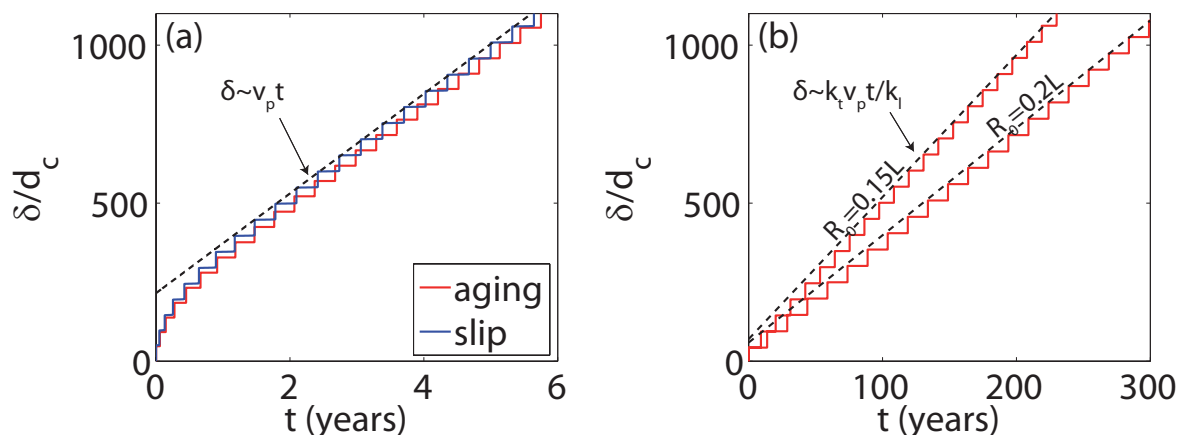


FIGURE 2.14 : Déplacement cumulé moyen sur S δ et normalisée par rapport à d_c en fonction du temps t pour deux types de conditions aux limites. Les courbes colorées correspondent aux résultats numériques pour les deux lois d'évolution de la variable θ . Les droites pointillées noires indiquent le comportement moyen du système (2.31) et (2.42). (a) : conditions aux limites périodiques sur le plan $z = 0$. Le déplacement moyen évolue transitoirement vers le taux de chargement tectonique. La période transitoire initiale a été évoquée au cours du premier chapitre, et sera détaillée dans le chapitre 5. (b) : bordure S_0 de S bloquée. R_0 indique le rayon de la partie non bloquée S_0 de S , et L la dimension de S .

Lorsque la bordure de S_0 glisse à v_p , l'expression (2.41) se réduit à $\langle \bar{v} \rangle_{S_0} = v_p$. En revanche, si $v_l = 0$, $\langle \bar{v} \rangle_{S_0}$ devient :

$$\boxed{\langle \bar{v} \rangle_{S_0} = \frac{k_t}{k_l} v_p = \frac{24R_0}{7\pi w} v_p} \quad \text{si } v_l = 0, \quad (2.42)$$

c'est à dire que la vitesse moyenne de glissement sur S_0 est une petite fraction du chargement tectonique imposé v_p dans la mesure où la plupart des cas étudiés ici vérifient $R_0 \ll w$.

Sur la figure 2.14, nous présentons le déplacement cumulé obtenu pour le système à aspérité unique utilisé pour effectuer les tests de résolution spatiale et temporelle. Rappelons que les paramètres de calculs sont résumés dans le tableau 2.4. Les deux types de conditions aux limites sont présentés : conditions périodiques et conditions aux limites bloquées. Dans cette dernière situation, un glissement nul est imposé sur tous les points de S en dehors d'un cercle S_0 de rayon $R_0 > R$ centré sur S , R étant le rayon de l'aspérité considérée. Dans les deux cas, les résultats numériques sont en accord avec les équations (2.31) et (2.42).

2.6 Conclusion

Les tests numériques présentés au cours de ce second chapitre ont permis de mettre à l'épreuve la précision des solutions numériques générés par le modèle décrit dans le premier chapitre de ce manuscrit. Cela a en outre été l'occasion d'introduire et de discuter quelques résultats théoriques relatifs à la loi de frottement *rate-and-state*, à travers les exemples de nucléation sismique et de réactivité à une perturbation de contrainte. Les concepts fondamentaux évoqués seront réutilisés dans la suite de cette étude, en particulier au cours du chapitre 5. D'autre part, ces tests nous ont permis de présenter brièvement l'allure des cycles sismiques apparaissant spontanément dans ce type de modèle, ce qui constitue l'objet du chapitre 3.

Chapitre 3

Cycle sismique d'une aspérité isolée

L'étude présentée dans ce chapitre présente les différents régimes d'activité sismique possibles dans un système constitué d'une unique aspérité isolée au milieu d'un segment de faille se déformant de manière asismique, l'ensemble du système étant chargé à taux constant. Comme cela a été mentionné dans l'introduction, de nombreuses observations sismologiques de multiplets ont en effet mis en évidence de telles structures, comme par exemple sur des failles transformantes comme la faille Nord Anatolienne [Bouchon et al., 2011 ; Peng and Ben-Zion, 2005], celles de San Andreas et de Hayward [Nadeau et al., 1995 ; Nadeau and McEvilly, 1997 ; Nadeau and Johnson, 1998 ; Nadeau and McEvilly, 1999 ; Bürgmann et al., 2000 ; Lengliné et al., 2009], mais aussi au niveau des zones de subduction comme par exemple au Japon [Matsuzawa et al., 2002 ; Igarashi et al., 2003].

Dans ce contexte, [Kato, 2003] et [Chen and Lapusta, 2009] ont montré que les modèles *rate-and-state* comme celui présenté dans cette étude où les aspérités sismiques sont assimilées à des îlots de matériel de type *velocity-weakening* isolés dans une faille globalement caractérisée par des propriétés de type *velocity-strengthening* permettent d'expliquer une grande partie des observations associées aux multiplets, en particulier celles relatives à la chute de contrainte [Imanishi et al., 2004 ; Allmann and Shearer, 2007 ; Dreger et al., 2007] et à la relation entre temps de récurrence T_c et moment sismique M_0 mise en évidence par [Nadeau and Johnson, 1998].

Les auteurs de ces différentes études mentionnent en outre que l'un des facteurs essentiels contrôlant la réponse sismique de l'aspérité à un forçage tectonique est l'interaction avec son environnement asismique. En particulier, [Kato, 2003] et [Kato, 2004] ont montré que la rupture de l'aspérité induit sur l'anti-aspérité asismique une accélération du glissement. Si les propriétés de frottement sur l'anti-aspérité le permettent, une partie de l'anti-aspérité peut se déstabiliser de manière sismique. Inversement, [Chen and Lapusta, 2009] indique que lorsque l'aspérité est bloquée en phase intersismique, le glissement au niveau de l'anti-aspérité pénètre à l'intérieur de l'aspérité de telle sorte qu'une partie de cette structure relâche la contrainte tectonique de manière asismique. De manière plus générale, l'environnement asismique de l'aspérité amplifie la contrainte tectonique. Ces deux derniers exemples montrent donc que l'anti-aspérité influence le cycle sismique de l'aspérité soit en modifiant la dimension de l'aspérité effective, dont la taille peut être estimée par des mesures sismologiques (fréquence coin de l'onde P), soit en agissant sur le taux de chargement tectonique.

L'objectif de ce chapitre est donc d'utiliser le modèle présenté dans le premier chapitre afin d'étudier l'influence des propriétés géométriques et frictionnelles de l'anti-aspérité sur la réponse de l'aspérité à un chargement tectonique. Plus précisément, nous chercherons à comprendre comment l'intervalle de temps moyen séparant deux événements sismiques apparaissant sur l'aspérité peut être modulé par les caractéristiques de son environnement asismique.

Pour cela, nous allons dans un premier temps détailler les différentes phases du cycle sismique de l'as-

périté. Cela nous permettra d'identifier les paramètres mécaniques critiques déterminant les conditions d'interaction entre l'aspérité et son anti-aspérité. En particulier nous proposerons l'idée selon laquelle il est possible d'obtenir différents types de cycles sismiques en fonction de la loi d'évolution de la variable d'état et de la densité d'aspérité définie au cours du premier chapitre. Puis dans un deuxième temps, nous étudierons pour chaque type de cycle sismique l'influence de la densité d'aspérité ρ_a sur la durée T_c du cycle, et nous montrerons que chaque régime d'activité peut être caractérisé par une relation différente entre ρ_a et T_c .

L'ensemble de l'étude présentée dans ce chapitre concerne le cycle sismique réel de l'aspérité en régime stationnaire. En effet, dans la partie du premier chapitre qui aborde le problème des conditions initiales, nous avons montré qu'en raison de choix arbitraire et non physique de ce dernières, l'ensemble de la faille subit un régime transitoire avec d'atteindre un régime stationnaire où le déplacement cumulé suit en moyenne le chargement tectonique imposé. Dans le cas d'une unique aspérité isolée, cela se traduit par une série de pseudo cycles sismiques dont la durée converge progressivement vers une valeur limite stationnaire. En général, pour les paramètres utilisés dans ce chapitre, ce régime stationnaire apparaît après environs 10 à 20 pseudo cycles. Nous reviendrons en détail sur ce processus au cours du chapitre 5 qui est entièrement consacré à l'étude de ce régime transitoire.

3.1 Cycle sismique

Dans cette partie, nous avons calculé l'évolution du glissement et de la contrainte sur un système constitué d'une unique aspérité située au milieu d'un segment de faille S asismique, lorsqu'un chargement tectonique à vitesse v_p est imposé. Les paramètres utilisés sont répertoriés dans le tableau 3.1. Les paramètres de frottement a , b et d_c ont été choisis dans la gamme des observations expérimentales présentées par [Marone, 1998]. La contrainte normale utilisée correspond à l'ordre de grandeur de la contrainte normale attendue dans une faille infiltrée de fluides aux alentours de 5 km de profondeur, comme cela est indiqué par [Rice, 1992]. Le taux de chargement imposé est similaire au taux de chargement estimé à Parkfield par [Titus et al., 2006]. Les dimensions respectives L et R de la faille S et de l'aspérité donnent une densité d'aspérité de 0.3. Deux séries de simulations ont été effectuées, la première en utilisant l'*aging-law* comme loi d'évolution de Θ , la seconde en utilisant la *slip-law*. Dans la suite, nous nous intéressons à l'évolution de la vitesse de glissement v , du déplacement cumulé δ , de la variable d'état Θ et de la contrainte normalisée ψ sur la faille S en réponse au chargement tectonique constant imposé.

Les résultats de cette simulation sont présentés sur les figures 3.1 à 3.4. L'ensemble de ces résultats montrent que sous l'effet d'un chargement tectonique à taux constant, un cycle sismique régulier apparaît sur S . D'après la valeur du glissement cosismique obtenu sur la figure 3.1d, la magnitude associée est d'environ 1.9, en considérant une surface d'aspérité de πR^2 . Toutefois, l'analyse du moment sismique donne une magnitude de l'ordre de 1.6, ce qui indique qu'une partie significative du moment est libérée sous forme asismique, comme cela a été remarqué par [Chen and Lapusta, 2009]. Ce point sera détaillé ultérieurement au cours de la description des différentes phases du cycle. L'évolution de la vitesse de glissement et du déplacement cumulé sur la faille S présentés sur les figures 3.1, 3.2 et 3.3 indiquent plusieurs phases successives : pendant la majeure partie du cycle, l'aspérité est bloquée (phase intersismique) puis le glissement accélère brutalement (phase de nucléation) jusqu'à une vitesse de l'ordre de 0.1 m.s^{-1} . Cette dernière phase (cosismique) est suivie d'une relaxation de la vitesse sur l'aspérité (phase postsismique), qui s'achève lorsque le glissement sur l'aspérité est négligeable. Dans la suite de cette première partie, nous détaillons l'évolution mécanique de la faille S au cours des différentes parties du cycle sismique.

TABLE 3.1 : Paramètres utilisés pour le système à aspérité unique chargée à taux constant.

Paramètres	valeur
paramètre a sur l'aspérité a_w	0.001
paramètre b sur l'aspérité b_w	0.005
paramètre a sur l'anti-aspérité a_s	0.005
paramètre b sur l'anti-aspérité b_s	0.001
glissement caractéristique d_c	0.2 mm
taux de chargement tectonique v_p	$10^{-9} \text{m.s}^{-1} = 3.15 \text{ cm.an}^{-1}$
rigidité G	30 GPa
vitesse des ondes de cisaillement c_s	3 km.s ⁻¹
épaisseur du milieu élastique w	3 km
dimension caractéristique de la faille $S L$	66 – 96 m
contrainte normale σ	100 MPa
amortissement η	$5.10^6 \text{ Pa.s.m}^{-1}$
rapport d'aspect des cellules de calcul q	1
$L_b = Gd_c/b_w\sigma$	12 m
rayon d'aspérité R	30 m
densité d'aspérité $\rho_a = \pi R^2/L^2$	0.66 – 0.3

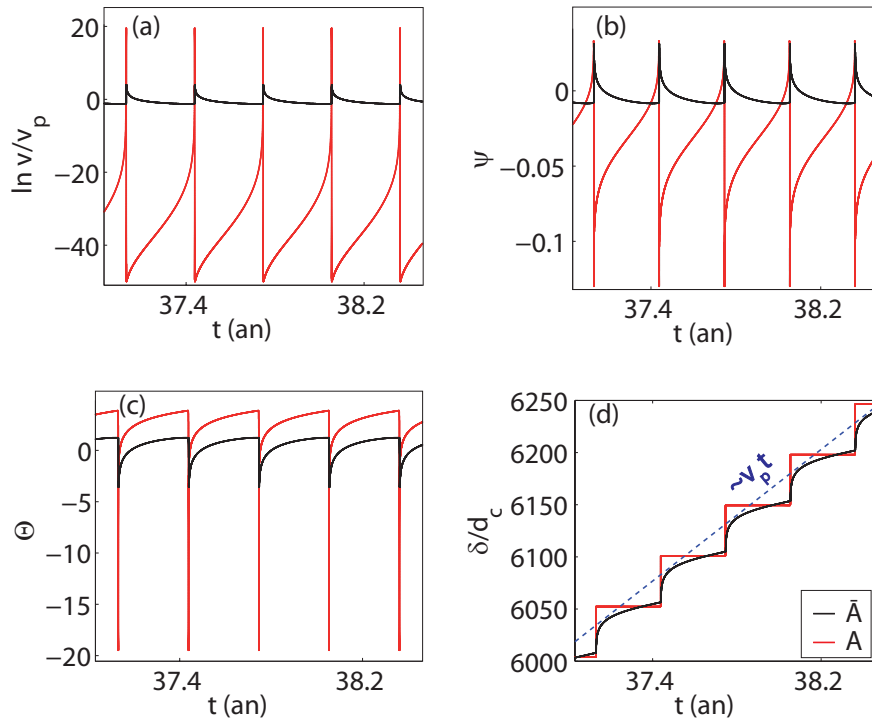


FIGURE 3.1 : Cycle sismique d'une aspérité circulaire centrée sur S dans le cas où la loi d'évolution de Θ est l'aging-law . (a) : Vitesse de glissement normalisée v/v_p au centre de l'aspérité A (rouge) et au centre de l'anti-aspérité \bar{A} (point $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ de la faille S , courbe noire) en fonction du temps t . (b) : Contrainte normalisée ψ . (c) : Variable d'état Θ . (d) : Déplacement cumulé normalisé δ/d_c . La droite en tirets bleus indique le taux de chargement tectonique v_p . Les paramètres utilisés pour cette simulation sont présentés dans le tableau 3.1. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.125$.

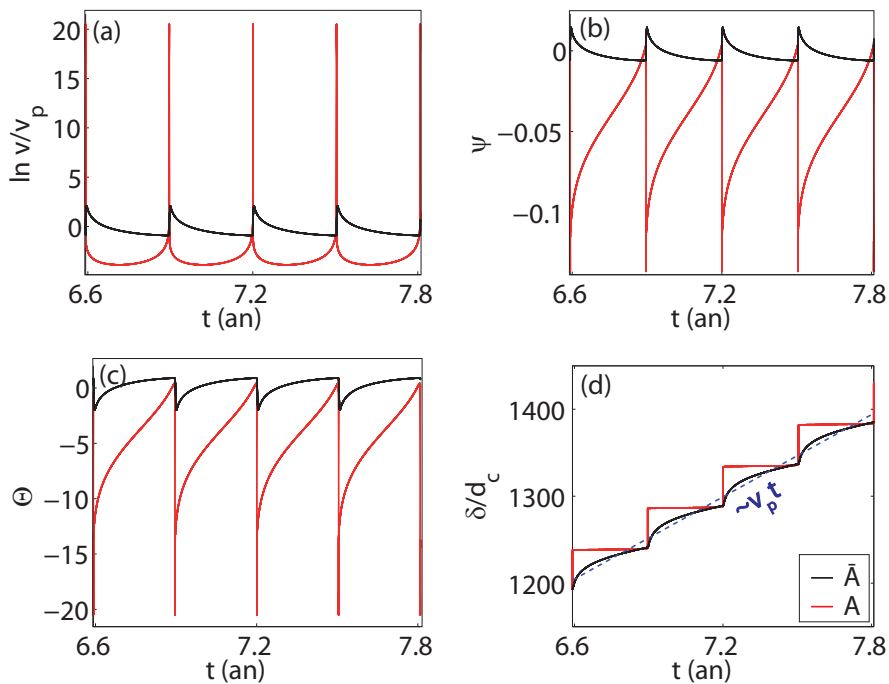


FIGURE 3.2 : Figure identique à la figure 3.1 dans le cas où la loi d'évolution de Θ est la slip-law . Les paramètres utilisés pour cette simulation sont présentés dans le tableau 3.1. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.03$.

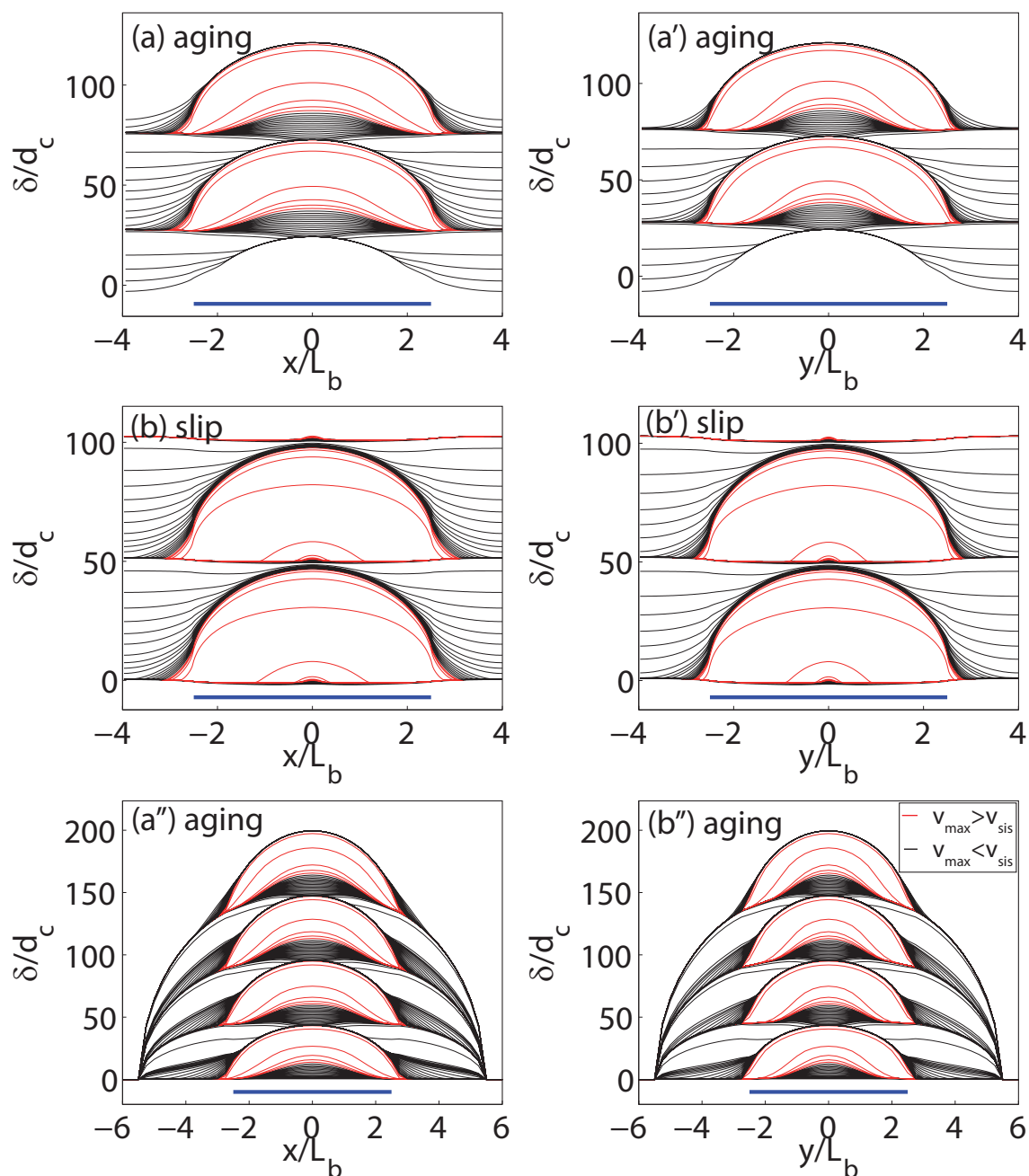


FIGURE 3.3 : Profils de déplacement cumulé dans le cas d'une unique aspérité chargée à taux constant. Les deux différents profils représentés (suivant la direction x du chargement et suivant y) passent au centre de la faille S , et donc par le centre de l'aspérité. Chaque profil représenté correspond à un changement de 200% de la vitesse maximale de glissement. Les profils noirs correspondent au cas où la vitesse maximale est inférieure à $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. Les profils sont représentés en rouge lorsque la vitesse maximale est supérieure à v_{sis} . Le trait bleu au bas de chaque figure indique la position de l'aspérité, c'est à dire la zone caractérisée par $a - b < 0$. (a) et (b) : profils obtenus dans le cas de l'aging-law, correspondant au cycle sismique décrit dans la figure 3.1. (a') et (b') : profils obtenus dans le cas de la slip-law, correspondant au cycle sismique décrit dans la figure 3.2. (a'') et (b'') : profils obtenus dans le cas de l'aging-law, en imposant une vitesse de glissement nulle au-delà d'une distance $R_0 = 65\text{m}$, de sorte que la densité d'aspérité est égale à 0.2. La résolution numérique est de $h/L_b = 0.125$ dans le cas de l'aging-law et $h/L_b = 0.03$ dans le cas de la slip-law. La liste des paramètres utilisés dans ces simulations est donnée dans le tableau 3.1.

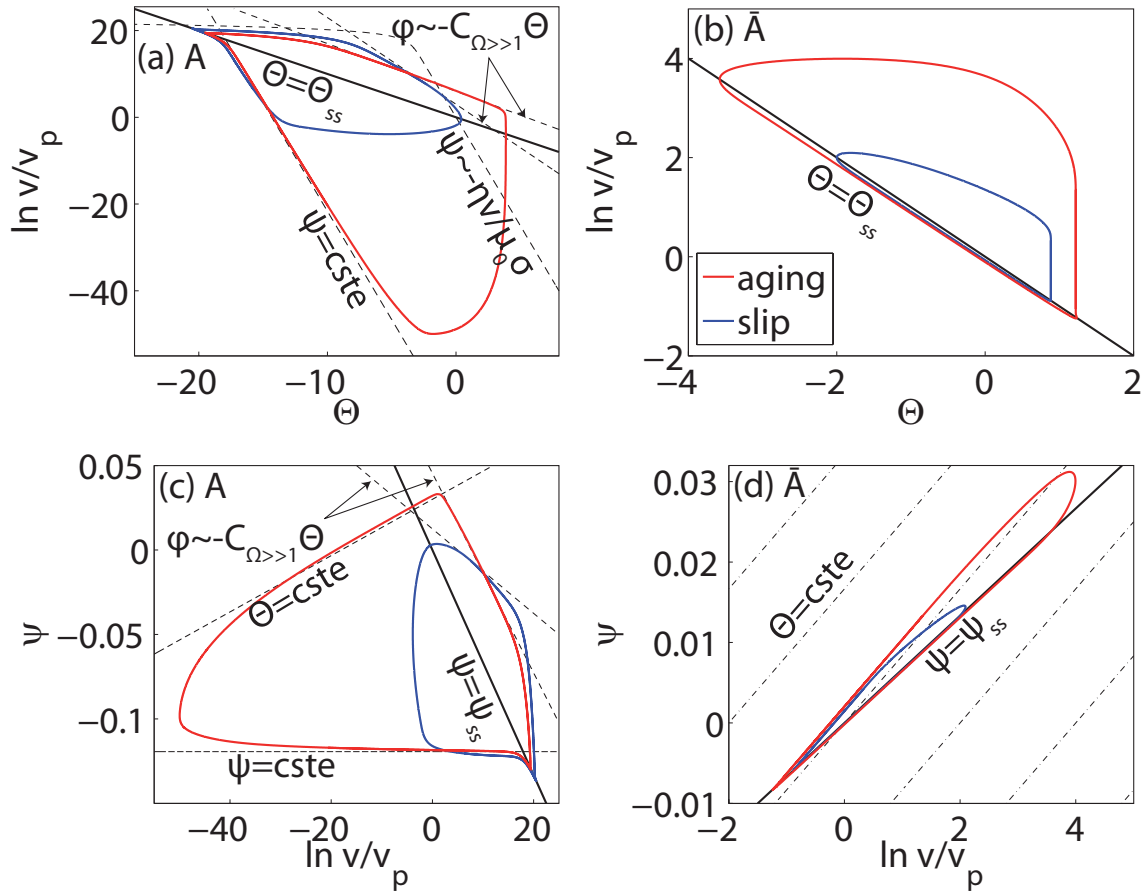


FIGURE 3.4 : Cycle sismique d'une aspérité isolée A centrée sur S et évolution de l'anti-aspérité correspondante \bar{A} dans les espaces de phases $(\ln v/v_p, \Theta)$ et $(\psi, \ln v/v_p)$, lors d'un chargement tectonique à taux constant. Les résultats correspondent aux cycles sismiques des figures 3.1 et 3.2. Les trajectoires rouges indiquent la solution obtenue dans le cas de l'aging-law, et les trajectoires bleues dans le cas de la slip-law. Dans les deux cas, les trajectoires sont parcourues dans le sens trigonométrique. Les droites noires en trait plein indiquent l'état stationnaire du système défini soit par $\Theta = \Theta_{ss} = -\ln v/v_p$, soit par $\psi = \psi_{ss} = [(a-b)/\mu_0] \ln v/v_p$. Les courbes noires en pointillés correspondent aux différents régimes asymptotiques définis dans le texte principal. La droite $\varphi \sim -C_{\Omega \gg 1} \Theta$ indique l'expression (3.3) caractérisant la phase de nucléation. La courbe $\psi \sim -\eta v / \mu_0 \sigma$ correspond à la relation (3.13) caractérisant la phase cosismique. Les droites $\Theta = cste$ correspondent à la relation (3.14). Enfin, La droite $\psi = cste$ correspond à la relation (3.17) caractérisant la phase postsismique sur l'aspérité. (a) : Trajectoire $(\ln v/v_p, \Theta)$ de l'aspérité A . (b) : Trajectoire $(\ln v/v_p, \Theta)$ de l'anti-aspérité \bar{A} . (c) : Trajectoire $(\psi, \ln v/v_p)$ de l'aspérité A . (d) : Trajectoire $(\psi, \ln v/v_p)$ de l'anti-aspérité \bar{A} . Les paramètres utilisés pour ces simulation sont présentés dans le tableau 3.1. La résolution spatiale est $h/L_b = 0.03$ pour la slip-law et $h/L_b = 0.125$ pour l'aging-law.

3.2 Phase intersismique

Les différentes caractéristiques de cette première phase sont illustrées sur les figures 3.1 et 3.2 et 3.3. Comme cela a été mentionné plus haut, la phase intersismique est caractérisée par une vitesse de glissement sur l'aspérité négligeable par rapport à v_p (figures 3.1a et 3.2a). Le glissement cumulé est par conséquent quasiment nul (figures 3.1d et 3.2d). Parallèlement à cela, la contrainte sur l'aspérité augmente régulièrement (figures 3.1b et 3.2b), ainsi que la variable Θ (figures 3.1c et 3.2c). L'augmentation de Θ correspond au "vieillissement" des contacts à l'échelle microscopique, ce qui s'accompagne d'une augmentation de la contrainte de frottement équilibrant l'augmentation de contrainte élastique. Dans le cas de l'*aging-law*, l'augmentation de Θ est au premier ordre logarithmique (figure 3.1c), ce qui correspond à une augmentation linéaire de la variable θ , correspondant au régime $\theta \sim 1$ détaillé plus loin. La durée de cette phase est approximativement la durée du cycle sismique T_c , qui est dans ce cas de l'ordre de 0,4 années.

Au niveau de l'anti-aspérité, cette phase est marquée par une augmentation du glissement de forme logarithmique. Ce type d'évolution correspond en réalité à la déformation postsismique de l'anti-aspérité associée à la dernière rupture de l'aspérité, qui se poursuit alors que l'aspérité est elle-même bloquée. Au cours de cette phase, la vitesse de glissement sur l'anti-aspérité se stabilise progressivement à une valeur proche du chargement tectonique imposé v_p . La contrainte associée diminue également. Cette phase sera détaillée dans le paragraphe consacré à la phase postsismique. Notons toutefois que la déformation postsismique de l'anti-aspérité induit une augmentation de contrainte de forme logarithmique en temps sur l'aspérité au début de la phase intersismique (figures 3.1b et 3.2c).

3.3 Phase de nucléation

La phase de nucléation correspond à la phase d'accélération du glissement sur l'aspérité qui aboutit à la rupture cosismique. Le détail du processus de nucléation sur les aspérités est représenté sur la figure 3.5 pour l'*aging-law* et pour la *slip-law*. Les principales caractéristiques de la nucléation identifiées à deux dimensions par [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b] se retrouvent au niveau de l'aspérité dans un milieu à trois dimensions. Notons que les paramètres utilisés ici vérifient $a_w/b_w = 0.2$, de sorte que la zone où le glissement accéléré reste très au dessus de l'état stationnaire ($\Omega \gg 1$), et se localise progressivement dans les deux cas de lois différentes. Cette localisation est en outre plus marquée dans le cas de la *slip-law* comme cela a été démontré par [Ampuero and Rubin, 2008b]. Le détail de l'évolution de la vitesse et de la contrainte est similaire à ce qui a été décrit dans le chapitre 2 à partir de l'étude de [Ampuero and Rubin, 2008b].

D'autre part, le détail de l'accélération d'un point situé au centre de l'aspérité a été représenté sur la figure 3.8a. Afin d'obtenir l'expression de cette vitesse, remarquons que dans l'espace des phases représenté sur la figures 3.4a et 3.4c, la partie de la nucléation s'opérant au dessus de l'état stationnaire (c'est à dire à $\Omega \gg 1$, au dessus de la droite noire) suit une trajectoire approximativement linéaire. Cette linéarité entre Θ et $\ln v/v_p$ peut s'interpréter de la manière suivante : comme l'ont démontré [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b] à deux dimensions, lorsque $\Omega \gg 1$, la vitesse v en tout point de la zone de nucléation vérifie approximativement pour les deux lois :

$$\frac{\dot{v}}{v^2} = \frac{C_{\Omega \gg 1}^{a,s}}{d_c}, \quad (3.1)$$

où $C_{\Omega \gg 1}^a$ et $C_{\Omega \gg 1}^s$ sont des constantes relatives à l'*aging-law* et à la *slip-law* respectivement. Dans le cas d'un patin-ressort dont le frottement est contrôlé par l'*aging-law*, l'utilisation de l'approximation de [Dieterich, 1992] $\dot{\theta} \sim -\Omega$ mentionnée dans l'annexe B donne, d'après [Ampuero and Rubin, 2008b],

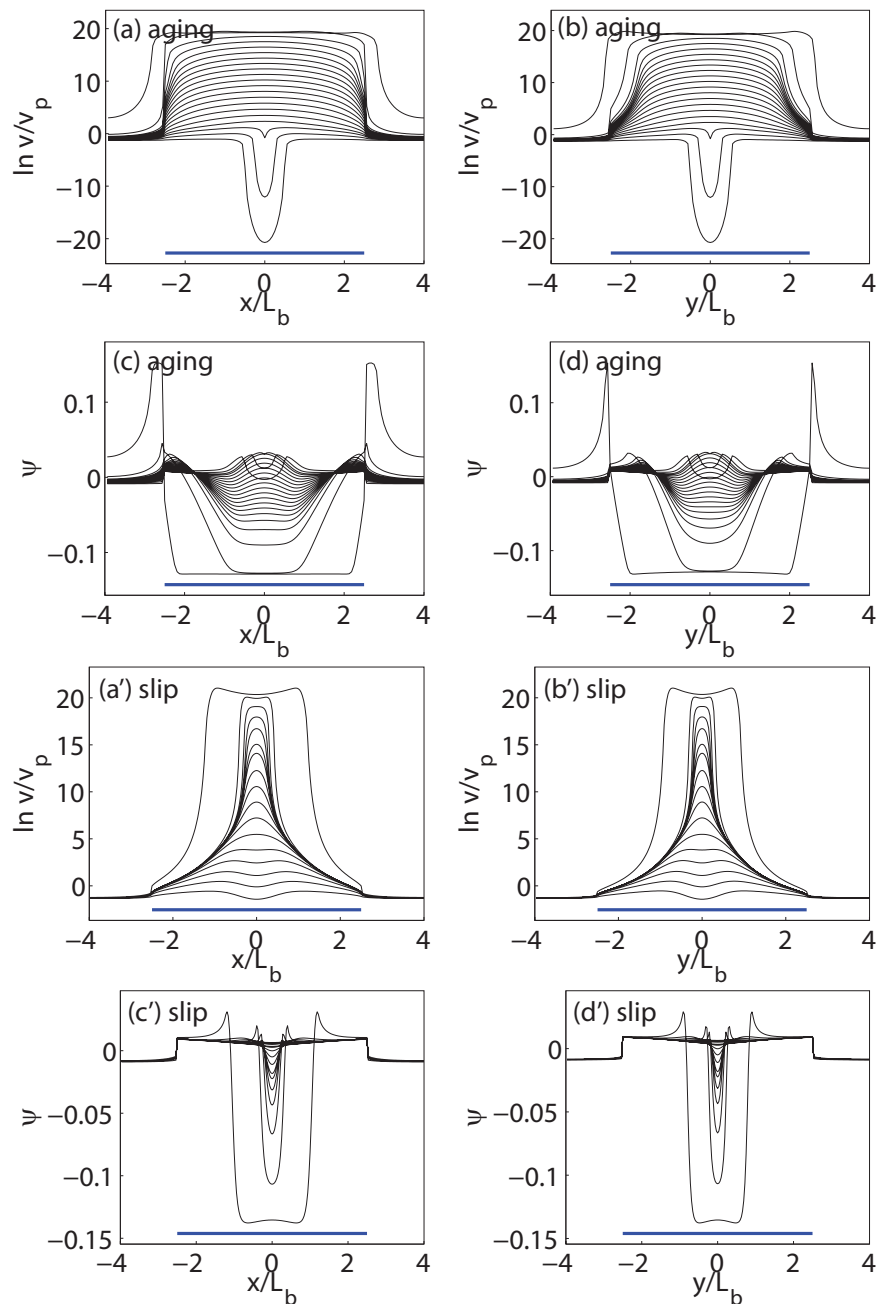


FIGURE 3.5 : Profils de vitesse de glissement v et de contrainte normalisée ψ au cours de la phase de nucléation (accélération du glissement sur l'aspérité) associée aux cycles sismiques présentés sur les figures 3.1, 3.2. Les profils sont définis de la même manière que dans la figure 3.3. Comme sur la figure 3.3, entre chaque profil successif, la vitesse maximale de glissement est multipliée par deux, et le trait bleu indique la position de l'aspérité. (a), (b), (c) et (d) : cas de l'aging-law. La résolution numérique est $h/L_b = 0.125$. (a'), (b'), (c') et (d') : cas de la slip-law. La résolution numérique est dans ce cas de $h/L_b = 0.03$. Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 3.1.

$C_{\Omega \gg 1}^a \sim (b/a)(1 - k/k_b)$. Dans un milieu continu à deux dimensions, [Ampuero and Rubin, 2008b] estiment un $C_{\Omega \gg 1}^a$ de l'ordre de $0,3781b/a$, et un $C_{\Omega \gg 1}^s$ de l'ordre de $C_{\Omega \gg 1}^a \ln \Omega$, Ω étant estimé au centre de la zone de nucléation. Si l'expression (3.1) est associée à l'approximation de Dieterich $\dot{\theta} \sim -\Omega$, on obtient dans le cas de l' *aging-law* :

$$\frac{\dot{v}}{v} = -C_{\Omega \gg 1}^a \frac{\dot{\theta}}{\theta}, \quad (3.2)$$

ce qui devient, une fois intégré en temps :

$$\boxed{\varphi = \varphi^* - C_{\Omega \gg 1}^a \Theta}, \quad (3.3)$$

où φ^* est une constante d'intégration. Le forme (3.3) permet d'expliquer la relation linéaire entre Θ et φ dans les diagrammes de phases 3.4a et 3.4c pour l' *aging-law* . Nos résultats numériques montrent que cette approximation est également raisonnable au premier ordre pour la *slip-law* (figures 3.4a et 3.4c). Toutefois, les valeurs de $C_{\Omega \gg 1}^{a,s}$ obtenues empiriquement dans nos simulations sont de l'ordre de :

$$C_{\Omega \gg 1}^a \sim 0.22 \frac{b_w}{a_w}, \quad \textit{aging-law} \quad (3.4)$$

$$C_{\Omega \gg 1}^s \sim 0.4 \frac{b_w}{a_w}, \quad \textit{slip-law} \quad (3.5)$$

$$(3.6)$$

ce qui diffère des valeurs obtenues par [Ampuero and Rubin, 2008b]. La différence obtenue ici pourrait correspondre au passage d'un milieu à deux dimensions à un milieu à trois dimensions. En effet la comparaison des résultats de nucléation présentés au chapitre 2 avec les profils de la figure 3.5 montre que les dimensions caractéristiques de la zone de nucléation sont quelque peu modifiées.

Les constantes $C_{\Omega \gg 1}^a$ et $C_{\Omega \gg 1}^s$ ayant été estimées numériquement, il est à présent possible d'obtenir une expression de l'accélération du glissement en intégrant l'expression (3.1). D'après [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b], on obtient alors :

$$\boxed{\frac{v}{v_0} = \frac{1}{1 - t/t_0^*}}, \quad (3.7)$$

où v_0 est la vitesse à l'instant $t = 0$ défini comme le moment où l'aspérité passe dans le domaine $\Omega \gg 1$. La constante de temps t_0^* est définie par :

$$t_0^* = \frac{d_c}{C_{\Omega \gg 1}^{a,s} v_0}. \quad (3.8)$$

L'expression (3.7) explique de manière satisfaisante la forme de l'accélération du glissement pour les deux lois d'évolution comme cela est indiqué sur la figure 3.8a. Toutefois, l'expression (3.7) étant obtenue dans le cadre d'une approximation quasi-statique où les effets dynamiques sont négligés, la singularité prédite n'est en réalité jamais atteinte. À partir d'une vitesse de glissement suffisamment importante notée v_{dyn} , le terme d'amortissement ηv doit être introduit dans l'expression de la contrainte élastique. [Rubin and Ampuero, 2005] assimilent v_{dyn} à la vitesse à laquelle le terme ηv est du même ordre de grandeur que l'effet directe de la loi de frottement *rate-and-state* , et obtiennent ainsi l'expression suivante de v_{dyn} :

$$v_{dyn} = \frac{a\sigma}{\eta}, \quad (3.9)$$

où a correspond à a_w ou a_s . Au delà de v_{dyn} , le système passe en phase cosismique. Les paramètres utilisés dans ces simulations donnent $v_{dyn} = 2 \text{ cm.s}^{-1}$ pour l'aspérité, et 10 cm.s^{-1} pour l'anti-aspérité. Dans la suite, nous utiliserons $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$ comme un ordre de grandeur de v_{dyn} .

3.4 Phase cosismique

3.4.1 Aspérité

Au cours de cette phase, la vitesse maximale au niveau de l'aspérité a atteint le seuil v_{dyn} défini précédemment (figure 3.6b). Cette vitesse de glissement élevée est associée à taux de moment sismique important émis par l'ensemble de la faille S . Ce dernier est représenté sur la figure 3.6a. La rupture se propage ensuite sur l'aspérité (figure 3.5) de sorte que l'ensemble de l'aspérité glisse à une vitesse supérieure à v_{dyn} , de l'ordre de 0.1 à 1 m.s^{-1} . Parallèlement, la contrainte et la variable d'état Θ chutent brutalement au niveau de l'aspérité comme indiqué sur les figures 3.6c et 3.6d. Les profils de déplacement cumulé représentés sur la figure 3.3 ont une forme elliptique. De plus, les premiers profils de contrainte représentés sur la figure 3.7 sont uniformes sur l'aspérité, ce qui indique que la rupture cosismique se propage sous la forme d'un crack à chute de contrainte constante. D'après les diagrammes de phase représentés sur la figure 3.4, la chute de contrainte moyenne $\Delta\tau_a$ sur l'aspérité peut être estimée par l'amplitude du cycle sismique dans l'espace (φ, ψ) , dont les deux extrémités sont situées sur la droite définissant l'état stationnaire. par conséquent, la chute de contrainte est approximativement donnée par :

$$\Delta\tau_a \sim (b - a)_w \sigma \ln \frac{v_{max}}{v_p}, \quad (3.10)$$

où v_{max} est la vitesse de glissement maximale atteinte lors de la phase cosismique, ce qui fournit une échelle similaire à celle proposée par [Tse and Rice, 1986] dans le cas du système patin-ressort. Dans la suite, nous utiliserons v_{dyn} ou v_{sis} comme des ordres de grandeur de v_{max} . Ainsi, la chute de contrainte sur l'aspérité sera de l'ordre de :

$$\Delta\tau_a \sim (b - a)_w \sigma \varphi_0, \quad (3.11)$$

où $\varphi_0 = \ln v_{dyn}/v_p$. D'autre part, nous définirons un événement sismique selon la méthode proposée par [Hillers et al., 2006], c'est à dire lorsque le taux de moment sera supérieur à la valeur \dot{M}_{0s} définie par :

$$\dot{M}_{0s} = GS_a v_{dyn}, \quad (3.12)$$

où S_a correspond à la surface totale de l'aspérité. Selon cette définition, l'événement sismique représenté sur la figure 3.6 dure entre 0.02 s , ce qui correspond à une vitesse de rupture de l'ordre de 1.5 km/s^{-1} . La rupture cosismique ne sera pas étudié plus en détail dans la suite de ce manuscrit, dans la mesure où cela nécessiterait de prendre en compte l'émission d'ondes élastiques, et ce phénomène n'est ici que localement approximé par le terme d'amortissement ηv . L'une des limites du modèle quasi-dynamique développé ici est donc atteinte au niveau de la phase cosismique.

Enfin, notons qu'au cours de cette phase, le terme dominant dans l'expression de la contrainte quasi-dynamique (1.81) est le terme d'amortissement, comme cela est indiqué par les trajectoires à grande

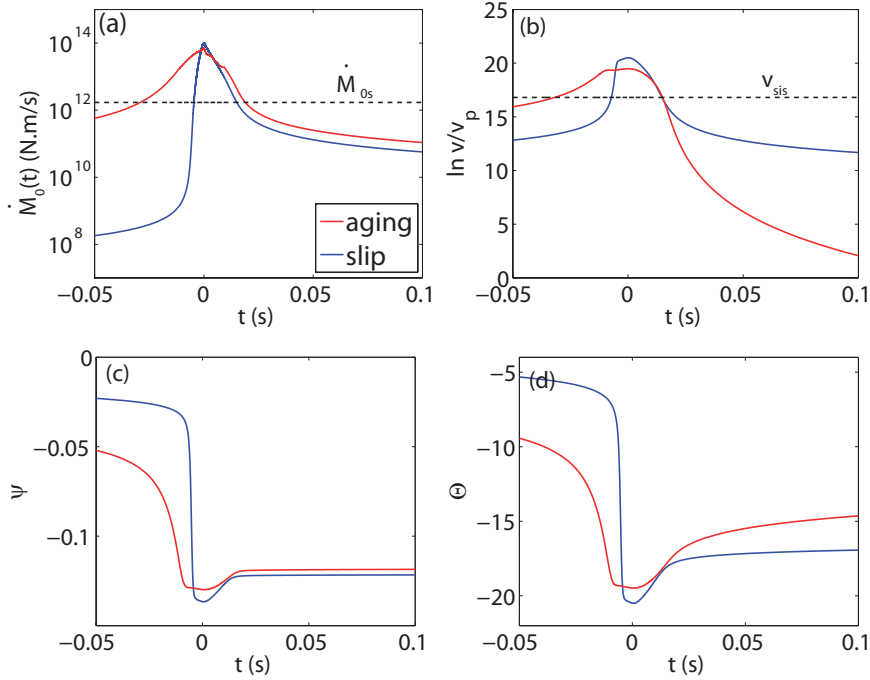


FIGURE 3.6 : Détail de la rupture cosismique correspondant aux cycles sismiques présentés sur les figures 3.1 et 3.2. t est le temps par rapport au maximum de vitesse au centre de l'aspérité. Les courbes rouges correspondent au cas de l'aging-law, les courbes bleues au cas de la slip-law. (a) : Taux de moment sismique \dot{M}_0 généré par l'ensemble de la faille S . La droite en tirets noirs correspond au niveau \dot{M}_{0s} donné par l'équation (3.12). (b) : Vitesse de glissement au centre de l'aspérité. La droite en tirets noirs indique la vitesse de glissement $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. (c) : Contrainte normalisée ψ au centre de l'aspérité. (d) : Variable d'état Θ .

vitesse dans les digrammes de phase 3.4a et 3.4c. D'après l'expression (1.81), la contrainte en tout point de l'aspérité est approximativement donnée par :

$$\psi = \psi^* - \frac{\eta v}{\mu_0 \sigma}, \quad (3.13)$$

où ψ^* est une constante d'intégration. Cette phase s'achève lorsque la vitesse de glissement chute en dessous de v_{dyn} comme indiqué dans la partie suivante.

3.4.2 Anti-aspérité

La rupture cosismique de l'aspérité génère une perturbation de contrainte instantanée sur l'anti-aspérité. Comme cela a été mentionné dans le premier chapitre, une perturbation instantanée de contrainte génère une accélération du glissement sans changement de Θ , de sorte que la rupture cosismique prend la forme d'une trajectoire linéaire dans les diagrammes de phase 3.4b et 3.4d. En effet, l'expression de la contrainte de frottement *rate-and-state* (1.7) devient, lorsque $\Theta = cste$:

$$\psi = \psi^* + \frac{a}{\mu_0} \varphi, \quad (3.14)$$

où a représente a_w ou a_s , et ψ^* est une constante d'intégration, différente de celle apparaissant dans l'expression (3.13).

3.5 Phase postsismique

3.5.1 Aspérité

Une fois que la rupture cosismique a eu lieu, la vitesse de glissement est approximativement homogène sur l'ensemble de l'aspérité, comme cela est indiqué sur les profils de vitesse des figures 3.7. Nous considérons dans la suite que la phase postsismique débute sur l'aspérité au moment où la vitesse de glissement v_0 sur l'aspérité passe en dessous de v_{dyn} .

Afin de simplifier certaines écritures, nous utiliserons la variable φ définie au premier chapitre dont la valeur à v_0 est donnée par $\varphi_0 = \ln v_0/v_p \sim 16, 8$. À l'issue de la phase cosismique, le système se situe approximativement à l'état stationnaire comme indiqué sur les diagrammes de phase 3.4a et 3.4c. La contrainte normalisée ψ_0 au début de la phase post-sismique est donc donnée par :

$$\psi_0 = \psi_{ss}(v_0) = \frac{(a-b)_w}{\mu_0} \varphi_0. \quad (3.15)$$

À partir de cet instant, le glissement sur l'aspérité se ralentit progressivement, tout en restant homogène sur l'ensemble de l'aspérité (figure 3.7). Notons toutefois que ce processus est très différent pour les deux différentes lois d'évolution comme cela est indiqué sur les figures 3.1, 3.2, et 3.6 : la vitesse diminue beaucoup plus rapidement dans le cas de l'*aging-law* que dans le cas de la *slip-law*, et la vitesse minimale atteinte à la fin de la phase post-sismique est bien plus faible dans le cas de l'*aging-law*. Afin de comprendre cette différence, remarquons que cette relaxation s'opère pour les deux lois d'évolution à contrainte approximativement constante comme cela est indiqué sur les diagrammes de phase 3.4a et 3.4c. En d'autres termes, nous avons, sur l'ensemble de l'aspérité l'équilibre quasi-statique suivant :

$$\psi = \psi_0, \quad (3.16)$$

ce qui donne la relation linéaire suivante entre Θ et φ :

$$\boxed{\varphi = -\frac{b_w}{a_w} \Theta + \left(1 - \frac{b_w}{a_w}\right) \varphi_0}. \quad (3.17)$$

En raison de l'uniformité de la vitesse de glissement et de la contrainte sur l'aspérité au cours de la phase post-sismique, nous allons en outre assimiler l'aspérité à un patin-ressort caractérisé par les paramètres a_w et b_w évoluant à contrainte constante. Cette évolution est déterminée par l'équilibre (3.16) et par l'une des deux lois d'évolution de θ :

$$\dot{\theta} = 1 - \Omega, \quad \textit{aging-law} \quad (3.18)$$

$$\dot{\theta} = -\Omega \ln \Omega, \quad \textit{slip-law}. \quad (3.19)$$

où les expressions (1.8) et (1.9) ont été réexprimées en fonction de la variable $\Omega = v\theta/d_c$. En fonction de φ et Θ , Ω s'écrit, à contrainte constante :

$$\Omega = e^{\varphi+\Theta} = \exp \left[\left(1 - \frac{a_w}{b_w}\right) (\varphi - \varphi_0) \right], \quad (3.20)$$

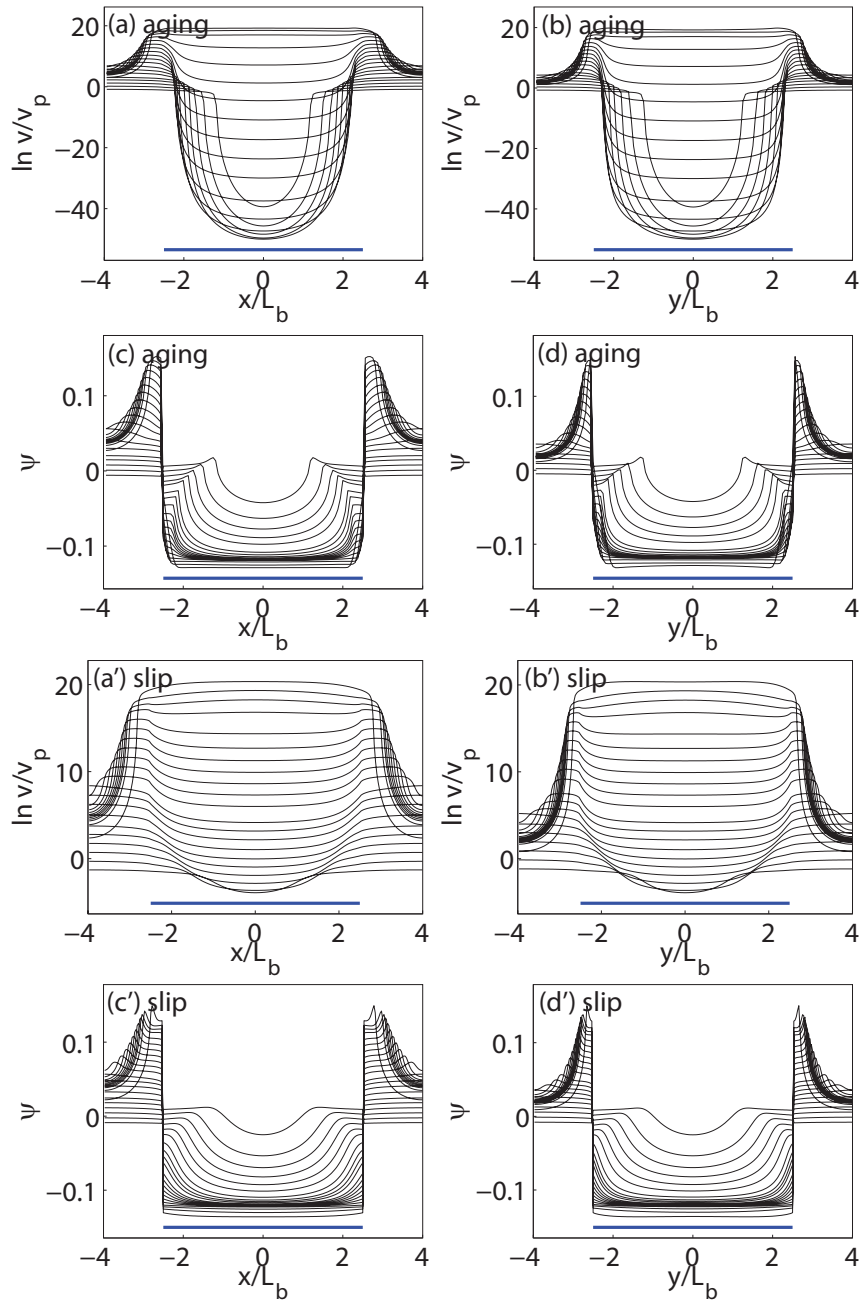


FIGURE 3.7 : Figure identique à la figure 3.5 dans le cas de la phase postsismique des cycles présentés sur les figures 3.1 et 3.2. Entre chaque profil successif, la vitesse maximale de glissement est divisée par deux.

Or $\varphi < \varphi_0$ et $\varphi_0 \sim 16,8$ de telle sorte que dans tous les cas $\Omega \ll 1$. Les lois d'évolution de θ peuvent alors se réécrire :

$$\dot{\theta} \sim 1, \quad \textit{aging-law} \quad (3.21)$$

$$\dot{\theta} \sim \Omega \left(1 - \frac{a_w}{b_w}\right) \varphi_0, \quad \textit{slip-law}, \quad (3.22)$$

où la *slip-law* a été simplifiée en négligeant φ devant φ_0 dans l'expression de $\ln \Omega$. L'approximation de l'*aging-law* fournie par l'expression (3.21) a été couramment utilisée dans de nombreuses études comme par exemple dans celle de [Helmstetter and Shaw, 2009]. Nous montrons ici qu'il est également possible d'utiliser l'approximation $\Omega \ll 1$ pour simplifier la *slip-law* sous la forme $\dot{\theta} \sim p\Omega$, où p est une constante, en considérant que le terme logarithmique varie très peu par rapport au terme linéaire. La comparaison entre la *slip-law* complète et la forme simplifiée (3.22) est représentée sur la figure 3.8b.

Les deux expressions approximatives des lois d'évolution de θ conduisent à des formes très différentes de la relaxation de la vitesse de glissement sur l'aspérité à contrainte constante. Comme cela est rappelé dans l'annexe B, dans le cas de l'*aging-law*, la vitesse de glissement suit la loi suivante :

$$\boxed{\frac{v}{v_0}(t) = \frac{1}{(1 + t/t_1^*)^{b_w/a_w}}, \quad \textit{aging-law}}, \quad (3.23)$$

où $v_0 = v_{dyn}$ est la vitesse initiale sur l'aspérité, et où la constante de temps t_1^* est donnée par :

$$t_1^* = \frac{d_c}{v_0}. \quad (3.24)$$

Une expression de la vitesse de glissement peut être obtenue pour la *slip-law* en utilisant l'approximation (3.22) dans l'expression de la contrainte de frottement *rate-and-state* (1.7). En effet, dans ces conditions, la conservation de la contrainte de frottement (3.16) peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{\dot{v}}{v} = \left(1 - \frac{b_w}{a_w}\right) \frac{\varphi_0}{d_c} v. \quad (3.25)$$

L'intégration de cette dernière relation conduit à l'expression suivante de la vitesse de glissement dans le cas de la *slip-law* :

$$\boxed{\frac{v}{v_0}(t) = \frac{1}{1 + t/t_2^*}, \quad \textit{slip-law}}, \quad (3.26)$$

où la constante de temps t_2^* est donnée par :

$$t_2^* = \frac{a_w d_c}{(b_w - a_w) \varphi_0 v_0} \quad (3.27)$$

Les expressions (3.23) et (3.26) fournissent une bonne approximation de la relaxation du glissement sur l'aspérité, dans le régime où la contrainte de frottement reste constante, comme indiqué sur la figure

3.8c. Le rapport entre les taux de relaxation au début de la phase post-sismique dans le cas de la *slip-law* $\dot{v}_s(0)$ et dans le cas de l'*aging-law* $\dot{v}_a(0)$ est de l'ordre de :

$$\frac{\dot{v}_s(0)}{\dot{v}_a(0)} = \left(1 - \frac{a_w}{b_w}\right) \varphi_0, \quad (3.28)$$

c'est à dire environ 12 pour les paramètres utilisés ici, ce qui explique la différence de comportement entre les deux lois.

Après avoir déterminé la forme de la relaxation du glissement sur l'aspérité, il est à présent nécessaire d'évaluer dans quel domaine de vitesse les expressions (3.23) et (3.26) restent valides. Autrement dit, nous cherchons à déterminer à partir de quelle vitesse de glissement (ou quelle valeur de φ) la contrainte de frottement n'est plus constante. Dans les espaces de phase présentés sur la figure 3.4, cela correspond au moment où la trajectoire du système dévie de la droite $\psi = cste$. Pour cela, nous écrivons l'équilibre entre force de frottement et chargement élastique τ_e sous la forme suivante :

$$\frac{\dot{v}}{v} = \frac{1}{a_w \sigma} \left[-b_w \sigma \frac{\dot{\theta}}{\theta} + \dot{\tau}_e \right]. \quad (3.29)$$

Cette dernière expression montre que le système évolue à contrainte constante tant que le taux de chargement élastique $\dot{\tau}_e$ est négligeable devant le terme $b_w \sigma \dot{\theta}/\theta$, c'est à dire tant que la condition suivante est vérifiée :

$$\left| \frac{\dot{\theta}}{\theta} \right| \gg \frac{|\dot{\tau}_e|}{b_w \sigma}. \quad (3.30)$$

D'après les approximations (3.21) et (3.22), le rapport $\dot{\theta}/\theta$ peut se réécrire, pour chacune des différentes lois de la manière suivante :

$$\frac{\dot{\theta}}{\theta} = \frac{1}{\theta} = \frac{1}{\theta_0} \left(\frac{v}{v_0} \right)^{a_w/b_w}, \quad \textit{aging-law} \quad (3.31)$$

$$\frac{\dot{\theta}}{\theta} = \frac{v}{d_c} \left(1 - \frac{a_w}{b_w} \right) \varphi_0, \quad \textit{slip-law}, \quad (3.32)$$

où le deuxième membre de l'équation (3.31) a été simplifié en utilisant la relation entre θ et v à contrainte constante donnée par :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{-a_w/b_w}. \quad (3.33)$$

Afin de simplifier la condition (3.30), notons que les trajectoires présentées sur les figures 3.4a et 3.4c dévient de la droite $\psi = cste$ pour des valeurs de $v < v_p$. Par conséquent, le taux de chargement élastique est approximativement indépendant de v , et les expressions (3.31) et (3.32) permettent de remplacer la condition (3.30) par une condition sur la vitesse de glissement qui peut s'exprimer de la manière suivante : la contrainte de frottement est approximativement constante tant que la vitesse v est au dessus d'un seuil noté \bar{v}_a pour l'*aging-law* et \bar{v}_s pour la *slip-law*, \bar{v}_a et \bar{v}_s étant données par :

$$\bar{v}_a = v_0 \left(\frac{|\dot{\tau}_e|}{k_b v_0} \right)^{b_w/a_w} \quad (3.34)$$

$$\bar{v}_s = \frac{|\dot{\tau}_e|}{k_c \varphi_0}, \quad (3.35)$$

où k_b et k_c sont définis à partir de a_w et b_w . Avec les paramètres utilisés dans les simulations de ce chapitre, et en considérant que le taux de chargement élastique est de l'ordre du taux de chargement tectonique Gv_p/w , on obtient $\varphi_a \sim -90$ et $\varphi_s \sim -8$. Toutefois, ces valeurs sous-estiment largement les valeurs de φ pour lesquelles les trajectoires dévient de $\psi = cste$. Afin d'obtenir une valeur plus réaliste, il faudrait prendre en compte le taux de chargement associé au glissement sur l'anti-aspérité qui amplifie le chargement tectonique. D'après l'évolution de la contrainte au centre de l'aspérité présentée sur les figures 3.1b et 3.2b, le taux moyen de chargement réel dans la phase post-sismique est en effet de l'ordre de 10 Pa.s^{-1} . En utilisant cette dernière valeur, on obtient $\varphi_a \sim -56$ et $\varphi_s \sim -1$ ce qui est plus proche des estimations numériques.

L'ensemble des développements présentés dans ce paragraphe permet d'expliquer la différence de comportement de l'aspérité dans la phase postsismique pour les deux lois d'évolution de Θ : la relaxation rapide de la vitesse de glissement dans le cas de l'*aging-law* entraîne des vitesses minimales de glissement plusieurs ordres de grandeurs en dessous de ce qui est attendu pour la *slip-law*. La conséquence principale de cet effet est qu'une aspérité contrôlée par l'*aging-law* sera beaucoup moins sensible, dans sa phase intersismique, à une perturbation de contrainte externe qu'une aspérité contrôlée par la *slip-law*.

3.5.2 Anti-aspérité

Les profils de déplacement cumulé, de vitesse et de contrainte représentés sur les figures 3.3 et 3.7 montrent que le glissement accélère dans un premier temps sous l'effet de l'augmentation de contrainte statique cosismique dans le voisinage de l'aspérité, puis, ce glissement accéléré se propage à l'intérieur de l'anti-aspérité tout en s'amortissant progressivement. L'histoire du glissement en un point de l'anti-aspérité est représentée sur la figure 3.8d. Ce transitoire de glissement est similaire à celui obtenu par [Kato, 2003, 2004] dans un modèle similaire d'aspérités. L'expansion de la zone de déformation post-sismique à partir de l'aspérité obtenue dans nos simulations (figure 3.7), ainsi que l'accélération puis la décélération du glissement maximum (figure 3.8d) sont en outre très similaires aux résultats de [Perfettini and Ampuero, 2008] dans le cas d'une faille *velocity-strengthening* perturbée par une perturbation positive de contrainte de forme gaussienne, dans le cas où cette perturbation affecte une zone de dimension supérieure à L_b .

3.5.2.1 Relaxation du glissement

Dans un premier temps, analysons l'histoire de la vitesse de glissement typique au niveau de l'anti-aspérité présentée sur la figure 3.8d. Remarquons tout d'abord que cette forme est similaire à ce qui est obtenu dans le cas d'un système patin-ressort de type *velocity-strengthening* perturbé par un saut de contrainte positive (figure 2.3 du chapitre 2) : une accélération initiale est suivie d'une relaxation progressive. De plus, d'après les diagrammes de phases présentés sur les figures 3.4b et 3.4d, la relaxation du glissement s'opère à l'état stationnaire. Afin de déterminer la forme de la relaxation du glissement au cours du temps en un point quelconque de l'anti-aspérité, nous utilisons dans l'annexe B l'analogie proposée par [Kaneko et al., 2010] où l'anti-aspérité et l'aspérité sont représentées respectivement par un patin de type *velocity-strengthening* et un patin de type *velocity-weakening* reliés en série par ressort de

raideur k_w . Le patin *velocity-strengthening* est en outre relié à un point se déplaçant à vitesse constante v_p par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k_t . Dans ces conditions, l'évolution du déplacement cumulé δ_a et de la vitesse de glissement v_a en un point de l'anti-aspérité ont la forme suivante :

$$\delta_a(t) = v_f t_r \ln \left[1 + \frac{v_{max}}{v_f} \left(e^{(t-t_{max})/t_{r0}} - 1 \right) \right], \quad (3.36)$$

$$\frac{v_a}{v_{max}}(t) = \left[\left(1 - \frac{v_{max}}{v_f} \right) e^{-(t-t_{max})/t_{r0}} + \frac{v_{max}}{v_f} \right]^{-1}, \quad (3.37)$$

où v_{max} est la vitesse maximale atteinte au point considéré à l'issue de l'accélération initiale (en $t = t_{max}$), t_{r0} la constante de temps définie par l'équation (B.23), et v_f la vitesse caractéristique définie par [Kaneko et al., 2010] et donnée par l'équation (B.27) de l'annexe B. En utilisant le raisonnement proposé par [Kaneko et al., 2010], l'ordre de grandeur des raideurs k_t et k_w peut être estimé en considérant le rapport entre module de cisaillement et distance caractéristique d'interaction élastique : le chargement tectonique étant imposé à une distance $w/2$ au dessus de la faille S , on a alors $k_t \sim G/w$. De plus, la taille caractéristique minimale caractérisant l'anti-aspérité est la distance typique séparant la bordure d'une aspérité de son image la plus proche dans la géométrie périodique présentée au chapitre 1, de sorte que $k_w \sim G/(L - 2R)$, L étant la dimension de S , et R le rayon d'aspérité. L'expression (3.37) associée aux ordres de grandeur précédents explique de manière satisfaisante la forme et l'échelle de temps de la relaxation de la vitesse de glissement sur l'anti-aspérité (figure 3.8d), ainsi que la forme logarithmique du déplacement cumulé mentionné dans le paragraphe consacré à la phase intersismique de l'aspérité.

La différence résiduelle entre les résultats numériques et théoriques de la figure 3.8d peut s'expliquer par le fait que l'aspérité n'est jamais totalement bloquée dans sa phase intersismique, mais glisse à une vitesse très faible. D'après la forme du cycle sismique présenté sur les figures 3.4a et 3.4c, cet effet est plus important pour la *slip-law* qui prédit une vitesse minimale de glissement très supérieure à ce qui est attendu pour l'*aging-law*. Cette différence explique pourquoi l'approximation (3.37) est plus précise dans le cas de l'*aging-law*.

Une dernière remarque importante peut être faite à propos de l'expression (3.37), qui indique que la vitesse de glissement atteinte après un temps très supérieur à t_{r0} est v_f . D'après l'expression (B.27) et en considérant que $L - 2R \ll w$, v_f est approximativement donné par :

$$v_f = \frac{L - 2R}{w} v_p, \quad (3.38)$$

ce qui est similaire à l'expression (2.42). Dans les deux cas, la vitesse de glissement atteinte sur une structure de dimension caractéristique L est une fraction de v_p donnée par le rapport entre cette dimension caractéristique et la dimension w . Dans le cas de l'antiaspérité, les aspérités constituent une pseudo barrière bloquée analogue à l'environnement de la faille S_0 pour laquelle s'applique l'expression (2.42).

3.5.2.2 Vitesse maximale postsismique

Si la forme de la relaxation de la vitesse de glissement est au premier ordre expliquée par le modèle de [Kaneko et al., 2010], le niveau v_{max} est en revanche plus difficile à estimer. D'après les résultats de [Perfettini and Ampuero, 2008] et [Kaneko et al., 2010] rappelés dans l'annexe B, la vitesse maximale de glissement est de l'ordre de :

$$v_{max}(\mathbf{x}) = \exp \left[\frac{\Delta\tau(\mathbf{x})}{(a_s - b_s)\sigma} \right], \quad (3.39)$$

où $\Delta\tau(\mathbf{x})$ est la perturbation de contrainte associée à la rupture de l'aspérité. Cette dernière perturbation dépend de la distance à la source. D'autre part, chaque point de l'aspérité subit également l'effet du transitoire postsismique, de sorte que l'expression (3.39) ne fournit qu'un ordre de grandeur de v_{max} . Cependant, la caractéristique principale de cette relation est la dépendance exponentielle de v_{max} à la perturbation de contrainte qui entraîne, pour des valeurs de $\Delta\tau$ suffisamment fortes (ou inversement pour des faibles valeurs de $(a - b)_s$), une accélération du glissement jusqu'à un niveau équivalent à la vitesse de glissement sur l'aspérité. Dans la partie suivante de ce chapitre, un exemple de ce type de déstabilisation est présenté, et nous quantifions la condition permettant une telle déstabilisation.

Enfin, nous n'analyserons pas plus en détail la propagation du transitoire dans l'anti-aspérité dans la mesure où une étude complète de ce phénomène a été menée par [Perfettini and Ampuero, 2008]. Dans cette dernière étude, les auteurs montrent par analogie avec les processus de nucléation décrits par [Ampuero and Rubin, 2008b], que la vitesse d'expansion v_{prop} du transitoire postsismique dépend de la vitesse maximale de glissement v_{max} de la manière suivante (équation 22 de [Perfettini and Ampuero, 2008]) :

$$\frac{v_{prop}}{v_{max}} = \frac{G}{b\sigma} \left(\ln \frac{v_{max}}{v_p} \right)^{-1}. \quad (3.40)$$

Cette dernière relation indique que l'expansion de la zone de déformation post-sismique se ralentit à mesure que la vitesse maximale de glissement diminue. Lorsque v_{max} est de l'ordre de v_{dyn} , l'expression (3.40) donne approximativement $v_{prop} \sim 1.5 \text{ km.s}^{-1}$.

3.6 Conditions aux limites bloquées

L'évolution du déplacement cumulé sur la faille lorsqu'un glissement nul est imposé sur la bordure externe de S (au delà d'un cercle centré sur S et de rayon R_0) est représentée sur les figures 3.3a" et 3.3b". Ces résultats indiquent que dans ces conditions le cycle sismique de l'aspérité présente les mêmes caractéristiques que celles décrites dans le cas des conditions aux limites périodiques. La phase de nucléation est caractérisée par une localisation de la zone de glissement accéléré, la phase cosismique correspond à la propagation d'un crack (profils de déplacement elliptiques). Le cycle s'achève par une phase de déformation postsismique au cours de laquelle l'aspérité se bloque, alors qu'un transitoire de propage dans l'anti-aspérité.

Toutefois, le glissement moyen au cours d'un cycle complet n'est pas uniforme sur la partie S_0 non bloquée de S , mais prend une forme elliptique caractéristique d'un crack circulaire à chute de contrainte constante.

3.7 Déstabilisation de l'anti-aspérité : densité critique d'aspérité ρ_a^*

Dans cette partie, nous étudions la déstabilisation de l'anti-aspérité en réponse à la rupture cosismique de l'aspérité suggérée par l'expression de la vitesse postsismique maximale de glissement sur l'anti-aspérité (3.39). Un exemple de système dans lequel une telle déstabilisation a lieu est représenté sur la figure 3.9. Ces résultats montrent qu'à la fin de la phase de nucléation, la vitesse de glissement, de l'ordre de v_{dyn} est uniforme sur l'ensemble de S . De même, la contrainte est uniforme sur l'aspérité et sur l'anti-aspérité

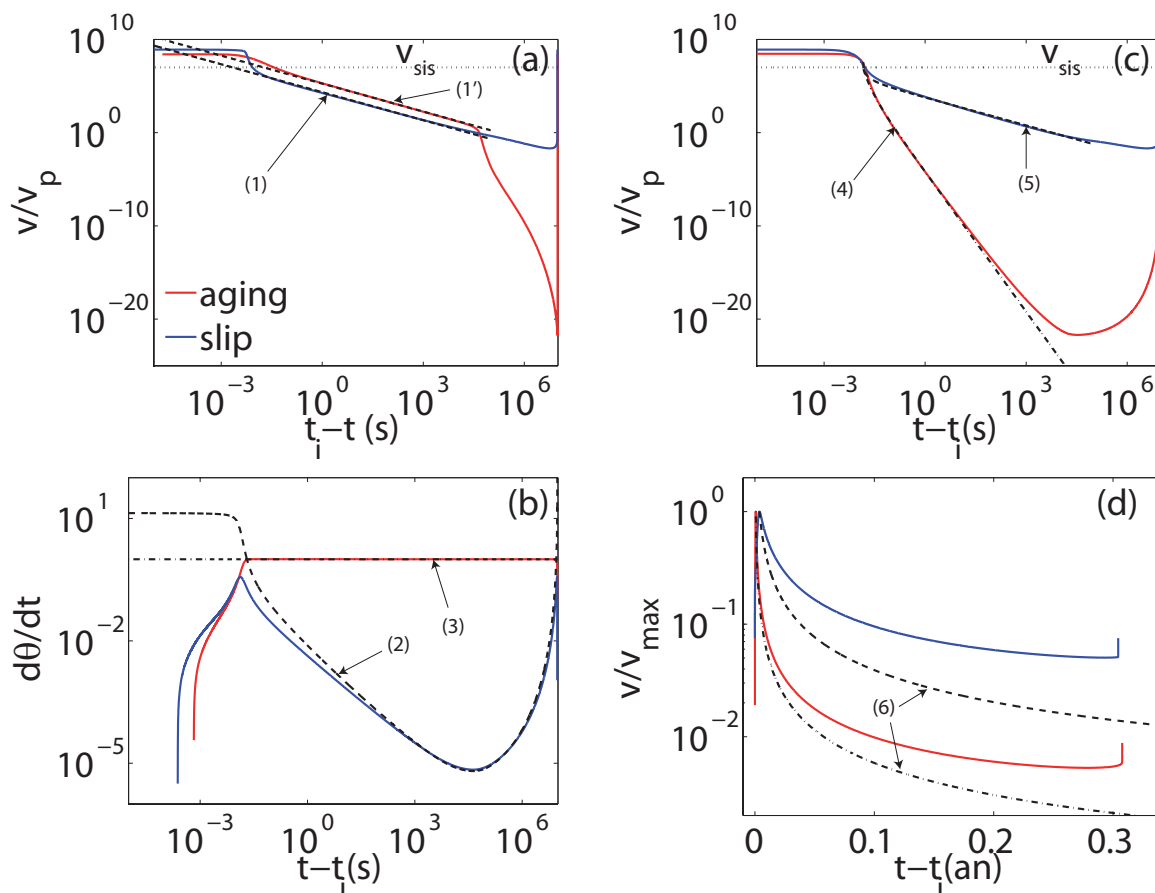


FIGURE 3.8 : Évolution temporelle de la vitesse de glissement v et de la variable θ au cours des phases de nucléation et de décélération postsismique du glissement au centre de l'aspérité et sur l'anti-aspérité correspondante. Les résultats numériques sont identiques à ceux des figures 3.1 et 3.2, et sont représentés par les courbes rouges (aging-law) et bleues (slip-law). t indique le temps, et t_i l'instant où la vitesse de glissement au centre de l'aspérité est maximale. (a) : Vitesse au centre de l'aspérité au cours d'une phase de nucléation. (b) : $\dot{\theta}$ au centre de l'aspérité au cours de la phase de relaxation postsismique. (c) : Vitesse de glissement au centre de l'aspérité au cours de la phase postsismique. (d) : Évolution de la vitesse de glissement au cours d'un cycle sismique sur l'anti-aspérité. v_{max} correspond à la vitesse maximale atteinte au point de l'anti-aspérité considéré. La droite en pointillés noirs représentée sur les figures (a) et (c) correspond au niveau $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. Les différentes courbes en tirets noirs numérotées correspondent aux régimes asymptotiques décrits dans le texte. (1) et (1') : expression (3.7) en considérant $C_{\Omega \gg 1}^a = 0.22b/a$ et $C_{\Omega \gg 1}^s = 0.4b/a$ respectivement. (2) : approximation (3.21). (3) : approximation (3.22). (4) : expression (3.23). (5) : expression (3.26). (6) : expression (3.37) obtenue en utilisant les valeurs numériques de t_{max} pour l'aging-law et pour la slip-law respectivement.

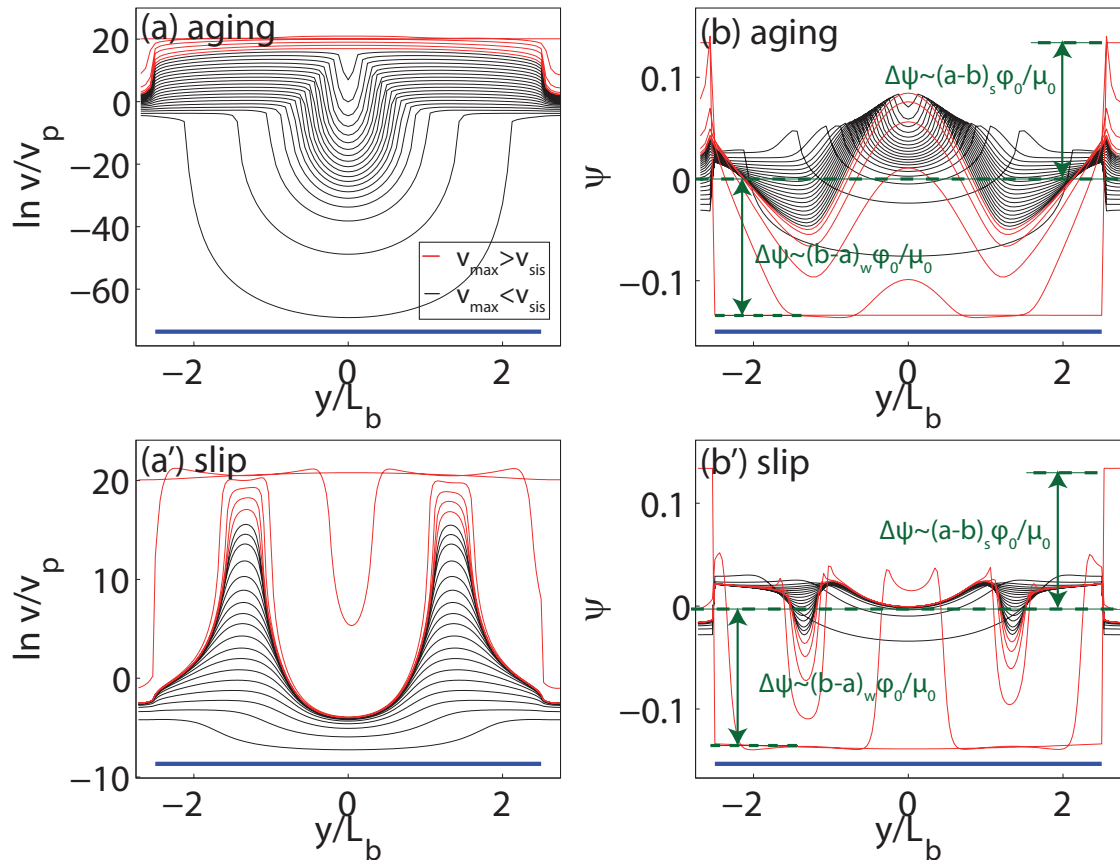


FIGURE 3.9 : Profils de vitesse de glissement v et de contrainte normalisée ψ obtenus au cours de la nucléation sur une faille S caractérisée par $\rho_a = 0.66$. Les profils sont définis de la même manière que dans les figures 3.3, 3.5 et 3.7. Entre deux profils successifs, la vitesse maximale de glissement est multipliée par deux. Le trait bleu indique la position de l'aspérité. Les profils sont rouges lorsque la vitesse maximale de glissement est supérieure à $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$, et noirs si la vitesse maximale est inférieure à v_{sis} . (a) et (b) : aging-law. (a') et (b') : slip-law. les symboles verts indiquent la variation de contrainte cosismique sur l'aspérité et sur l'anti-aspérité obtenus par les relations (3.11) et (3.41) respectivement.

respectivement à des niveaux différents. Si le glissement cosismique est associé sur l'aspérité à une chute de contrainte dont l'expression est donnée par la formule (3.11), le même glissement sur l'anti-aspérité provoque une élévation de la contrainte $\Delta\tau_s$ donnée approximativement par l'expression suivante :

$$\Delta\tau_s = (a - b)_s \sigma \varphi_0, \quad (3.41)$$

où φ_0 a été définie dans la partie précédente par $\varphi_0 = \ln v_{dyn}/v_p$. L'expression (3.41) a été obtenue à partir de l'expression de la contrainte à l'état stationnaire, dans la mesure où cette dernière représente la valeur de contrainte finale obtenue après le passage d'un front de rupture, faisant passer instantanément la vitesse de glissement de v_p à v_{dyn} , comme cela a été démontré dans le cas de la nucléation par [Rubin and Ampuero, 2005] et [Ampuero and Rubin, 2008b]. En d'autres termes, pendant la rupture cosismique, la faille S est équivalente à un système patin-ressort caractérisé par une chute de contrainte moyenne effective $\Delta\tau_{eff}(\rho_a)$ donnée par :

$$\Delta\tau_{eff}(\rho_a) = \rho_a \Delta\tau_a - (1 - \rho_a) \Delta\tau_s, \quad (3.42)$$

où $\Delta\tau_a$ et $\Delta\tau_s$ représentent respectivement la valeur absolue de la variation de contrainte sur l'aspérité et sur l'anti-aspérité.

En dehors de la phase cosismique, les différentes parties du cycle sismique sont globalement analogues à ce qui a été décrit dans les parties précédentes. Notons cependant que les profils présentés sur la figure 3.9 indiquent deux zones de nucléation distinctes situées chacune à une extrémité de l'aspérité, alors que le système discuté dans les parties précédentes n'en faisait apparaître qu'une seule. Dans les deux cas, la nucléation s'amorce au niveau de la zone de contrainte maximale (ou de gradient maximum de déplacement), dont la position dépend fortement de la pénétration du glissement intersismique de l'anti-aspérité sur l'aspérité, comme cela a été montré par [Chen and Lapusta, 2009]. D'après les premiers profils de vitesse représentés sur les figures 3.5 et 3.9, la dimension de l'anti-aspérité contrôle en partie ce phénomène.

Afin de déterminer la condition permettant la propagation de la rupture cosismique à l'intérieur de l'anti-aspérité, exprimons de manière plus simple un ordre de grandeur de v_{max} sur l'ensemble de l'anti-aspérité, en utilisant les résultats de [Zheng and Rice, 1998] dans le cas dynamique. En effet, ces auteurs montrent que la valeur moyenne des interactions élastiques sur le plan $x0y$ est nulle à tout instant, de sorte que la variation de contrainte moyenne sur S associée à un séisme est nulle. Ainsi, on obtient que la valeur moyenne de la perturbation de contrainte finale $\Delta\tau_s$ sur l'anti-aspérité associée à la rupture de l'aspérité est donnée par :

$$\Delta\tau_s = \frac{\rho_a}{1 - \rho_a} \Delta\tau_a, \quad (3.43)$$

où ρ_a est la densité d'aspérité définie dans le premier chapitre, et $\Delta\tau_a$ la chute de contrainte moyenne sur l'aspérité. Il résulte de (3.43) et (3.39) que l'anti-aspérité peut se déstabiliser si $\Delta\tau_s$ est très supérieure à $(a - b)_s \sigma$. Plus précisément, la vitesse v_{max} atteint v_{dyn} si la densité d'aspérité est supérieure à la valeur critique ρ_a^* suivante :

$$\rho_a^* = \left[1 + \frac{\Delta\tau_a}{(a - b)_s \sigma \ln v_{dyn}/v_p} \right]^{-1}. \quad (3.44)$$

En considérant une chute de contrainte moyenne sur l'aspérité donnée par l'expression (3.11), l'expression de la densité critique d'aspérité devient :

$$\rho_a^* = \left[1 + \frac{(b-a)_w}{(a-b)_s} \right]^{-1}. \quad (3.45)$$

Cette densité peut s'interpréter de la manière suivante : supposons que le paramètre de frottement $a - b$ effectif au niveau de S soit donné par sa valeur moyenne sur S notée A_{eff} , la condition $\rho_a > \rho_a^*$ correspond à $A_{eff} < 0$, c'est à dire à un comportement effectif de type *velocity-weakening*. De la même manière, un système infra-critique correspond donc à des propriétés de frottement effectives de type *velocity-strengthening* : $A_{eff} > 0$. Les paramètres utilisés dans les simulations de ce chapitre donnent $\rho_a^* = 0.5$, ce qui explique de manière satisfaisante pourquoi le système caractérisé par $\rho_a = 0.3$ ne dégénère jamais en une rupture cosismique générale comme dans le cas $\rho_a = 0.66$.

L'étude numérique complète de ce processus de déstabilisation constitue l'objet du chapitre 4, où la démonstration de la formule (3.44) sera développée de manière plus précise. De plus, l'expression (3.44) sera validée par des expériences numériques, et le concept de densité critique d'aspérité sera discuté de manière plus approfondie. Nous montrerons notamment que le paramètre ρ_a^* permet de comprendre une grande partie des phénomènes d'interaction apparaissant dans un système multi-aspérités.

Lorsque l'ensemble du plan xOy glisse à une vitesse uniforme, les échelles de longueur caractérisant le système n'ont plus aucune signification. Cette situation est en réalité un artefact de la géométrie périodique. Dans le modèle plus réaliste faisant intervenir une bordure bloquée sur S , la rupture serait stoppée à une dimension finie. Toutefois, afin de déstabiliser l'anti-aspérité dans ces conditions la perturbation associée à la rupture de l'aspérité doit être plus importante que dans le cas présenté ici, afin de contrebalancer la contrainte associée à la partie bloquée de S .

3.8 Durée du cycle sismique

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier l'influence de la géométrie de la faille S sur la durée du cycle sismique détaillé dans la première partie de ce chapitre. L'ensemble des simulations présentées dans cette partie ont été effectuées avec une unique aspérité dont la forme, la dimension et les paramètres de frottement ont été maintenus constants, afin d'étudier uniquement l'influence des propriétés de l'anti-aspérité sur le cycle sismique. En effet, l'étude des propriétés de frottement et de la taille de l'aspérité sur le comportement de l'aspérité et la durée du cycle sismique et a été menée en détail par [Kato, 2003]. L'ensemble des résultats de [Kato, 2003] peut être interprété en termes de rapport entre le rayon R de l'aspérité et la dimension critique d'aspérité R_c définie en fonction des propriétés de frottement *rat-and-state* par :

$$R_c = \frac{7\pi}{24} \frac{Gd_c}{(b-a)_w \sigma}. \quad (3.46)$$

Cette expression, basée entre autre sur les résultats de [Eshelby, 1957] correspond à la dimension critique de crack circulaire prédite par l'analyse de stabilité linéaire du système patin-ressort menée par [Rice and Ruina, 1983] et [Rice, 1983]. Pour des valeurs de R/R_c faibles devant 1, l'aspérité est stable. Si R/R_c est proche de 1, l'aspérité répond au chargement tectonique en produisant des séismes lents épisodiques. Enfin, pour $R/R_c \gg 1$, l'aspérité est déstabilisée par des séismes réguliers. L'aspérité utilisée ici est une aspérité sismique réelle, correspondant au troisième régime identifié par [Kato, 2003], comme cela a été détaillé dans le premier chapitre.

Afin de quantifier l'effet de l'anti-aspérité sur la durée du cycle sismique, plusieurs séries de simulations ont été effectuées en faisant varier la dimension L de la faille S , ce qui induit une variation de la densité

d'aspérité, mais également en utilisant différentes valeurs de $(a - b)_s$. D'autre part, ces simulations ont été effectuées en considérant successivement des conditions aux limites libres et bloquées. Les valeurs des paramètres décrivant l'aspérité ainsi que les conditions mécaniques globales (chargement tectonique, contrainte normale) sont ceux détaillés dans le tableau 3.1.

Les résultats de ces différentes expériences sont présentés sur la figure 3.10. Dans tous les cas, la durée T_c du cycle sismique obtenu a été normalisée à la durée T_0 du cycle sismique du système patin-ressort caractérisé par des propriétés de frottement analogues à celles de l'aspérité, et chargé à un taux correspondant au taux de chargement tectonique du milieu continu considéré. T_0 est donné par la formule suivante :

$$T_0 = \frac{\Delta\tau_a}{\dot{\tau}_{tect}} = \frac{w\Delta\tau_a}{G\bar{v}}, \quad (3.47)$$

où \bar{v} est la vitesse de glissement moyen sur un cycle sismique. D'après les résultats présentés dans la partie 2.5 du chapitre 2, dans le cas des conditions aux limites libres (glissement imposé en aucun point de S), \bar{v} est donné par :

$$\bar{v} = v_p \quad (3.48)$$

En revanche, dans le cas où un glissement nul est imposé au delà d'un rayon R_0 du centre de l'aspérité, \bar{v} devient approximativement, d'après les développements du chapitre 2 :

$$\bar{v} = \frac{24R_0}{7\pi w} v_p, \quad (3.49)$$

comme cela a été démontré dans la partie 2.5 du chapitre 2. D'autre part, nous avons introduit le paramètre sans dimension r_{ss} défini comme le rapport entre les paramètres $(a - b)_s$ caractérisant l'anti-aspérité et $(b - a)_w$ caractérisant l'aspérité :

$$r_{ss} = \frac{(a - b)_s}{(b - a)_w}. \quad (3.50)$$

La définition de r_{ss} permet de réécrire la densité critique d'aspérité définie plus haut par l'équation (3.45) sous la forme :

$$\rho_a^* = \frac{r_{ss}}{1 + r_{ss}}. \quad (3.51)$$

Dans la suite, nous analysons successivement les résultats obtenus pour les deux types de conditions aux limites.

3.8.1 Conditions aux limites libres

Pour la valeur $r_{ss} = 1$, ce type de conditions aux limites a été utilisé avec les deux lois d'évolution de la variable d'état Θ . Dans les deux cas, les résultats sont similaires, ce qui indique que la durée du cycle est principalement contrôlée par l'effet de l'anti-aspérité sur l'aspérité, et non par les propriétés de l'aspérité elle-même qui se traduisent par des cycles sismiques très différents lorsque l'une ou l'autre des deux lois différentes d'évolution de Θ est considérée.

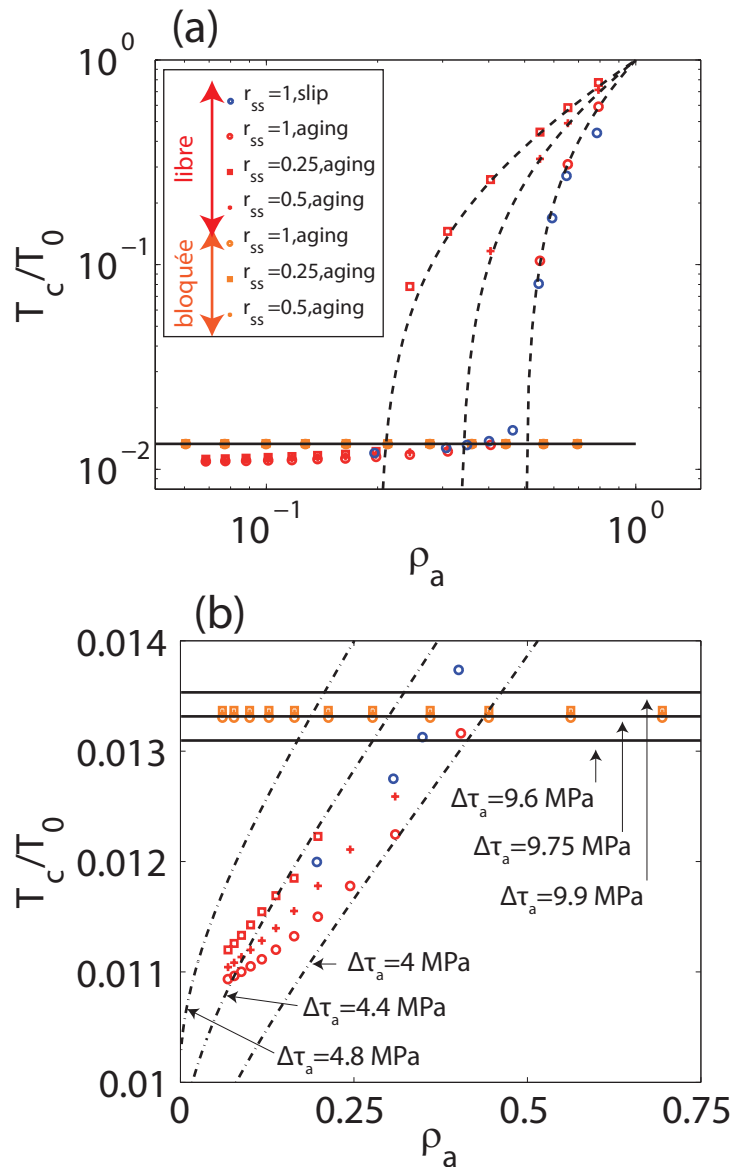


FIGURE 3.10 : Durée normalisée du cycle sismique T_c/T_0 en fonction de la densité d'aspérité ρ_a . Les points de couleur indiquent les résultats numériques obtenus pour différentes lois d'évolutions et différentes valeurs de r_{ss} . Les différentes valeurs de r_{ss} sont obtenues en faisant varier $(a - b)_s$ et en maintenant $(b - a)_w$ constant. Les courbes noires correspondent aux différentes approximations analytiques définies dans le texte. (a) : ensemble des résultats. La droite noire correspond à l'approximation (3.55), les droites en tirets noirs à la formule (3.53). (b) : Conditions infra-critique ($\rho_a < \rho_a^*$). Les droites en trait plein noir correspondent à l'approximation (3.55), et les courbes en pointillés noirs à l'expression (3.59).

De plus, pour chaque valeur de r_{ss} , deux régimes d'évolution de T_c avec la densité d'aspérité apparaissent : le premier, à faible densité, est caractérisé par des valeurs de T_c de l'ordre de $0.01T_0$, augmentant légèrement avec la densité d'aspérité. Dans le deuxième régime, caractérisé par des densités d'aspérité plus fortes, l'augmentation de la durée du cycle est beaucoup plus marquée, et les valeurs de T_c sont un ordre de grandeur au dessus du premier régime. Dans chaque cas, la transition est caractérisée par la densité critique donnée par l'équation (3.51), c'est à dire $\rho_a^* = 0.5$, $\rho_a^* = 0.33$ et $\rho_a^* = 0.2$ pour $r_{ss} = 1$, $r_{ss} = 0.5$ et $r_{ss} = 0.25$ respectivement. Par conséquent, afin de déterminer une approximation T_c en fonction de la densité d'aspérité, nous allons utiliser les résultats présentés dans les parties précédentes de ce chapitre.

3.8.1.1 Système super-critique $\rho_a > \rho_a^*$

Dans les conditions super-critiques, il a été démontré au chapitre précédent que la faille S est équivalente au cours de la phase cosismique à un système patin-ressort subissant une chute de contrainte effective $\Delta\tau_{eff}$ donnée par l'équation (3.42). En supposant que la majeure partie du déplacement sur S s'effectue au cours de la phase cosismique, la chute de contrainte effective peut être exprimée de la manière suivante :

$$\Delta\tau_{eff} = \frac{Gv_p}{w}T_c. \quad (3.52)$$

En égalisant cette dernière expression avec l'équation (3.42), et en utilisant les expressions (3.11), (3.41), (3.47), (3.50) et (3.51), on aboutit à l'expression suivante de la durée normalisée du cycle sismique :

$$\boxed{\frac{T_c}{T_0} = (1 + r_{ss})\rho_a - r_{ss} = r_{ss} \left(\frac{\rho_a}{\rho_a^*} - 1 \right)}. \quad (3.53)$$

L'équation (3.53) permet d'obtenir une approximation satisfaisante de la durée du cycle sismique dans un système caractérisé par une densité d'aspérité super-critique, comme indiqué sur la figure 3.10a.

3.8.1.2 Système sous-critique $\rho_a < \rho_a^*$

Dans le régime sous-critique, nous n'avons pas trouvé l'approximation permettant d'obtenir une expression satisfaisante de l'évolution de T_c avec ρ_a . Cependant, le niveau observé peut être expliqué au premier ordre de la manière suivante : si l'on considère que l'aspérité glisse principalement au cours de la phase cosismique, le séisme correspond approximativement au développement d'un crack circulaire comme cela est indiqué sur les profils de déplacement cumulé représentés sur la figure 3.3, sur lequel le déplacement moyen est de l'ordre de v_pT_c . D'après [Eshelby, 1957], la chute de contrainte associée s'écrit de la manière suivante :

$$\Delta\tau_a = \frac{7\pi G}{24R}v_pT_c, \quad (3.54)$$

où R est le rayon de l'aspérité, ce qui conduit à l'expression suivante de la durée normalisée du cycle sismique :

$$\boxed{\frac{T_c}{T_0} = \frac{24R}{7\pi w}}. \quad (3.55)$$

L'expression (3.55) donne le bon ordre de grandeur de T_c , comme cela est indiqué sur la figure 3.10a. Toutefois, elle ne permet pas d'expliquer la variation de la durée avec ρ_a et avec r_{ss} observée sur la figure 3.10b.

Une manière de prendre en compte la dépendance de T_c avec le paramètre de frottement $(a - b)_s$ est de considérer que la taille de l'aspérité effective est modifiée pendant la période intersismique par une pénétration du glissement de l'anti-aspérité à l'intérieur de l'aspérité, comme l'a montré [Chen and Lapusta, 2009]. De manière équivalente, cet effet peut être pris en compte en considérant que la pénétration du glissement à l'intérieur de l'aspérité induit un changement de chute de contrainte effective si la taille de l'aspérité est supposée constante. Toutefois, nous n'avons pas étudié cet effet en détail.

D'autre part, un modèle alternatif permettant de tenir compte de l'effet de ρ_a serait de considérer que le taux de chargement moyen intersismique au niveau de l'aspérité $\dot{\tau}_e$ est la résultante du chargement tectonique imposé $\dot{\tau}_{tect}$ et de l'amplification de contrainte associée au glissement sur l'anti-aspérité $\dot{\tau}_{anti}$, ce qui permet d'écrire :

$$\dot{\tau}_e = \dot{\tau}_{tect} + \dot{\tau}_{anti}. \quad (3.56)$$

où $\dot{\tau}_{tect} = Gv_p/w$. Une expression moyenne de $\dot{\tau}_{anti}$ peut également être obtenue de la manière suivante : nous supposons tout d'abord que l'anti-aspérité séparant les différentes images de l'aspérité principale dans la géométrie périodique est approximativement équivalente à une dislocation annulaire comprise entre les rayon R et $L - R \sim L$. Dans ces conditions, la variation de contrainte au centre de l'aspérité associé à un déplacement non nul sur l'anti-aspérité est donnée par la relation (1.52) démontrée au chapitre 1. De plus, la vitesse moyenne sur l'anti-aspérité au cours d'un cycle sismique est égale à v_p , comme cela a été montré dans la partie 2.5 du chapitre 2. On obtient alors l'expression suivante approximative de la contribution de l'anti-aspérité au taux de chargement intersismique de l'aspérité :

$$\dot{\tau}_{anti} \sim \frac{7G}{12} \left[\frac{1}{R} - \frac{1}{L} \right] v_p = \frac{7G}{12R} \left[1 - \frac{\sqrt{\rho_a}}{\sqrt{\pi}} \right] v_p \quad (3.57)$$

Les expressions (3.56) et (3.57) permettent d'écrire :

$$T_c = \frac{\Delta\tau_a}{\dot{\tau}_e} = \Delta\tau_a \left[\frac{G}{w} v_p + \frac{7G}{12R} \left(1 - \frac{\sqrt{\rho_a}}{\sqrt{\pi}} \right) v_p \right]^{-1}, \quad (3.58)$$

ce qui devient finalement, après normalisation par T_0 :

$$\boxed{\frac{T_c}{T_0} = \left[1 + \frac{7w}{12R} \left(1 - \frac{\sqrt{\rho_a}}{\sqrt{\pi}} \right) \right]^{-1}}. \quad (3.59)$$

L'expression (3.59) est représentée sur la figure 3.10b pour différentes valeurs de chute de contrainte effective. Dans tous les cas, cette expression surestime largement le taux d'augmentation de T_c avec ρ_a .

3.8.2 Conditions aux limites bloquées

Lorsque la bordure de la faille S est maintenue bloquée (au delà d'une distance R_0 du centre de S), les résultats numériques sont au premier ordre semblables au cas sous-critique présenté dans le paragraphe précédent, et aucune transition vers un état super-critique n'est observée. Cela correspond au fait que la

taille maximale de rupture est bornée par la dimension R_0 de la partie non bloquée de S , et le système ne réagit jamais comme le patin-ressort évoqué dans le paragraphe consacré au cas super-critique.

Dans ces conditions, le raisonnement utilisé au début du paragraphe précédent permettant d'aboutir à l'expression (3.55) est toujours valable, dans la mesure où la forme du glissement cosismique sur l'aspérité est identique au cas précédent (figure 3.3). Toutefois, il est nécessaire de remplacer v_p par la vitesse moyenne $\bar{v} = 24R_0v_p/7\pi w$ dans l'expression du glissement cosismique. Après normalisation, l'expression de la durée du cycle normalisée est donnée par (3.55).

Les résultats numériques sont dans ce cas en accord avec la forme (3.55), comme cela est indiqué sur la figure 3.10. Afin de mieux comprendre les implications de la relation (3.55), utilisons l'expression T_0 (3.47) pour déterminer la durée absolue du cycle T_c en fonction des dimensions caractéristiques du système. T_c devient :

$$T_c = \frac{w\Delta\tau_a R}{Gv_p R_0}, \quad (3.60)$$

ce qui correspond à une augmentation de T_c proportionnelle à la racine carrée de ρ_a dans la géométrie considérée ici.

De la même manière que précédemment les résultats de la figure 3.10b montrent que le changement de $(a - b)_s$ à géométrie fixe induit une légère variation du temps de récurrence T_c . Encore une fois, une manière d'interpréter cette variation serait de considérer que la taille effective de l'aspérité (ou la chute de contrainte effective) varie en fonction de la pénétration du glissement intersismique de l'anti-aspérité à l'intérieur de l'aspérité.

3.9 Discussion

3.9.1 Déstabilisation des aspérités en réponse à une perturbation de contrainte : comparaison *aging-law* et *slip-law*

Au cours de ce chapitre, nous avons détaillé les différentes phases du cycle sismique d'une aspérité unique environnée d'une zone en glissement asismique, l'ensemble subissant un chargement tectonique constant. Cela a permis d'identifier les échelles de temps caractéristiques intervenant dans les processus de nucléation, de décélération de la rupture cosismique, et de déformation postsismique. Le premier résultat majeur mis en lumière par cette partie est la différence entre la forme des cycles sismiques obtenus dans le cas des deux différentes lois d'évolution : nous avons pu expliquer en quoi la forme de l'*aging-law* autorise des variations beaucoup plus importantes de la vitesse de glissement sur l'aspérité que dans le cas de la *slip-law*. Cet effet se traduit par des aspérités *aging* très stables et peu réactives à des perturbations de contrainte externes dans leur phase intersismique, ce qui n'est pas le cas des aspérités où l'évolution du frottement est contrôlée par la *slip-law*. Dans ce cadre, certaines ruptures cosismiques majeures pourraient déstabiliser instantanément des aspérités de type *slip-law*, sans conséquence à court terme pour les aspérités de type *aging-law*.

À titre d'exemple, comparons l'amplitude de la perturbation de contrainte nécessaire dans les deux lois pour déstabiliser instantanément l'ensemble des aspérités en phase intersismique. Pour cela, notons que d'après les résultats développés par [Ampuero and Rubin, 2008b] et les résultats numériques de la partie 3.5, lorsqu'une aspérité est propulsée dans un état caractérisé par $\Omega \gg 1$ (au dessus de la droite noire représentant l'état stationnaire dans les figures 3.4a et 3.4c), elle accélère en un temps caractéristique de l'ordre de $t = d_c/v_0$, v_0 étant sa vitesse à l'issue de la perturbation. En considérant que t est au maximum

égal à $d_c/v_p \sim 2.10^5$ s, une perturbation de contrainte amenant une aspérité au dessus de la droite d'état stationnaire dans les diagrammes 3.4 donne un séisme en moins de deux jours. En revanche, d'après les résultats de [Helmstetter and Shaw, 2009], une perturbation de contrainte propulsant l'aspérité en dessous de l'état stationnaire ne résulte pas en une accélération sur la même échelle de temps, mais après une durée bien plus longue, de l'ordre de la durée du cycle sismique (quelques mois). Afin d'estimer la perturbation de contrainte nécessaire à une déstabilisation totale en mois de deux jours, il suffit donc d'estimer la distance verticale maximale séparant les points du cycle sismique à la droite d'état stationnaire sur la figure 3.4a. En effet, un changement de contrainte $\Delta\tau$ à Θ constant induit une accélération de l'aspérité de la vitesse v_1 à la vitesse $v_2 = \exp(\Delta\tau/a_w\sigma)$, de telle sorte que la variation de φ est égale à $\Delta\tau/a\sigma$. D'après les résultats de la figure 3.4a, on obtient une contrainte de déstabilisation totale de l'ordre de $15a_w\sigma = 1.5$ MPa dans le cas de la *slip-law*, et de $50a_w\sigma = 5$ MPa dans le cas de l'*aging-law*.

Dans ces conditions, dans une région de la croûte où la perturbation de contrainte associée à un séisme est de l'ordre de $20a_w\sigma$, la *slip-law* conduit à ce que l'ensemble des répliques aient lieu en moins de deux jours, cette période étant suivie d'une quiescence de l'ordre de plusieurs mois (durée approximative du cycle sismique). Cette quiescence est analogue à ce qui apparaît dans des modèles de populations finies de patins-ressorts [Gomberg et al., 2005]. En revanche, dans le cadre de l'*aging-law*, une telle quiescence n'apparaît pas.

3.9.2 Densité critique d'aspérité

La deuxième caractéristique importante mise en évidence par l'étude du cycle sismique est la possibilité de déstabilisation sismique de l'anti-aspérité en réponse à la rupture de l'aspérité. Nous avons montré que ce régime apparaît lorsque la densité d'aspérité est supérieure à une valeur critique correspondant à un paramètre $(a - b)$ moyen nul. Nous avons montré d'autre part que les deux régimes d'activité sismique (avec ou sans déstabilisation de l'anti-aspérité) sont caractérisés par des valeurs très différentes de la durée du cycle. Toutefois, il a été mentionné que le comportement cosismique obtenu dans le cas super-critique est en réalité un artefact lié à la géométrie périodique utilisée. Cela ne remet toutefois pas en cause la possibilité de déstabilisation des segments de failles inter-aspérité caractérisés par des propriétés de type *velocity-strengthening*, au delà d'une valeur critique de densité d'aspérité, comme cela a été montré par [Kaneko et al., 2010] et [Kato and Yoshida, 2011]. Ce concept de densité critique d'aspérité constitue l'objet de l'étude présentée au chapitre 4.

Notons enfin que ce concept est indépendant de la loi de frottement utilisée, puisque il ne fait intervenir que la redistribution des contraintes élastiques au cours d'un séisme, et la réponse de l'anti-aspérité qui s'opère à l'état stationnaire pour les deux lois, comme cela est indiqué sur les figures 3.4b et 3.4d.

3.9.3 Interaction sismique-asismique et durée de cycle T_c

L'étude des différentes phases du cycle sismique de l'aspérité a permis également de déterminer par quels mécanismes l'anti-aspérité amplifie le taux de chargement tectonique subi par l'aspérité, et en ce sens, de quelle manière l'environnement asismique de l'aspérité contrôle la durée de son cycle. Nous avons pu montrer d'autre part que le cas super-critique présenté ici est peu réaliste dans la mesure où il aboutit à une rupture de taille infinie. En revanche, dans le cas infra-critique, la durée du cycle sismique dépend de la géométrie de l'anti-aspérité mais également du type de bordure externe utilisée pour caractériser S . Les deux cas infra-critiques étudiés correspondent respectivement au cas où la faille S est entourée d'une zone en glissement à taux constant (conditions libres), et où la faille S se situe à proximité d'une zone bloquée (conditions bloquées). En fonction des conditions aux limites sur les bordures du segment de faille considéré, nous avons pu déterminer deux type de dépendance de la durée du cycle sur les

dimensions de l'anti-aspérité : dans les deux cas, T_c est une fonction croissante de la densité d'aspérité (figure 3.10b), ce qui reflète le fait qu'une anti-aspérité amplifie d'autant plus la contrainte tectonique qu'elle est de grande dimension.

L'effet de l'anti-aspérité sur le comportement de l'aspérité est en réalité plus complexe, et ne peut être totalement compris par les lois d'échelles données dans la partie durée du cycle de ce chapitre. Comme cela a été mentionné, il serait nécessaire d'étudier en détail les profils de glissement intersismique que l'anti-aspérité génère sur l'aspérité elle-même afin de déterminer la taille de l'aspérité qui contribue de manière effective à l'émission d'énergie sismique.

3.9.4 Interactions d'aspérités

En ne considérant qu'une unique aspérité, les interactions mécaniques entre différentes sources sismiques sur une même faille sont négligées, et le cycle sismique résultant ne reflète que le comportement propre de l'aspérité en interaction avec une zone asismique plus ou moins large. Ce modèle simplifié correspond au cas où les aspérités sismiques sont suffisamment éloignées les unes des autres de telle sorte que la perturbation mécanique associée à la rupture d'une aspérité et à la déformation postsismique qu'elle engendre n'influence pas le cycle sismique de ses voisines. La durée du cycle sismique dans ces conditions est stable, comme cela est observé pour les séismes les plus isolés observés à Parkfield par [Lengliné et al., 2009]. Les conditions permettant aux aspérités d'être isolées mécaniquement les unes des autres seront étudiées plus en détail au cours du chapitre suivant.

3.10 Conclusion

Dans ce chapitre, le comportement d'une unique aspérité chargée à taux constant a été étudié afin d'évaluer l'interaction entre déformation asismique de l'anti-aspérité et rupture sismique de l'aspérité. Les deux chapitres suivants complètent les résultats proposés ici par l'étude des systèmes multi-aspérité chargés à taux constant d'une part (chapitre 4), et par l'analyse de la réponse à une perturbation de contrainte d'une aspérité identique à celle présentée dans ce chapitre (chapitre 5).

Chapitre 4

Interactions dans un système multi-aspérités

4.1 Abstract

We present a 3D continuous quasi-dynamic rate-and-state model of multiple seismic asperities forced by surrounding aseismic creep, motivated by observations of coplanar multiplets. Our model allows to study the physics of interactions among a set of asperities. First, we show that the amount of interactions and clustering, characterized by the Omori law and inter-event time distribution, depends on how far the system is from a critical density of asperities, which is related to the friction properties of the barriers separating the sources. This threshold controls the ability of a population of asperities to destabilize the creeping barriers between them and therefore determines whether dynamic sequences including several asperities in the same event might occur, in agreement with what is expected from observed magnitude-frequency distributions. Therefore, the concept of critical density of asperity provides a mechanical interpretation of statistical properties of seismicity. As an illustration, we used our numerical results in the specific case of Parkfield in the period preceding the M_w 6, 2004 earthquake, in order to infer the steady state friction parameter ($a - b$) characterizing the creep of this part of the San Andreas Fault. We estimate a value of ($a - b$) that locally exceeds 0.001, which is in the upper range of what has already been proposed for the postseismic period of the M_w 6, 2004 Parkfield earthquake.

4.2 Introduction

Recent advances on the understanding of microseismicity include the observation of repeating earthquakes that have been reported on several faults in the world such as the Parkfield segment of San Andreas fault in California [Nadeau et al., 1995], [Nadeau and McEvilly, 1997], [Nadeau and Johnson, 1998], [Nadeau and McEvilly, 1999], [Lengliné et al., 2009], the Hayward fault in northern California [Bürgmann et al., 2000], the north-eastern Japan subduction zone [Matsuzawa et al., 2002], [Igarashi et al., 2003] and the North Anatolian fault in Turkey [Peng and Ben-Zion, 2005], [Bouchon et al., 2011]. These events are small regular ruptures that occur on a single fault patch (asperity), generating similar waveforms at recording stations. The occurrence of several events on the same asperity is a strong indicator that these seismic sources are forced by surrounding aseismic slip on the faults [Nadeau et al., 1995], [Igarashi et al., 2003], [Bürgmann et al., 2000], and consequently, the recurrence time of such repeaters has been widely used to infer local aseismic slip rates on faults [Nadeau and McEvilly, 1999], [Bürgmann et al., 2000], [Igarashi et al., 2003].

In addition to the coupling between seismic and aseismic sliding, another characteristic of microseismicity is the existence of a wide range of temporal behaviors, including seismic swarms, mainshock-aftershock sequences that suggest the importance of triggering and interaction phenomena among seismic sources. Moreover, the complex behavior of microseismicity contrasts with the existence of regular repeating earthquakes, and to interpret this contradiction we have to consider, in addition to isolated asperities, systems of interacting sources. Despite this apparent complexity, robust empirical laws emerge from the observation of seismicity : the Omori law characterizing the decay of aftershock rate [Utsu et al., 1995] and the Gutenberg-Richter law [Gutenberg and Richter, 1956] corresponding to the magnitude-frequency distribution of earthquakes. Associated with the Omori decay, [Utsu et al., 1995] and [Hainzl et al., 2006] analyzed simple statistical laws describing the distribution of time delays between successive events. According to these authors, this kind of statistics is an indicator of the amount of interaction among a population of seismic sources. In addition to the bare Omori law characterizing the decay of direct aftershocks, [Helmstetter and Sornette, 2002] and [Marsan and Lengline, 2008] studied the so called "dressed" or "renormalized" Omori law that takes into account all the possible aftershocks of aftershocks which is a way to better constrain the processes of multiple triggering in aftershock sequences.

Based on the empirical laws, several attempts have been made to produce realistic synthetic catalogs such as ETAS models introduced by [Ogata, 1988], [Kagan and Knopoff, 1981] and [Kagan and Knopoff, 1987]. These models all share a common hypothesis of linearity, because each event triggers its own aftershock sequence, and the resulting seismicity is the sum of all these effects. On the other hand, rock friction experiments conducted by [Dieterich, 1979] show a highly non-linear behavior of rocks during earthquake processes, suggesting that triggering during aftershock sequences is affected by non-linear friction. Therefore, the global triggering effect might be modulated by non linear response of seismic sources, and the response of several stress perturbations might be somewhat different than the sum of all mainshock-aftershocks sequences as this is assumed in ETAS models. Furthermore, non linear rate-and-state friction [Dieterich, 1979], [Rice, 1983] and [Ruina, 1983] has been successful in explaining many other aspects of seismic behavior, including earthquake nucleation ([Dieterich, 1992]) or aftershock decay ([Dieterich, 1994]), therefore appearing as an important aspect of earthquake physics.

Motivated by friction experimental results, more mechanical models have nevertheless been proposed to produce a realistic seismicity. That is for instance the case of discrete models of faults that include rate and state friction as well as realistic stress interaction kernels [Dieterich, 1995], [Ziv and Rubin, 2003] and [Ziv and Cochard, 2006]. Although these models are able to produce satisfying statistics, including Omori decay, and Gutenberg-Richter distribution, they are limited by the impossibility to obtain realistic nucleation because of over-sized computational cells compared to the critical length for nucleation predicted by rate-and-state theory [Rice, 1983], [Ruina, 1983], or to group computational cells in order to define asperities since all the cells are independent.

In the present study, we propose a continuous, 3D rate-and-state model of fault that allows to define multiple asperities embedded in a planar creeping fault, in order to fully describe what might be realistic sources of microseismicity, more specifically for sets of multiplets and repeaters. Such multiple asperity models associating aseismic sliding and earthquakes has already provided some important insights in the processes of interaction between seismic sources, especially concerning the migration of aftershocks as shown by [Kato, 2007], but also in the understanding of low frequency earthquakes behavior in subduction zones [Ariyoshi et al., 2012]. In this study, we focused on the background seismic activity and we attempted to generate synthetic catalogs of events characterized by realistic statistical properties, and we illustrate it in the specific case of the Parkfield seismicity, as was relocated by [Lengliné et al., 2009].

In the following, we first introduce and illustrate the various statistics (Generalized Omori law, inter-event time distribution, Magnitude frequency distribution) on the Parkfield observations and briefly comment on their features. We then present our rate-and-state asperity model, recalling the basic equations and describing the specific model parameters relevant for our study (geometry, friction, initial and boundary conditions). This allows us to address the question of the influence of barriers and distribution of as-

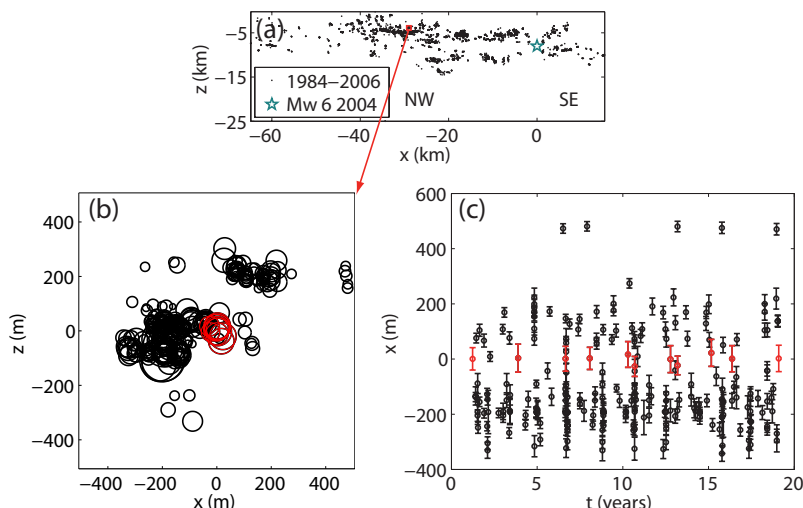


FIGURE 4.1 : (a) : Location of 22 years of seismicity (black dots) between 1984 and 2006 on Parkfield segment of the San Andreas fault from [Lengliné et al., 2009]. x is the distance along strike, and z is the depth. Blue star is the hypocenter of the M_w 6 earthquake of September 2004. The red rectangle locates the inset of figure (b). (b) : Zoom on the fault, showing events occurring before the M_w 6 event, x and z are the same as in figure (a). Each circle represents the approximate size of each event deduced from its magnitude, assuming a constant stress drop of 3 MPa. Red circles correspond to a particular multiplet. (c) : Location along strike vs. time for the events of figure (b). Time 0 corresponds to the first of January 1984. Red dots are for the events belonging to the same multiplet as in figure (b), and error bars indicate the extent of each rupture.

perities on the event statistics. In a first part we analyze the results obtained for a simple distribution of asperities that outlines the concepts that are relevant in interaction processes among a population of asperities. Then, we show how these concepts could be formalized using a critical density of asperities theory. Finally, we briefly revisit and discuss the observational results of Parkfield.

4.3 Parkfield Seismicity

We analyzed the event statistics of Parkfield provided by [Lengliné et al., 2009]. This catalog spans more than 20 years between 1984 and 2007. During this period of time one magnitude 6.0 occurred on the 28th of September 2004. [Lengliné et al., 2009] relocated precisely more than 8000 events occurring in this area and recorded by the Northern California Seismic Network (NCSN), by relative relocation after the identification of multiplets. These multiplets allowed precise relative timing through cross-correlation, allowing accurate double difference relocation. The criteria used to define multiplets were a mean coherency of 90%, a source overlap greater than 70% and a magnitude difference between two events lower than 0.2. The results of relocation are shown in figure 4.1.

In order to estimate the size of each seismic rupture, we followed the procedure used by the authors, based on the moment M_{0e} of the events. The seismic moment for a circular crack of radius R with constant stress drop $\Delta\tau_a$ is given by :

$$M_{0e} = \frac{16}{7} \Delta\tau_a R^3. \quad (4.1)$$

We present in figure 4.1 an example of computed source sizes using a stress drop of 3 MPa (in the range of what is inferred at Parkfield by [Dreger et al., 2007]), as well as the evolution of the same sequence in a space-time plot. This precise relocation and first order evaluation of seismic size illustrates the fact

that microseismicity occurs on small patches of the fault, with several events occurring at the same place (repeaters) surrounded by areas without any events and often interpreted as being aseismic. The example detailed in figure 4.1 nevertheless highlights the fact that repeaters are not necessarily isolated on the fault, but instead form clusters of overlapping asperities. Furthermore, the occurrence of events on this composite structure is far from being regular in time (figure 4.1c). This type of multiplet cluster will be the basis of our modeling.

In addition to these observations, we computed three kinds of statistics with the catalog. The first one is the inter-event time distribution defined by [Hainzl et al., 2006] : we plotted in figure 4.2 the corresponding density function in different cases. First for the whole area, considering successively : events before the M_w6 mainshock, events after it, and all the events of the catalog. Furthermore, we considered that distribution of delays smaller than 100 s were irrelevant, because of biased detection associated with the coda waves. Since the inter-event time distribution is strongly affected by the M_w6 earthquake of 2004, we focused on the events occurring before 2004, and we ended up with a distribution that at short time could be characterized by a power law of the form \tilde{dt}^{-p^*} with a p^* of 0.54, \tilde{dt} being the inter-event time dt normalized by the mean value of the inter-event time delays of the entire sequence ($\langle dt \rangle$), so that $\tilde{dt} = dt / \langle dt \rangle$. Then we proceeded in the same way to evaluate this distribution at different places on the fault where sufficient events occurred prior to 2004 (more than 100 events in a box), and we obtained values of p^* ranging from 0.56 to 0.9, with a mean value of 0.76.

As another characterization of the seismic activity of Parkfield, we computed the generalized Omori law. We considered successively all the events of the catalog as mainshocks, and we stacked all the sequences that we obtained for these different main events. Furthermore, we excluded all the earthquakes occurring after 2004 to focus on the properties of the background activity. The global and local results are presented in figure 4.2, giving short time slopes between 100 s and 1 day ranging from $p = 0.53$ to 0.83, with a mean value of $p = 0.65$, corresponding to an averaged seismicity rate decaying as t^{-p} , t being the time following the mainshock.

Finally, we computed the magnitude-frequency distribution for all the events relocated, at a global and a local scale. In order to enhance the variability in slopes, we normalized the distribution by its maximum, and we plotted the results in figure 4.2. The slope b^* (referred as $-b$ parameter of the Gutenberg-Richter law) that characterizes magnitude-frequency distribution ranges between $b^* = 0.86$ and $b^* = 1.79$, with a mean value of $b^* = 1.23$.

More generally, [Utsu et al., 1995] indicates that real mainshock-aftershocks sequences, which represent the same process of interaction than what is leading to the composite decay we are calculating, are characterized by values of p between 0.9 and 1.5. The dressed kernels computed by [Marsan and Lengline, 2008] for the seismicity of California, result in p values ranging between 0.6 and 1.0 which is less than what is observed for direct aftershocks. Note that the generalized Omori decay obtained here can not be compared directly to these values, because it corresponds to a correlation, where the stack is conducted for small mainshocks, each one belonging to an aftershock sequence. In this sense, it is not a proper Omori law, and as a consequence, the smaller exponent p obtained here is not an Omori exponent. Furthermore, classical values for magnitude-frequency distributions are mostly between 0.5 and 1.5 [Utsu, 1972]. Finally, the value of $p^* = 0.54$ indicates according to [Hainzl et al., 2006] and [Molchan, 2005] a level of poissonian background activity of 46%, and the clear difference between the values of p^* before and after the mainshock, increasing from 0.54 to 0.81, shows a larger amount of correlated seismicity after the main event, as expected for an aftershock sequence.

In the following, we will focus on the asperity model which could be relevant for Parkfield and, more generally, for similar multiplet-prone areas, before discussing the Parkfield case further on.

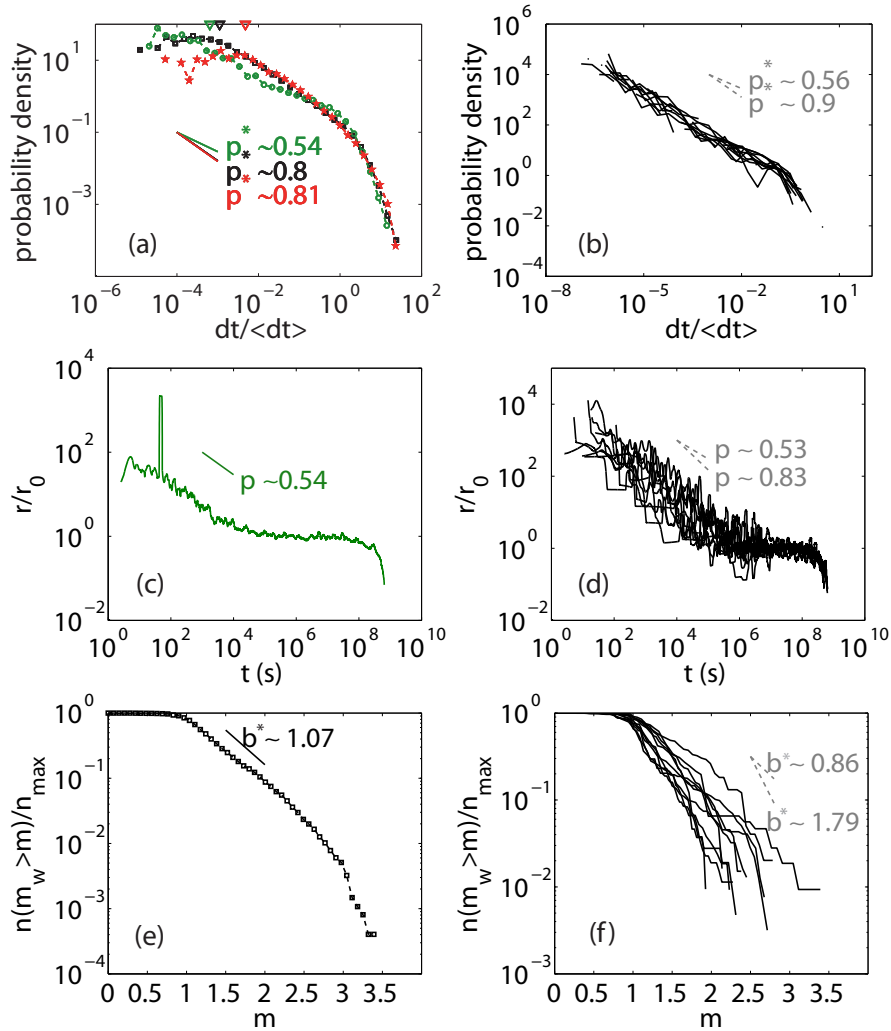


FIGURE 4.2 : (a) : Normalized inter-event time distribution for events that occurred before the M_w6 (green dots), after the M_w6 (red stars), and for the whole time period (black squares). $\langle dt \rangle$ is the mean inter-event time, dt the inter-event time. The triangles correspond to 100 s. The slope obtained for a fit between 100 s and $dt / \langle dt \rangle = 10^{-1}$ is represented each time by the straight line. (b) : Same as (a) but each curve corresponds to different areas of the fault. We selected the events before M_w6 . (c) : Generalized Omori law for the events before M_w6 . t is the time since each mainshock, r is the seismicity rate, and r_0 the background seismicity rate. The fit of the curve between 100 s and 1 day is shown with the green straight line. (d) : Same as (c) but at a smaller scale for the different parts of the fault. (e) : Magnitude-frequency distribution for all the events recorded. m and m_w are moment magnitudes, n is the number of earthquakes, n_{max} the maximum number of events. The black straight line is the fit of the distribution for magnitudes greater than 1.2. (f) : Same diagram as (e) but for the different areas of the fault.

4.4 Model of Asperities

4.4.1 Rate-and-State Friction

In the following, we consider a 2D fault plane embedded in a 3D, homogeneous elastic space as shown in figure 4.3 and we divide it in 256 by 256 cells. Motion is forced at a constant rate v_p in the x direction imposed at a distance w above the fault plane, and sliding is resisted by rate-and-state friction [Dieterich, 1979], [Rice, 1983] expressed as follows :

$$\tau_{xz,i} = \sigma \left[\mu_0 + a_i \ln \frac{v_i}{v_p} + b_i \Theta_i \right], \quad (4.2)$$

where $\tau_{xz,i}$, v_i , Θ_i refer respectively to the frictional shear stress, the velocity and the state variable on the cell i . For a matter of simplicity, we will replace $\tau_{xz,i}$ by τ_i in the rest of the manuscript. The state variable is thought to be an indicator of microscopic contact strength [Dieterich, 1979], [Ruina, 1983], which might evolve with time and slip history of the interface. σ is the normal stress that is considered constant, μ_0 is the friction coefficient when the system experiences steady sliding at a velocity equal to v_p , and a_i and b_i are non-dimensional constitutive parameters. As shown by [Dieterich, 1979], equation (4.2) reflects the fact that frictional strength increases with true microscopic contact area which fluctuates with v and Θ . Furthermore, we need to specify a time evolution law for the state variable Θ : here we chose to work with the aging evolution law described by [Ruina, 1983] :

$$\dot{\Theta}_i = \frac{v_p}{d_c} e^{-\Theta_i} - \frac{v_i}{d_c}, \quad (4.3)$$

where d_c is the characteristic slip necessary to renew a population of microscopic contacts.

At steady state, the right-hand term in equation (4.3) vanishes and the frictional strength of equation (4.2) takes the following form :

$$\tau_i^{ss} = \sigma \left[\mu_0 + (a_i - b_i) \ln \frac{v_i}{v_p} \right], \quad (4.4)$$

showing that if sliding velocity is constant, the friction coefficient evolves towards a constant value after a characteristic displacement that scales with d_c . The new friction coefficient depends on a and b parameters, exhibiting two kinds of behavior : either velocity strengthening for positive $a - b$, or velocity weakening for negative $a - b$. Linear stability analysis of the rate-and-state spring and slider motion around steady state conducted by [Rice, 1983] and [Ruina, 1983] shows that steady sliding is always stable as long as $a - b$ is positive, but conditionally stable when velocity weakening properties govern the system. In the latter case, the critical maximum stiffness k_c needed to obtain frictional instability is given by :

$$k_c = \frac{(b - a)\sigma}{d_c}. \quad (4.5)$$

In order to model asperities on the fault plane, we will follow [Kato, 2003] and define patches that are potentially unstable, that is with velocity weakening friction properties, and surrounded by creeping areas experiencing velocity strengthening steady-state friction as shown in figure 4.3. Since in our 3D continuous model the stiffness of an asperity is related to its size, we specify that the velocity weakening areas are over-sized with respect to a critical size. In order to have a rough estimate of this critical size,

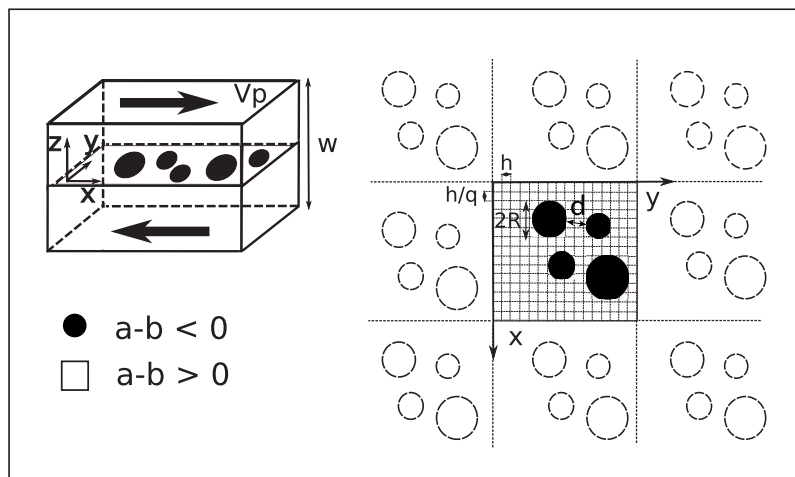


FIGURE 4.3 : *Left : schematic diagram showing the fault with velocity weakening asperities ($a - b < 0$), creeping areas ($a - b > 0$) and loading direction. w is the distance at which loading rate is controlled. Right : view of the fault plane, with asperities of radius R separated by d , and computational cells of size h/q by h . Dashed asperities correspond to the images of the fault plane in the x and y directions.*

we use the developments of [Rubin and Ampuero, 2005] about nucleation on 2-D velocity weakening faults governed by aging-state evolution law. [Rubin and Ampuero, 2005] showed that depending on a/b parameter, the region of high slip rate either approximately localizes over a length scale noted L_b ($0 < a/b < 0.3781$), or expands as a quasi-static crack ($0.3781 < a/b < 1$), and in this latter case seismic instability is reached when high slip speeds affect a region of half-width noted R_c^* . L_b and R_c^* depend on the friction parameters a and b of the weakening fault and are given by :

$$L_b = \frac{Gd_c}{b\sigma}, \quad (4.6)$$

$$R_c^* = \frac{Gbd_c}{\pi\sigma(b-a)^2}, \quad (4.7)$$

where G is the shear modulus of the elastic space. Furthermore, according to [Chen and Lapusta, 2009] who present the result of (A. Rubin, private communication, 2008) the length R_c^* in a 3D situation should be larger by a factor $\pi^2/4$ than what is expected from equation (4.7). In the following, we used the largest value of L_b or R_c^* as minimum radius for asperities.

Another important requirement is to build a continuous fault model, in the sense given by [Rice, 1993] that all the cells of the computational grid have to be smaller than the critical size for instability. This property ensures that all the cells within an asperity will break in the same event, preventing independent ruptures inside the structure. In this sense, we build a different model from the one used by [Dieterich, 1995], [Ziv and Rubin, 2003] and [Ziv and Cochard, 2006]. In addition to this, we require the model to generate a realistic earthquake cycle on asperity, in particular during nucleation. To ensure a correct description of nucleation [Dieterich, 1992], [Rubin and Ampuero, 2005] and [Ampuero and Rubin, 2008a] showed that the cell size should be smaller than L_b given by equation (4.6).

In the next parts, we will call anti-asperity or barriers, or creeping barriers, the creeping areas surrounding the asperities and experiencing velocity strengthening friction. We will refer to friction on the weakening asperities as a_w , b_w and $(b-a)_w$, and for the friction on the anti-asperity as a_s , b_s and $(a-b)_s$ respectively.

4.4.2 Quasi-Dynamic Stress Interactions

We model quasi-dynamic elastic interactions between the different parts of the fault with the elastic kernel used by [Kato, 2003] and formalized by [Maruyama, 1964] on one hand, and the radiation damping term first described by [Rice, 1993] on the other hand. Consequently, the elastic shear stress τ_i on the cell i of the fault is expressed as :

$$\tau_i = \tau^* - \frac{G}{w}(\delta_i - v_p t) + \sum_j k_{ij}(\delta_j - v_p t) - \eta(v_i - v_p), \quad (4.8)$$

where τ^* is a constant, G is the shear modulus, δ_j is the displacement of cell j in the x direction and k_{ij} is the shear stress generated at a point i due to the displacement on a rectangular dislocation centered at a point j on the fault, from the solution of [Maruyama, 1964].

The second term on the right-hand side of equation (4.8) corresponds to the constant loading contribution to stress, introduced by [Dieterich, 1995] and further implemented by [Ziv and Rubin, 2003] and [Ziv and Cochard, 2006]. This latter term accounts for the stressing associated with the motion at constant rate v_p at a distance $w/2$ above the fault plane, as this is depicted in figure 4.3.

The third term on the right-hand side of equation (4.8) is the result of elastostatic interactions between each dislocation in the fault plane. According to [Maruyama, 1964], the elastic kernel k_{ij} is computed using a Green function characterizing a semi-infinite elastic half space that is not compatible with our block geometry, where motion is prescribed at a distance $w/2$ of the fault. Therefore, this conceptual approximation might introduce some error in the long range stress interactions. However, we show in section 1.3.2.7 that owing to the small ratio between fault length and block width $w/2$, this error is negligible.

We further add in this expression the radiation effect, where η is the damping introduced by [Rice, 1993] : this term is an approximation of the elastodynamic effects in the sense that it corresponds to the stress drop associated with the emission of shear waves in the fault normal direction. Introducing the radiation damping prevents the slip velocity from becoming unbounded on the fault, and allows for the computation of multiple seismic cycles. The damping is a function of shear wave velocity c_s and shear modulus G and we have :

$$\eta = \frac{G}{2c_s}. \quad (4.9)$$

Finally, in order to allow the use of efficient *FFT* techniques as will be detailed later, we consider a periodic repetition of the fault plane in the x and y directions as shown in figure 4.3, so that k_{ij} represents the stress on a point i due to simultaneous slip on a point j and on every images of j .

4.4.3 Computation Method

Assuming equality between frictional stress (4.2) and quasi-dynamic elastic stress (4.8) and differentiating with respect to time, we obtain the following equation for \dot{v}_i after substituting the aging evolution law (4.3) for $\dot{\Theta}$:

$$\dot{v}_i = \frac{v_i}{\eta v_i + a_i \sigma} \left[-\frac{G}{w}(v_i - v_p) + \sum_j k_{ij}(v_j - v_p) + \frac{b_i \sigma}{d_c} (v_i - v_p e^{-\Theta_i}) \right]. \quad (4.10)$$

From this last point, equation (4.10) together with the aging evolution law (4.3) for Θ constitute a set of first order differential equations, that is solved using a fourth-order adaptative time step Runge-Kutta algorithm [Press et al., 2007]. In order to reduce the number of free parameters, we normalized all the quantities, as shown in section 1.4.3 of this manuscript. The time step adaptation method is based on the estimation of the maximum amplitude eigenvalue of the linearized system associated with the problem. More details about this computation are provided in section 1.4.4 of this manuscript. The most time consuming part of the computation is the evaluation of the elastostatic interactions which involves a convolution in space, but since the velocity and stress fields are periodic in horizontal directions, we use efficient 2D FFT routines developed by [Swarztrauber, 1982] and [Swarztrauber, 1984] to compute these elastic stressing.

Furthermore we parallelized the computation of the Runge-Kutta algorithm using MPI library [Pacheco, 1997].

4.4.4 Model Parameters

In the next sections, we used square computational cells with $h = 3$ m and $q = 1$ (see figure 4.3), and following [Rice, 1993] we assumed a constant normal stress of 100 MPa, that could be the effective pressure expected at about 5 km depth in a fault affected by elevated pore pressure, as proposed by [Rice, 1992]. We did not consider a depth variable normal stress since the fault plane we focus on is about one by one kilometer large, which would correspond to a change in lithostatic normal stress of 10 to 30 percent, that would in addition be balanced by a pore pressure increase of the same amount [Rice, 1992]. Furthermore we assumed a loading rate of 10^{-9} m.s $^{-1}$ (i.e. 3.15 cm.year $^{-1}$) which is in the range of the creep rate measured on the Parkfield segment (2.5 cm.year $^{-1}$) as shown by [Harris and Segall, 1987], [Murray et al., 2001], and [Titus et al., 2006]. Concerning friction parameters, we followed [Marone, 1998] so that we made our simulations with $\mu_0 = 0.6$, $0.006 > (a - b)_{w,s} > -0.006$ and $d_c = 0.2$ mm. The Lamé parameters λ and G were assumed constant and equal to 30 GPa in the elastic medium, and the damping was taken constant at 5 MPa.s.m $^{-1}$ which is the value expected from equation (4.9) for a shear wave velocity of 3 km.s $^{-1}$. We also chose $w = 3$ km for the elastic loading, which is about 3 times the fault length. Thus, w was large enough so that it did not directly influence slip rate on the fault plane, and small enough to allow fast convergence of the slip rate to the stationary state of the system after initialization.

Following [Kato, 2003], [Kato, 2004], [Kato, 2007] and [Chen and Lapusta, 2009], we defined circular asperities on the fault plane assuming a radius of asperity in the range of what could be the size of seismic sources in Parkfield, that is around 30 m (figure 4.1). Furthermore the friction parameters on the asperities were assumed constant in our simulations : we chose $a_w = 0.001$ and $b_w = 0.005$, leading to a value of $(b - a)_w$ that prevents unrealistic stress drop during a seismic event, since this drop scales with $(b - a)_w$ as shown by [Tse and Rice, 1986]. With these asperity parameters, we obtained stress drops of the order of 6 MPa. This value is in agreement with the estimations at Parkfield, ranging from around 2 MPa [Dreger et al., 2007] to 200 MPa [Nadeau and Johnson, 1998]. Moreover, this choice resulted in asperities with a radius R of about $1.02R_c^*$ ($R_c^* \sim 29.4$ m), a $L_b \sim 12$ m on the asperity and as we used square cells of size h by h with $h = 3$ m, this led to a ratio h/L_b of 0.25 which usually allows a rather correct nucleation on the asperities. The friction parameters on the anti-asperity were variable, with a_s between 0.005 and 0.007, and $(a - b)_s$ between 0.006 and $5 \cdot 10^{-4}$.

4.4.5 Initial Conditions and Global Steady-State

For initial conditions, we had to prescribe values of v and Θ through all the fault plane. We did our choice in a somewhat arbitrary way by imposing a steady state ($\Theta = 0$) at $v = v_p$ on all the velocity

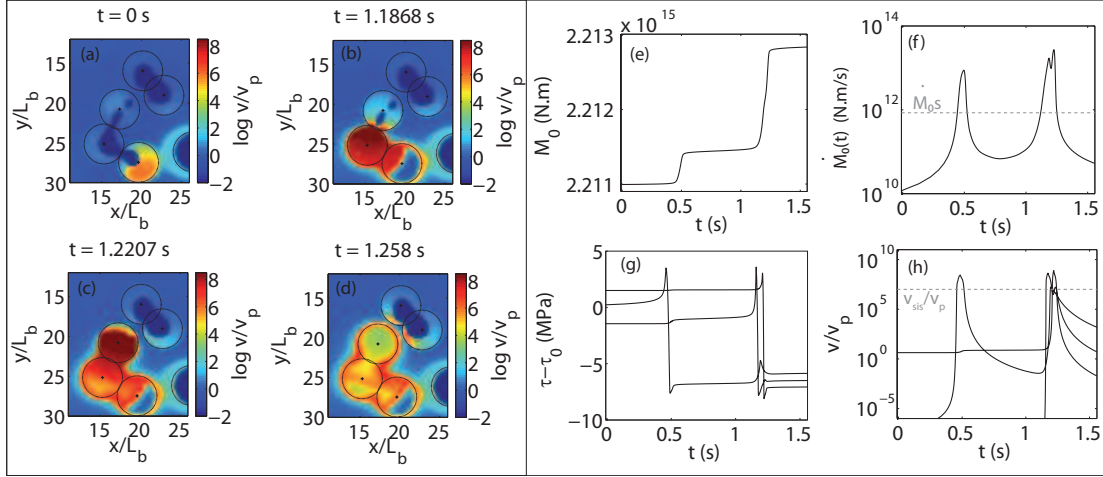


FIGURE 4.4 : The four left panels (a), (b), (c) and (d) represent snapshots of the logarithm of normalized sliding velocity. v is velocity, v_p is the loading rate. x is the direction of loading, y the orthogonal direction. Each panel zooms on the same group of asperities, defined by the black circles. Black crosses represent the centers of the asperities. The sequence of events in this figure involves three asperities among the five asperities represented. The four right panels represent the evolution with time of (e) : cumulative moment released on the fault plane M_0 , (f) : moment release rate \dot{M}_0 , (g) : shear stress $\tau - \tau_0$ at the center of the three asperities rupturing during the sequence of the left panels, and (d) : normalized sliding velocity v/v_p at the center of these asperities. On the moment rate and velocity curves, the gray dashed line represents respectively the threshold of moment rate \dot{M}_{0s} defined by equation (4.12) above which radiation of waves occurs, and the velocity $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. Friction parameters on the asperity are $a_w = 0.001$, $b_w = 0.005$, while the anti-asperity is characterized by $a_s = 0.007$ and $b_s = 0.005$. Other parameters are defined in the text.

strengthening areas of the fault so that the creep initially followed the loading. On the other hand, we imposed that the population of asperities had to be initially uniformly distributed in their own seismic cycle, in order to prevent an eventual synchronization of the sources. For that, we chose an initial $\Theta = 3.2$ and a uniform distribution of velocity between $10^{-26}v_p$ and v_p . These conditions indeed sample quite well the interseismic part of the seismic cycle, but are rather unrealistic, in the sense that the calculation starts with very large velocity and stress gradients at the transition between asperities and creeping segment. Therefore, the system progressively relaxes to its own global cycle which starts when the mean cumulative displacement follows the loading displacement.

4.4.6 Building Synthetic catalog

At the end of one simulation, we obtain the evolution through time of slip velocity, state, and shear stress on each point of the fault plane, as well as cumulative moment released $M_0(t)$ by this structure. The latter quantity is calculated using the following expression :

$$M_0(t) = G \sum_i \frac{h^2}{q} \delta_i(t), \quad (4.11)$$

where G is the shear modulus, h is the width of a computational cell, q its aspect ratio and δ_i is the cumulative displacement on point i . The summation is taken over each cell of the fault in order to have the total moment release. In the next step, we compute the derivative of M_0 with respect to time in order to get the moment release rate \dot{M}_0 of the fault as a function of time. An example of seismic rupture and the corresponding moment and moment rate curves is presented in figure 4.4, showing by the way that

the system is, as required, continuous, in the sense that once the rupture nucleated on one asperity, all the cells of the asperity (or belonging to the same group of asperities) break during the same event, so that each cell is not independent of one another. Then, following [Rubin and Ampuero, 2005] [Hillers et al., 2006] and [Chen and Lapusta, 2009], we consider that an earthquake occurs on the fault each time the sliding velocity and the moment rate reach high enough values, so that elastodynamic effects become dominant. More precisely, we assumed that a seismic event (or seismic rupture) occurred each time \dot{M}_0 reaches the threshold \dot{M}_{0s} drawn in figure 4.4, and given by :

$$\dot{M}_{0s} = G\pi R^2 v_{sis}, \quad (4.12)$$

which would be the moment release rate of one circular asperity of radius R sliding at the threshold velocity v_{sis} . In order to get an estimation of v_{sis} , we follow [Rubin and Ampuero, 2005] by setting v_{sis} equal to $v_{dyn} = a\sigma/\eta$, that is the velocity at which the radiation damping term becomes dominant over the direct effect of rate-and-state friction, so that elastodynamic effects become significant in the system. With our choice of parameters, this approximately leads to $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$. To this point, it is important to notice that a seismic rupture does not necessarily always concern one single asperity : the example of figure 4.4 shows a seismic rupture involving several asperities. In the next parts we will call dynamic sequence such a complex seismic rupture affecting several asperities in the same event. Therefore, one consequence of using a threshold in terms of moment rate is that 10 asperities slipping simultaneously at $v_{sis}/10$ would generate the same moment rate as one asperity slipping at v_{sis} but without radiating any waves. In order to avoid this pitfall, we compare the maximum velocity on the fault to the moment rate to ensure that each event was associated with an episode of high enough slip velocity on the fault. Once we have identified one event, we calculate its seismic moment M_{0e} by computing the cumulative moment during the time of high moment release rate (\dot{M}_0 above \dot{M}_{0s}), and we converted this moment into magnitude M_w using the relation given by [Kanamori, 1977] :

$$\boxed{\log M_{0e} = 1.5M_w + 9.1}, \quad (4.13)$$

where M_{0e} is given in N.m. We end up with synthetic catalogs of seismicity generated by our asperity model containing, for each event, its location in space and time, and its moment magnitude. Working on these catalogs, we estimated the same statistics than in the Parkfield case. Usually, we computed catalogs with more than 1500 events occurring after the stabilization phase of the system described in the previous section.

4.5 Interactions at Different Timescales, Influence of Creep on Clustering

In this section, we created a conceptual heterogeneous fault associating weakening asperities and stable strengthening barriers in order to investigate the relationship between frictional heterogeneity and statistical properties of seismicity. In particular, we focused on how fault creep interacts with asperities and in which conditions of friction this effect modulates the seismic activity.

To begin with, we generated a random distribution of 40 identical asperities. All the asperities share the same characteristics described in the model parameters section : a radius of 30 m and friction parameters $a_w = 0.001$ and $b_w = 0.005$. The distribution obtained is presented in figure 4.5d. By randomly scattering the asperities on the fault, we did not attempt to reproduce the exact picture of seismic asperities represented in figure 4.1 : such a distribution would indeed not make too much sense because of the large uncertainty associated with our estimation of the source sizes. However, we tried to reproduce

some general characteristics of the asperity distribution at Parkfield, such as the ratio between asperity areas radiating waves and creeping areas. Another important characteristic taken into account in our distribution is the existence of a small variability in the asperity sizes that we obtained by overlapping of the elementary asperities.

Since we were primarily concerned by the role of creeping strengthening barriers between asperities on the seismic activity, we conducted several simulations varying the steady-state frictional parameter $(a - b)_s$ of the inter-asperity areas. For that, we used always the same value of $a_s = 0.007$ and we changed the values of b_s parameter between 0.001 and 0.00695. We also conducted similar experiments with a larger value of a_s , but this had a very little influence on the results reported below. At the end of each simulation, we obtained a synthetic catalog of seismicity and from this collection of events, we computed the three different statistical distributions mentioned in the second section : generalized Omori distribution, inter-event time delays distribution and magnitude-frequency distribution. The corresponding results are reported in figure 4.5. In the following developments, we will first discuss the temporal distributions (Omori and inter-event delays), before analyzing the magnitude-frequency distributions.

The generalized Omori distribution and the inter-event time delays shown in figure 4.5 share the same characteristics : a rapid decay at short time, followed by a lower decrease at later times. Moreover, both distributions could be characterized at short timescale by a power law decay as this has already been mentioned in section 2. At later times, the Omori distribution still exhibits a power like decay, but this is less obvious for inter-event delays. This latter distribution is indeed better characterized by a gamma distribution as this has been formalized by [Hainzl et al., 2006]. Following the work of these authors, we will therefore assume a probability density function $p(\tilde{dt})$ for the normalized inter-event times of the form :

$$p(\tilde{dt}) = C \tilde{dt}^{\gamma-1} e^{-\tilde{dt}/\beta}, \quad (4.14)$$

where \tilde{dt} is the normalized time delay between successive earthquakes, and C , γ and $1/\beta$ are the parameters of the gamma distribution. To this point, we note that this portion of the inter-event times distribution presenting a gamma law shape corresponds to time delays larger than 100 s, and therefore this is in the range of what could be properly observed in real data such as in the Parkfield area. For that reason, we will in the next parts draw comparison between $1 - \gamma$ and p^* defined previously, and for a matter of simplicity, we will even assimilate p^* to $1 - \gamma$. This latter assumption is supported by the asymptotic power law shape of the gamma law for small \tilde{dt} .

In order to quantify our results, we computed for each time period the power law exponents of the generalized Omori decay and the power law exponents and gamma parameters ($p^* = 1 - \gamma$ and $1/\beta$) of the inter-event time distributions. We represented the evolution of these parameters as a function of the inter-asperity steady-state friction $(a - b)_s$ in figure 4.6. Doing this, we separated parameters corresponding to short time behavior (in gray) to the one characterizing large time delays (in black), that is larger than 100 s.

The first issue emerging from these results concerns the dependence of all the parameters on $(a - b)_s$, especially in the case of long delays (black symbols in figure 4.6). This property is a strong indicator that inter-asperity creeping segments control the interaction processes between seismic asperities, and in order to interpret those results one has to consider the critical role of aseismic creep. This creep control is particularly pronounced for inter-event time delays, and one possible way to interpret the decay of p^* when $(a - b)_s$ increases is to consider that a larger friction on the creeping segments separating asperities reduces the amount of long term interactions, and in turn results in a larger degree of poissonian and uncorrelated seismicity. Furthermore, the increase of $1/\beta$ parameter with $(a - b)_s$ would imply, according to [Hainzl et al., 2006], an increase in the background activity relative to mainshock-aftershocks

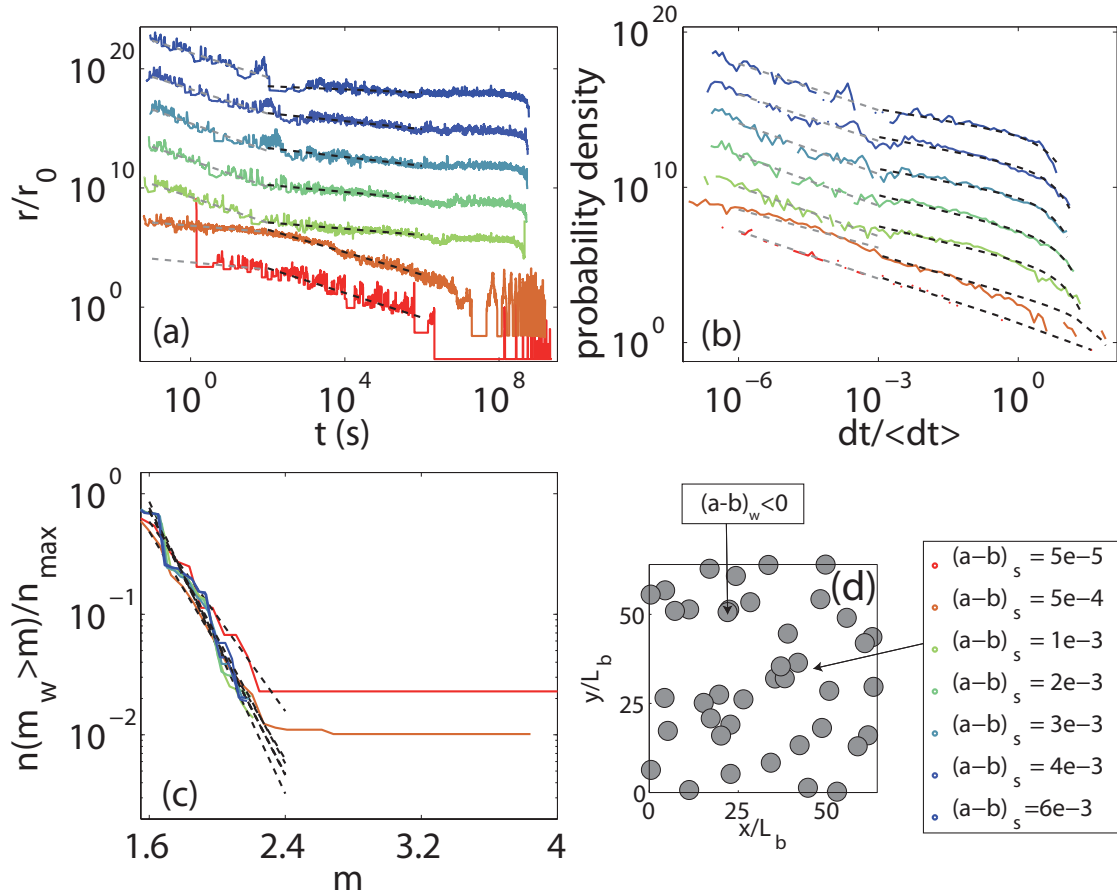


FIGURE 4.5 : (a) : Normalized generalized Omori law for the simulations with a random distribution of 40 asperities. r is the seismicity rate represented as a function of time since the mainshock t , and r_0 is the background seismicity rate. Each color corresponds to a different $(a - b)_s$ friction parameter. For a better visibility each curve is offset vertically by a constant amount of 10^3 . Parameters characterizing the asperities are defined in the text. The gray and black dashed lines are the linear fits for each simulation, before 100s and between 100 s and 10^6 s respectively. (b) : Normalized inter-event time distributions. $\langle dt \rangle$ is the mean inter-event time, and dt is the inter-event time. Curves are offset vertically by 10^2 units each time. Colors represent the same parameters as in the figure (a). Black dashed lines are the gamma functions fitted to the numerical results, and gray dashed lines the linear fits for $dt/\langle dt \rangle$ lower than 10^{-3} . (c) : Normalized magnitude-frequency distributions. m and m_w are the moment magnitude. n is the number of earthquakes, n_{max} is the maximum number of earthquakes. Parameters are the same as in (a) and (b). The black dashed lines are the linear fits of the distributions between $m_w = 1.6$ to $m_w = 2.4$. (d) : Distribution of weakening asperities ($(a - b)_w < 0$, in gray) on the fault plane.

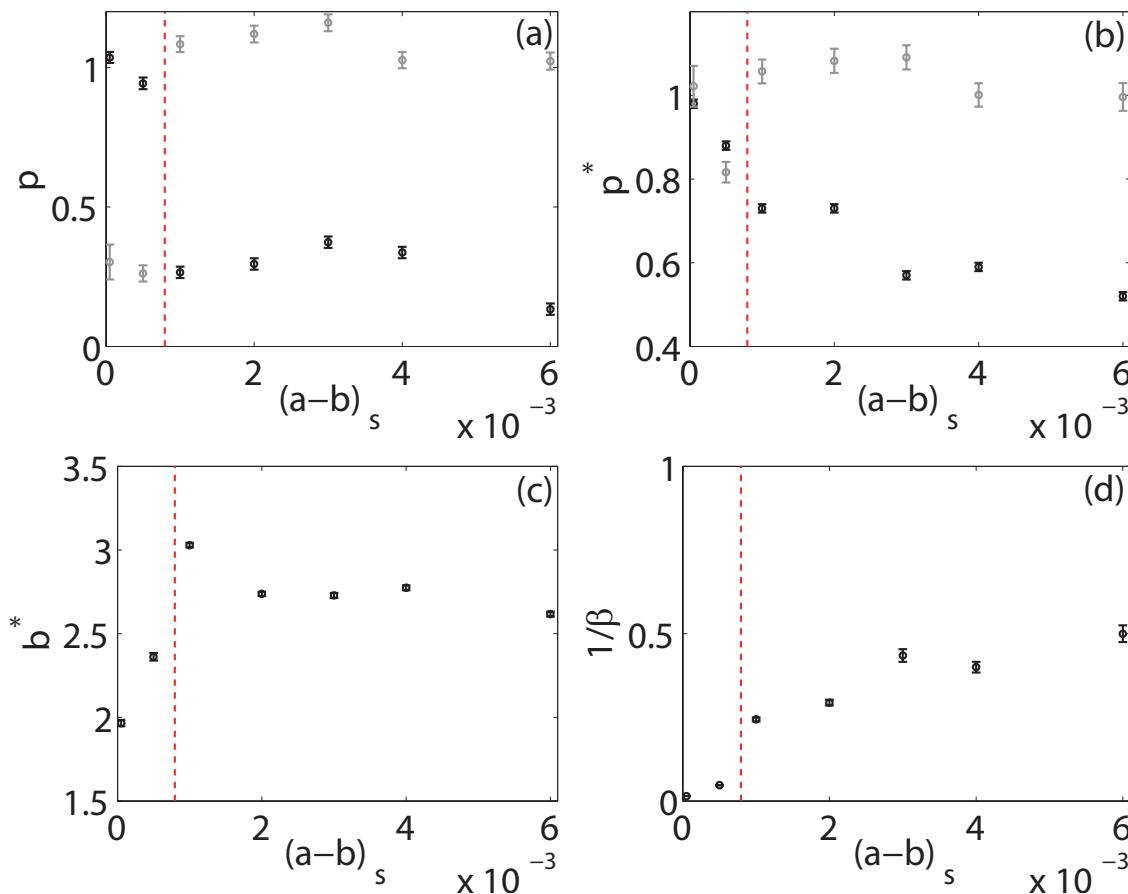


FIGURE 4.6 : Parameters characterizing the distributions of figure 4.5 (gray and black dashed curves) vs. anti-asperity friction parameter $(a - b)_s$. (a) : Exponent of Omori decay p , (b) : Exponent of the gamma distribution of inter-event delays $p^* = 1 - \gamma$. (c) : Slope of the magnitude frequency distribution b^* , (d) : $1/\beta$ parameter of the gamma distribution of inter-event delays. Gray and black symbols refer respectively to gray and black dashed lines in figure 4.5. The error bars were obtained by doing the inversion several times with re-sampling of the data. The red dashed lines indicate the critical friction parameter $(a - b)_s$ corresponding to the density of asperity $\rho_a = 0.17$ characterizing the random distribution of 40 asperities.

sequences. In other words, asperities are more isolated and less sensitive to stress perturbations associated with neighboring failures, in the case of large friction parameter $(a - b)_s$. The same conclusion could be deduced from the Omori distribution : the reduction of long term slope with friction parameter $(a - b)_s$ indicates a decrease in the interaction processes driven by fault creep.

Nevertheless, the creep control of interaction processes is less obvious in the case of short term behavior (gray symbols in figure 4.6), characterized by power law exponents of the order of one for both Omori decay and inter-event time delays. This leads to the conclusion that at short time, less than a hundred of seconds, the asperities interact and stress each other through static processes. In other words, the failure of a source creates stress perturbations on all the neighboring asperities that will in turn accelerate in a similar way than the spring and sliders used by [Dieterich, 1994]. The resulting increase in seismicity is therefore due to the rupture of near to failure asperities on the fault plane, that is asperities loaded enough to break in less than 100 seconds. According to [Dieterich, 1994], we expect that the slope at short time for both Omori distribution and inter-event distribution is controlled by frictional properties of the asperities.

At this point of our analysis, the most significant feature of all the statistical results presented above, is probably the abrupt transition in the shape of the distributions that occurs when the friction is lowered

from $(a - b)_s = 10^{-3}$ to $(a - b)_s = 5.10^{-4}$. In both Omori and inter-event distributions, the slope characterizing long term interaction (at times larger than 100 s from the mainshock, or for $\tilde{dt} > 10^{-3}$) is suddenly increased to values around 1, indicating that strong triggering starts. Furthermore, in the time period between 10^6 s and 10^8 s after each event, the seismicity rates shown in figure 4.5a for $(a - b)_s = 5.10^{-4}$ and $(a - b)_s = 5.10^{-5}$ fall at a level smaller than the background level. This corresponds to a period of quiescence preceding the return to the background rate, and this feature is a second characteristics of the transition mentioned. This transition is also very sharp in the magnitude frequency distribution : for large levels of $(a - b)_s$, the magnitudes of the events generated are confined between 1.6 and 2.1, which corresponds to the range of asperity sizes introduced a priori on the fault. As this is shown in figure 4.5, the largest asperity created by overlapping is about five times larger than a single asperity, and assuming a stress drop of about 6 MPa (figure 4.4) in equation (4.1) leads to a magnitude of 1.64 for the rupture of a single asperity, and to a magnitude of 2.1 for the simultaneous rupture of 5 asperities. For lower friction, some events have magnitudes up to 4, and after making use of equation (4.1), such a magnitude could only be generated by the seismic rupture of the entire fault, implying a destabilization of the strengthening barriers that accelerate towards seismic velocities.

In order to elucidate the frictional behavior of the fault at this transition, we present in figures 4.7a a map of the fault highlighting regions that experienced slip velocities larger than $v_{sis} = 10^{-2}$ m.s⁻¹, for two different frictional strength of the anti-asperity, above the transition (4.7a₁) and below the transition (4.7a₂). In the second case, the entire fault plane has slept one time at high speed, and during this large event, all the asperities were synchronized by this accelerated slip. On the other hand, the absence of color between the asperities in the first case shows that for large frictional strength $(a - b)_s$, only weakening asperities experience seismic sliding velocities while barriers remain stable or undergo a very limited acceleration. Furthermore, figures 4.7b show that in the regime where the asperities remain isolated without any unstable seismic slip on the creeping barriers, seismic activity is rather independent and uncorrelated, as this was already outlined in the inter-event time and Omori distributions. On the other hand, the unstable regime is characterized by a strong clustering of activity concentrated in time and followed by long periods of quiescence, resulting in a swarm like activity that breaks the entire fault in a regular manner. This feature corresponds to the small seismicity rate following the period of intense clustering already mentioned in this analysis of figure 4.5a.

With these first simulations, we evidenced a creep control of the long term interactions between asperities, and we showed that this creep control is characterized by two different regimes of interaction depending on the frictional strength of the barriers between asperities : either isolated asperities that weakly interact to generate an uncorrelated seismic activity, or strong interactions that involve the destabilization of the creeping barriers. In the next section, we provide more details about the processes of creep mediated interaction and we provide a mechanical interpretation of the transition between the different regimes of activity.

4.6 Critical Density of Asperities

In order to better constrain the processes characterizing the transition between the two regimes of activity evidenced in the previous section, we present in figure 4.8 profiles of velocity and shear stress that characterize the postseismic relaxation following the rupture of an asperity. We represented once again two cases with different frictional strength $(a - b)_s$, either above (profiles 4.8a₁ and 4.8b₁) or below the transition (profiles 4.8a₂ and 4.8b₂). In the two cases, the rupture of the asperity generates a post seismic transient in the velocity strengthening barriers with a region of accelerated sliding and increased shear stress that propagates away from the asperity. This feature has already been shown by [Perfettini and Ampuero, 2008] in the case of a stress perturbation affecting a uniform velocity strengthening fault. The important issue concerning our study of the different regimes of seismic activity is that the postseismic transient is stronger if the friction parameter $(a - b)_s$ is reduced, as this is expected from the analysis of

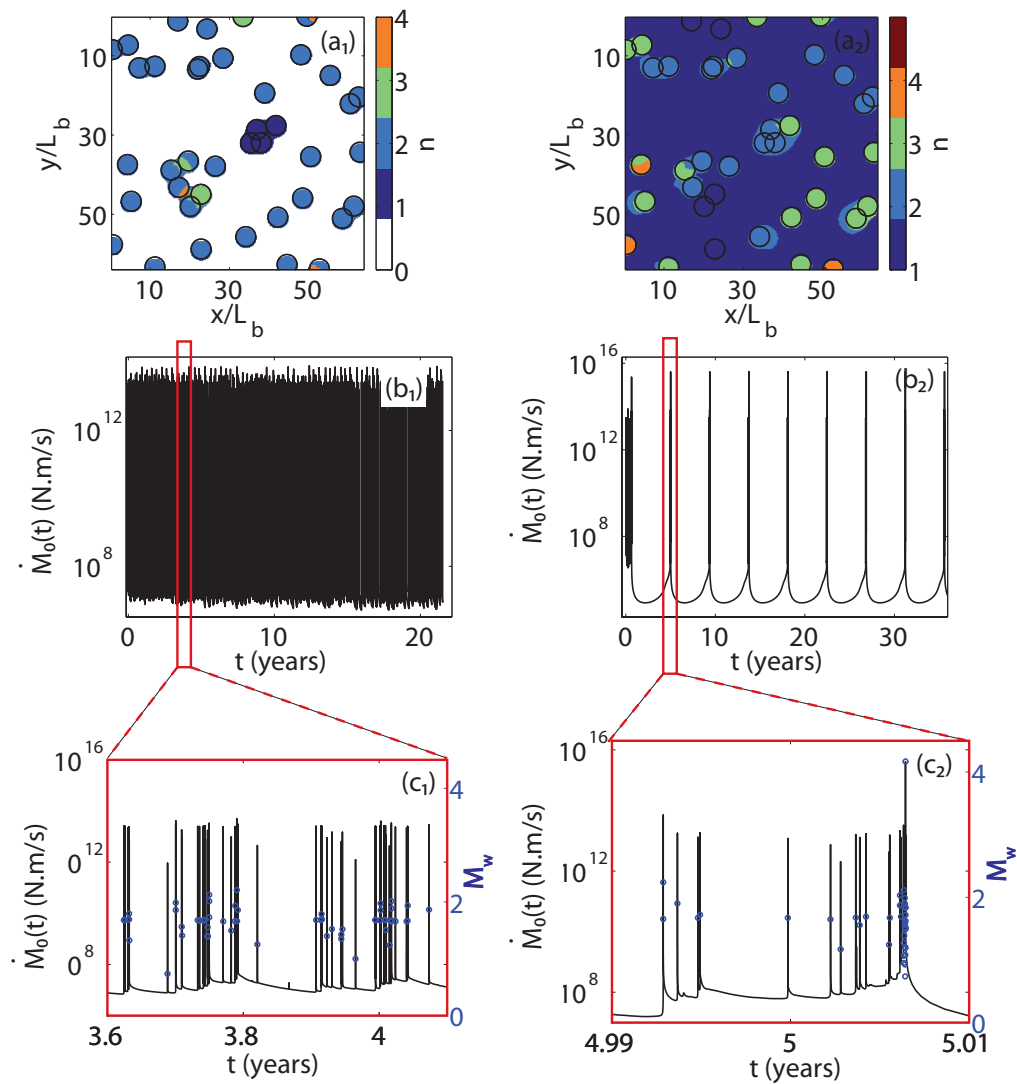


FIGURE 4.7 : (a) : Comparison between frictional asperities (black circles) and seismic asperities (colored areas), for the time period indicated in figures (b) and (c), on the fault plane (x,y). The color scale refers to the number n of seismic ruptures occurring during this period of time. (b) : moment release rate \dot{M}_0 as a function of time generated by the fault plane. (c) : Detail of moment rate evolution (black solid curve), along with magnitude M_w of each event identified (blue points). Seismic asperities of figures (a) are estimated for the time period represented in figures (c). (a₁), (b₁) and (c₁) correspond to a simulation with $(a - b)_s = 0.002$, whereas (a₂), (b₂) and (c₂) represent a simulation conducted with $(a - b)_s = 0.00005$.

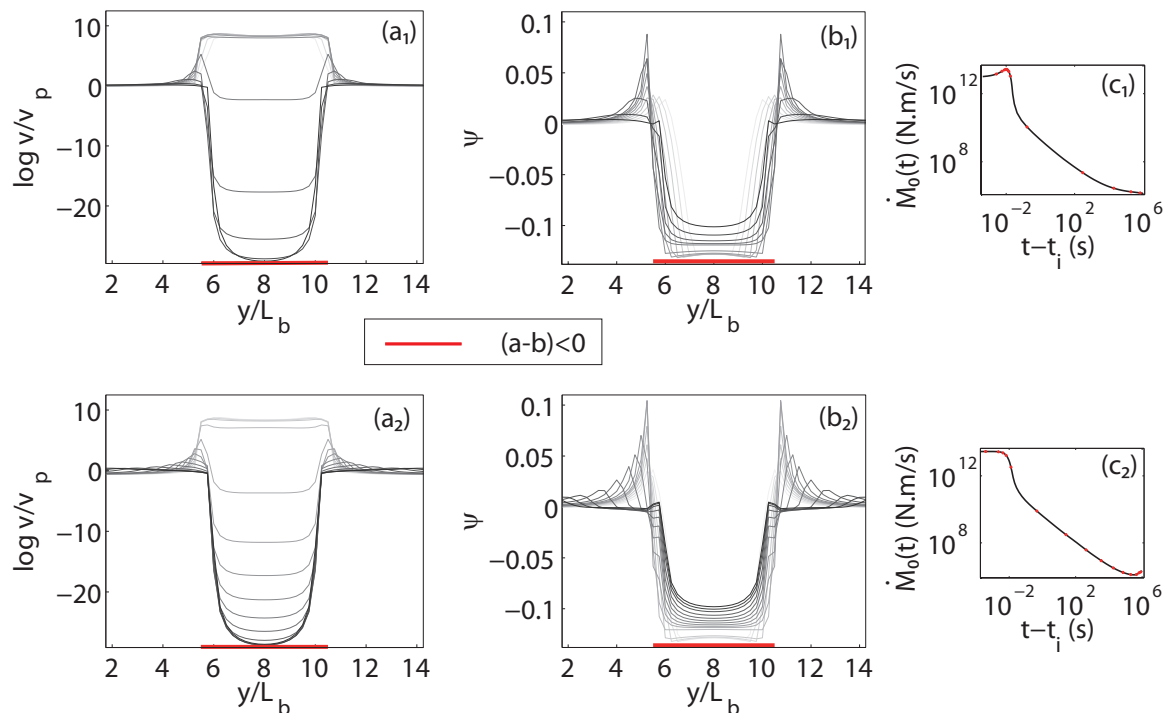


FIGURE 4.8 : Typical postseismic slip on an asperity. The four profiles represent normalized slip rate v/v_p (a) and normalized stress $\psi = (\tau - \tau_0)/\tau_0$ ($\tau_0 = \mu_0\sigma$) profiles (b), plotted at instants indicated in the right panels (c) by red crosses. Panels (a₁), (b₁) and (c₁) correspond to an anti-asperity friction parameter of $(a - b)_s = 0.002$, whereas panels (a₂), (b₂) and (c₂) represent the profiles for $(a - b)_s = 0.0005$. The darkest profiles are the latest in the post seismic relaxation. The insets (c) on the right also indicate the evolution of slip rate at the center of the asperity (black line) as a function of time since the event has nucleated ($t - t_i$). On the profiles, the red line indicates the position of the asperity.

the one dimensional spring and slider system : in response to a stress step $\Delta\tau$, a velocity strengthening spring and slider characterized by a small enough stiffness accelerates towards a maximum velocity before relaxing back to the steady state corresponding to background loading. The maximum velocity is in this case proportional to $\exp[\Delta\tau/(a - b)_s\sigma]$, and therefore, for some level of forcing $\Delta\tau$ the transient response will be stronger for smaller $(a - b)_s$. Based on these considerations, we propose that in our simulations, the transition between stable and unstable regimes occurs if the strengthening segments accelerate enough in response to the stress perturbations induced by the rupture of the asperities. This model is indeed well supported by the results reported in figure 4.7c : the unstable case (low $(a - b)_s$) shows that the $M_w 4$ event occurs at the end of a sequence of smaller earthquakes rupturing isolated asperities, or isolated groups of asperities. During this sequence, the mean level of global moment release rate increases progressively at each seismic event, and we interpret this increase as the progressive acceleration of the creeping areas of the fault in response to the successive stress perturbations imposed by the rupture of isolated asperities. The progressive global acceleration on the strengthening barriers for low $(a - b)_s$ values is illustrated in figure 4.9b along with the global increase in average stress : each seismic rupture is associated with a stress step that in turn promotes a slip velocity increase. On the other hand, for high values of $(a - b)_s$ (figures 4.9a), the mean value of the sliding velocity on the barriers remains stable, essentially because the stress perturbations caused by the seismic events induce a more limited creep acceleration. In other words, if the friction $(a - b)_s$ is sufficiently low, the creeping barriers between asperities are more sensitive to stress perturbations and become unstable.

In their study of the effect of geological heterogeneity on the characteristic of deformation, [Skarbak et al., 2012] showed that a transition between aseismic sliding and seismic rupture occurs on a 2D rate-and-state fault containing both velocity strengthening and velocity weakening material, when the pro-

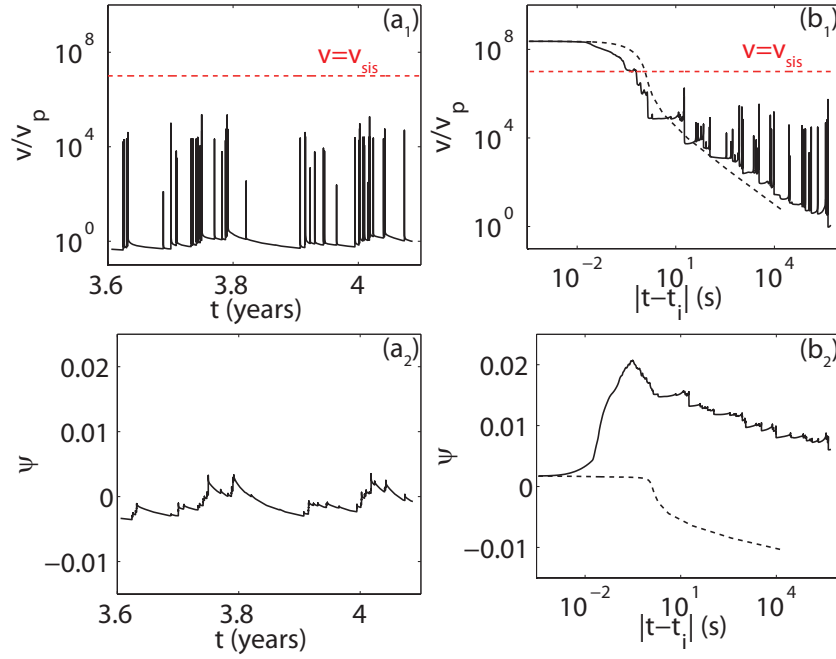


FIGURE 4.9 : (a₁) : Mean normalized sliding velocity v/v_p of the anti-asperity (black curve) for the simulation presented in figures 4.7a₁, 4.7b₁ and 4.7c₁. Red dashed line indicates the seismic threshold v_{sis} . (a₂) Mean normalized shear stress $\psi = (\tau - \tau_0)/\tau_0$ ($\tau_0 = \mu_0\sigma$) of the anti-asperity region. (b₁) and (b₂) : same diagrams as (a₁) and (a₂), but for the unstable case presented in figures 4.7a₂, 4.7b₂ and 4.7c₂, and in a logarithmic timescale. t_i corresponds to the occurrence time of the M_w4 event in figure 4.7c₂. Black solid curves indicate the pre- M_w4 period, whereas black dashed curves stand for the post- M_w4 period.

portion of velocity weakening material is increased above some threshold. Such a transition is in some way comparable to the transition we evidenced, and based on the results of [Skarbek et al., 2012], we propose that the relative proportion of velocity weakening to velocity strengthening material on our fault is a critical parameter controlling the transition between the two regimes of activity. In the following, we will call this parameter density of asperities ρ_a and we define it as the ratio between velocity weakening area S_a (that is the total area covered by asperities) and the total area of the fault plane S so that :

$$\rho_a = \frac{S_a}{S}. \quad (4.15)$$

Here, we investigate how the transition between the two regimes identified in our simulations is controlled by ρ_a . For that, we conducted some simulations with multiple asperities varying ρ_a by changing the number of asperities distributed on the fault. The additional asperities had the same characteristics as in the previous section. For each value of ρ_a , we computed the critical value of $(a - b)_s$ below which the system produces episodic large events where creep portions are destabilized. For that, we used a constant $a_s = 0.007$ and a variable b_s , but also a constant $b_s = 0.001$ and a variable a_s . The results of this study are reported in figure 4.10. It appears very clearly that the critical frictional parameter $(a - b)_s$ strongly depends on ρ_a in a very similar way to what is described by [Skarbek et al., 2012], in the sense that the transition could be described as follows : for some level of $(a - b)_s$ parameter, there is a critical value of ρ_a above which the entire fault slips seismically.

Based on these considerations, we develop in appendix C of this manuscript some arguments formalized by [Zheng and Rice, 1998] and [Kaneko et al., 2010] to obtain the relationship between critical $(a - b)_s$ and ρ_a , or in an equivalent way, the dependence of the critical density of asperity ρ_a on the frictional strength of the barriers between asperities $(a - b)_s$. We end up with the following expression, giving

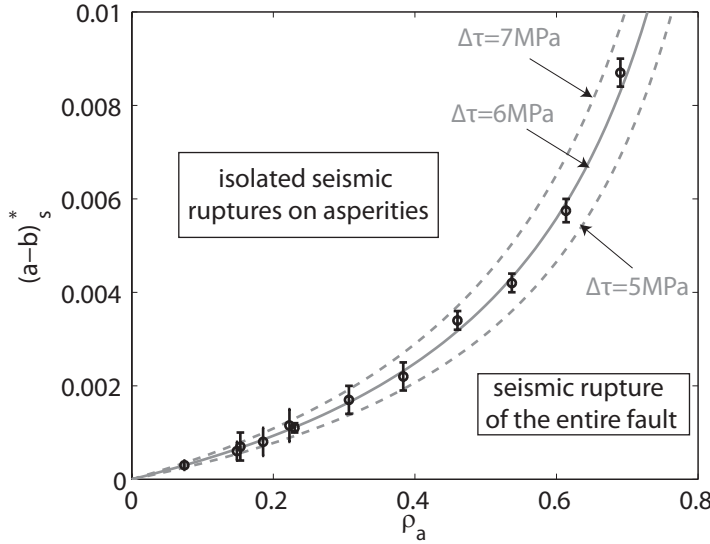


FIGURE 4.10 : Critical friction parameter $(a - b)_s^*$ of the anti-asperity allowing for the occurrence of events rupturing the entire fault surface at seismic velocities, as a function of asperity density ρ_a defined by expression (4.15). Black dots are the numerical results, and the gray curves indicate the limit predicted by equation (4.16) for different values of coseismic stress drop $\Delta\tau_a$ on the asperities. Error bars correspond to the resolution of our sampling of the $(\rho_a, (a - b)_s)$ space. Friction properties characterizing the asperities are the same as in previous sections.

for some density of asperities ρ_a the critical friction parameter $(a - b)_s^*$ leading to unstable slip on the creeping barriers, and therefore to connection of the different seismic asperities in a single large event :

$$(a - b)_s^* = \frac{\Delta\tau_a}{\sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \frac{\rho_a}{1 - \rho_a}. \quad (4.16)$$

where $\Delta\tau_a$ is the mean stress drop on one asperity, σ is the normal stress, v_p the loading rate and $v_{sis} = 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}$ the value of the threshold sliding velocity defined in the Building Synthetic Catalog section. Inverting equation (4.16), we obtain the critical density of asperities ρ_a^* for the global destabilization of the system, as a function of friction parameter $(a - b)_s$:

$$\rho_a^* = \left[1 + \frac{\Delta\tau_a}{(a - b)_s \sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \right]^{-1}. \quad (4.17)$$

Equation (4.16) predicts a dependence of $(a - b)_s^*$ on ρ_a that is in good agreement with the numerical results as indicated in figure 4.10. Furthermore, for the density of asperities characterizing the distribution of figure 4.5 ($\rho_a = 0.17$), equation (4.16) predicts quite well the transition between the two types of statistical distributions as shown by the red dashed lines in figure 4.6.

4.7 Discussion

4.7.1 Density of Asperities

The rate-an-state asperity model developed in this study allows the mechanical analysis of realistic systems of microseismic sources such as what is inferred in the Parkfield segment of the San Andreas fault.

In particular, it has been shown that this numerical approach provides important insights into the relationship between frictional heterogeneity and statistical properties of seismicity. One of the most important goals of our modeling attempt was to study the effect of aseismic sliding on seismic activity. The creep control of seismic activity had already been proposed by [Perfettini and Avouac, 2004] in their analysis of postseismic deformation and aftershock sequence of M_w 7.6 1999 Chi-Chi earthquake, [Perfettini et al., 2005] for the postseismic phase of M_w 8.4, 2001, Peru earthquake, as well as [Perfettini et al., 2007] for the postseismic deformation of M_w 7.3, 1992, Landers earthquake. However, these authors did not propose a specific mechanical model of the stressing conditions, as the triggered seismic activity could be located in a sheared volume or broad fault zone, and not necessarily concentrated on a single fault plane. The earlier work by [Schaff et al., 1998] on repeaters within the aftershock sequence of the Loma Prieta earthquake and the more recent study of [Peng and Zhao, 2009] of the migration of early aftershocks of the 2006 Parkfield event are much closer to the mechanics developed in our model. Possibly, one of the most relevant example of creep control of a population of asperities is provided by [Bourouis and Bernard, 2007], as they could properly characterize the overlapping of repeaters (through corner frequency), and moreover have an exceptional, direct in situ access to the total slip on the target fault (through logging before and after the creep event, which was triggered by fluid injection in a 3 km deep borehole). Their conclusion that the Omori law of their triggered seismicity was due to the creep response of the velocity strengthening fault plane, and not to the velocity weakening response of the asperities, is well supported by our simulations in the sense that we obtained a seismic activity strongly modulated by creep.

In our analysis of the influence of creeping barriers on seismicity, we outlined the existence of two regimes of activity depending on the friction strength of the velocity strengthening segments of the fault. In the first one, seismic activity is made of the isolated rupture of asperities (or clusters of asperities) that behave in a quasi-independent manner. In this case, the creeping segments act as strong barriers between asperities and never fail seismically. On the other hand, in the second regime, the rupture of asperities promote a global accelerating transient on the creeping barriers, and if the acceleration is strong enough, all the asperities are in turn forced to slip together in a major event affecting the entire fault. Moreover, we showed that the transition towards the unstable regime occurs once the density of asperity exceeds some threshold that depends on the frictional strength of the barriers $(a - b)_s$. A similar transition has already been identified by [Skarbek et al., 2012] who showed that an heterogeneous fault made of a mixture of velocity weakening material and velocity strengthening material produces successively stable sliding, slow slip events and earthquakes as the proportion of velocity weakening material increases. The main difference between the model of [Skarbek et al., 2012] and the model developed here is that we considered a particular type of velocity weakening material, that is super critical asperities that always produce seismic events and consequently the limit we identified is between two types of seismic events. As a consequence, one could interpret our transition as the transition that would occur in the fault of [Skarbek et al., 2012] with a higher level of organization. Furthermore, it would be possible to study the transition analyzed in [Skarbek et al., 2012] using sub critical asperities, leading to the possibility of generating slow slip events. In addition to these aspects, [Skarbek et al., 2012] demonstrated that their transition strongly depends on velocity weakening parameters as well. Such a dependence should also emerge in our model, in the sense that larger $(a - b)_w$ would give rise according to [Tse and Rice, 1986] to a larger mean stress drop $\Delta\tau_a$ on the asperities, which would decrease the minimum density of asperities necessary to destabilize the entire fault. As a comparison, [Skarbek et al., 2012] showed that the minimum proportion of velocity weakening material allowing unstable events decreases when the ratio a_w/b_w decreases, which corresponds, in the case of a fixed b_w parameter the same tendency as the one we observe.

The transition between the two different regimes of seismic activity identified in this study is in some way related to the capacity of breaking seismically the barrier between two asperities. This is similar to the conclusion of [Kaneko et al., 2010] that such inter-asperity triggering is enhanced for either small barriers, or low $(a - b)_s$ parameter. The relation between the theory of [Kaneko et al., 2010] and the

theory presented here could be formulated as follows : for a set of circular asperities of radius R , regularly distributed on a cartesian grid, and separated by strengthening barriers of width d , ρ_a is given locally by :

$$\rho_a = \frac{\pi R^2}{(2R + d)^2}, \quad (4.18)$$

and after re-injecting equation (4.18) in expression (4.16), we obtain the critical $(a - b)_s$ of barriers as a function of typical inter-asperity spacing :

$$(a - b)_s^* = \frac{\Delta\tau_a}{\sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \frac{\pi R^2}{[(d + 2R)^2 - \pi R^2]} \quad (4.19)$$

In the asymptotic case of a small density of asperity ($d \gg R$), this expression reduces to :

$$(a - b)_s^* = \frac{\pi R^2 \Delta\tau_a}{d^2 \sigma \ln(v_{sis}/v_p)}. \quad (4.20)$$

Similarly, on a $2D$ fault where $\rho_a = 2R/(2R + d)$, we obtain :

$$(a - b)_s^* = \frac{2R \Delta\tau_a}{d \sigma \ln(v_{sis}/v_p)}, \quad (4.21)$$

and the condition for a regime of independent seismicity $(a - b)_s > (a - b)_s^*$ is equivalent to the condition $B > 2$, where B is the non dimensional parameter introduced by [Kaneko et al., 2010], indicating a probability of crossing the barrier between two asperities equal to zero. Therefore, in our study we extended the results formalized by [Kaneko et al., 2010] showing that the same processes govern both the ability of a dynamic rupture to propagate through a stable barrier, and the existence of a regime of strongly correlated activity among a population of asperities. The main difference arises from the fact that in the multiple asperity case, some important transients arise without the need to introduce small inter asperity distances, if the density of asperities is large enough. In other words, even if one single rupture of asperity will not produce a strong enough perturbation to rupture dynamically the large barriers separating it from its neighbors, the accumulation of a large number of small earthquakes will generate a strong enough perturbation that at the end destabilizes the strengthening barriers between asperities. In this case, the collective effect of all the asperities breaks the barriers, even if a single rupture does not. That is for instance the case for the unstable simulation presented in figures 4.7a₂, 4.7b₂, 4.7c₂, 4.9b, 4.8a₂ and 4.8b₂, where the main $M_w 4$ event is preceded by small earthquakes occurring on isolated asperities. Note that in appendix C, we suggest that for smaller values of $(a - b)_s$ a single rupture could break seismically the strengthening barriers. This latter case would correspond to the situation $B = 1$ in the framework developed by [Kaneko et al., 2010].

As outlined by the comparison between our results and the work of [Kaneko et al., 2010], our critical density of asperity theory could be used to characterize the stability of velocity strengthening segments between asperities at the larger scale of mega thrust earthquakes in subduction zones. In particular, the great Tohoku-oki earthquake of march 2011 that ruptured a wide portion of the plate interface [Ammon et al., 2011], involved seismic destabilization of creeping segments, and from our model, this observation could be interpreted by a supercritical frictional regime on the plate interface. This assumption is well supported by the simulations of [Kato and Yoshida, 2011] who reproduced the seismic sequence of Tohoku, including small events as well as a large seismic event rupturing seismically 175 km of the up dip plate interface, using a subduction model governed by rate-and-state heterogeneous frictional properties, with two large velocity weakening asperities separated by a small velocity strengthening

segment, so that the density of asperity characterizing their plate interface is highly supercritical. The author indeed obtained a mean coseismic slip of 45 m on the main large up dip weakening asperity of their model (see figure 4 of [Kato and Yoshida, 2011]), which corresponds to a stress drop (estimated for a crack of similar dimension) of the order of 60 MPa. According to equation (4.16) with a mean normal stress of 100 MPa, $\ln(v_{sis}/v_p) \sim 20$, and a density of asperity $\rho_a = 0.4$ on the 175 km long segment of the plate interface that ruptured seismically, this leads to a critical value of $(a - b)_s$ of the order of 0.02, which is much larger than $(a - b)_s \sim 4.10^{-3}$ that characterizes the barrier between the two asperities (see figure 2 of [Kato and Yoshida, 2011]).

4.7.2 Gutenberg-Richter Distribution

The computation of the magnitude-frequency distributions of our simulated seismicity allowed to identify two distinct mechanisms able to produce some variability in the ratio between the number of small and large earthquakes. The first one is the a priori distribution of source sizes : we recall from the previous sections that the overlapping of some elementary asperities created some variability in the dimensions of the frictional asperities. The second mechanism that creates variability in the magnitudes is the occurrence of unstable accelerated creep that dynamically breaks the barriers between frictional asperities, and allows the fault to rupture in events that are not limited to velocity weakening asperities. Moreover, it has been shown in the previous section that these large events destabilizing the barriers occur once the frictional parameter $(a - b)_s$ of the creeping barriers becomes lower than the critical level associated with the a priori density of frictional asperities. Therefore we were able to generate reasonable Gutenberg-Richter statistics by generating dynamic cascades rather than by starting from an a priori distribution of source sizes. This is reminiscent of the Gutenberg-Richter law produced by the Burridge and Knopoff spring and slider block model, [Burridge and Knopoff, 1967].

4.7.3 Parkfield

In the previous sections, we showed that the two different regimes were characterized by two different kinds of Omori reactivity, two different kinds of inter-event time distributions and two different kinds of magnitude frequency distribution. Therefore we conclude that the statistical properties of seismicity directly represent the behavior of the creeping segments of fault embedding asperities. More precisely, it is possible to interpret these kinds of statistical distributions in terms of density of asperities. In particular, according to the results of figure 4.6, the amount of interaction at long time inferred from the slope of the inter-event time distribution (parameter $p^* = 1 - \gamma$ of the gamma distribution) could be an indicator of whether the fault is characterized by a sub critical ($p^* \sim 0.5$) or super critical ($p^* \sim 1$) density of asperities. The same conclusion could be obtained from the analysis of the p parameter of the generalized Omori distribution.

Based on these considerations, we attempt in the following to characterize the activity in Parkfield in terms of density of asperities. In drawing the comparison between our numerical results and the observations in Parkfield, we will exclude the numerical results obtained for time delays smaller than 100 s because, as we mentioned in the second part of this study, we can not guarantee that the catalog of Parkfield events is complete for time delays smaller than 100 s. Therefore, we will only use the black parameters of the figure 4.6 characterizing the long term interactions. Drawing the comparison between the observations of Parkfield seismicity reported in figure 4.2, showing values of p and p^* of the order of 0.5 to 0.8 in average, and the numerical results presented in figure 4.6a and 4.6b, we would favor a sub-critical distribution of sources, that is a small proportion of velocity weakening material on the Parkfield segment of San Andreas Fault, or a super-critical value of $(a - b)_s$ on the barriers between asperities.

However it seems hard to propose any friction parameter value for the creeping segments of San Andreas

Fault based on these results alone, first because this would require to have a precise idea of the density of asperities. In order to partly address this question, we estimated for different regions of the fault an approximate local density of asperity using the location of [Lengliné et al., 2009] and a rough estimate of the size of the asperities using equation (4.1). We end up with densities ranging from 0.05 to 0.4, which would result according to equation (4.16) in a critical friction parameter $(a - b)_s^*$ ranging from 10^{-4} to $1.2 \cdot 10^{-3}$ if the assumption of $\Delta\tau_a = 3$ MPa is realistic for the asperities of Parkfield. Therefore, at some places along the fault with high density of asperities (around 0.4), the minimum value of $(a - b)_s$ seems to be as large as $1.2 \cdot 10^{-3}$ or larger, if we assume that the regime of seismic activity is globally sub-critical. Furthermore, larger values of the stress drop as inferred by [Nadeau and Johnson, 1998] would imply even larger values of $(a - b)_s$, even if at the same time the radius of sources estimated from the seismic moment would be reduced. More precisely, using equation (4.1) to express the source radius in terms of stress drop $\Delta\tau_a$ and seismic moment M_{0e} , and reinjecting that result into (4.19) leads to :

$$(a - b)_s^* = \frac{\pi \Delta\tau_a^{1/3}}{\sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \left[\left(2\Delta\tau_a^{-1/3} + \frac{d16^{1/3}}{7^{1/3}M_{0e}^{1/3}} \right)^2 - \pi\Delta\tau_a^{-2/3} \right]^{-1}, \quad (4.22)$$

which is an increasing function of $\Delta\tau_a$ for any value of d and M_{0e} . In particular, in the limit $d \gg R$, equation (4.22) reduces to $(a - b)_s \sim \Delta\tau_a^{1/3}$.

On the other hand, it seems hard to interpret the slope of the magnitude frequency distribution observed in Parkfield with either one or the other regime of activity. Assuming an independent regime suggested by the temporal statistical properties would imply that the distribution is mainly due to the distribution of asperity sizes and not that much a consequence of dynamic cascades involving several asperities. As an alternative way to explain the existence of small values of b^* with large values of $(a - b)_s$ would be to take into account the possibility of triggering by seismic waves. This latter form of triggering would, by the way, certainly lower p^* because small aftershocks would be part of the main rupture resulting in a smaller amount of interaction.

Finally, we end up with a $(a - b)_s$ that at least locally exceeds 0.001. Even if we are not able to provide any better approximation of $(a - b)_s$, these values are clearly larger than what is proposed by [Johnson et al., 2006] in their estimation of friction parameters governing the afterslip of 2004 Parkfield's earthquake ($(a - b)_s$ between 10^{-4} and 10^{-3}). Since our estimation is based on the analysis of the seismicity occurring before the $M_w 6$ earthquake, we propose as an explanation for this discrepancy that the friction characterizing the creeping segments might have been affected by the stress perturbations induced by the seismic waves of the mainshock, in the sense of a weakening of the contacts. Another possibility would be an elevation of pore fluid pressure that leads to a change in the estimation of $(a - b)_s$ from $(a - b)_s \sigma$. However we proposed a minimum value for $(a - b)_s$ that is in agreement with the range proposed by [Peng and Zhao, 2009] in their study of the migration of early aftershocks of Parkfield 2004 event. Based on the numerical work of [Kato, 2007], the authors indeed estimated that $(a - b)_s$ should be of the order of 0.001 to 0.004.

4.7.4 Seismic Quiescence

Another important feature that allows to separate both regimes of seismic activity in the generalized Omori distributions is the occurrence of a seismic quiescence just before the return to background rate in the unstable regimes shown in figure 4.5a. Such periods of low seismic activity have been documented by [Ziv et al., 2003] at the end of aftershock sequences along the Sargent, Calaveras and San Andreas Fault in California. However, the quiescence observed in our synthetic statistical distributions is related to the long periods without any seismic event separating the seismic swarms in the unstable regime, as shown in figure 4.7b, and we believe that these quiescent periods are mainly an artifact of the periodic geometry

we adopted. The repetition of an identical finite fault plane indeed prevents a seismic rupture to stop once it has reached the boundaries of the fault. Consequently, the seismic sequence detailed in figure 4.7c2 is similar to a swarm that develops itself until the occurrence of a large unbounded event that artificially stops the swarm, the system loses its mechanical memory, and from this point the simulation does not make any physical sense. On natural faults, all the events of a swarm would have a finite extent, and the swarm would die in a different way. This artificial feature might not be consistent with real observations.

4.7.5 Modeling Microseismic Processes

One way to improve the characterization of the microseismic source friction properties in multiplet prone areas would be the systematic calculation of source parameters, such as corner frequency in order to obtain a more precise estimation of source size. Another way would be to relax the constraint of source overlapping in the definition of multiplets for the relocation, to test the stability of the seismic asperities observed in figure 4.1. Starting from a better picture of how seismic asperities are distributed on the fault plane could help in the modeling of processes of interaction, in the perspective of quantifying local friction parameters from statistical observations.

Furthermore, we were not able to draw any satisfying conclusion from the evaluation of b^* values of the magnitude-frequency distributions about the frictional heterogeneity at Parkfield. This arises because the magnitude frequency distribution is not only modulated by the relative proportion between weakening material and strengthening material as the other event statistics seem to be, but it is also strongly controlled by the distribution of asperity sizes (explaining the slope obtained in figure 4.5c between $M_w = 1.6$ and $M_w = 2.4$), and we did not, in this study investigate different kinds of distribution of source sizes. This issue requires more attention and would be of great interest for the understanding of frictional behavior of multiplet prone areas such as Parkfield. In other words, if the temporal statistical distributions allow to quantify the density of asperities, one could develop a complementary method allowing to address the question of the spatial organization and sizes of the velocity weakening asperities from the analysis of the magnitude frequency distributions.

Moreover, our model is limited in the sense that we neglected more complex processes such as fluid diffusion, thermal pressurization, considered for instance by [Segall and Rice, 2006] or fully dynamic aspects of rupture including elastic waves taken into account by [Chen and Lapusta, 2009], that might play an important role in the physics of earthquake interactions.

Finally, the processes of interaction and the notion of critical density that we analyzed in this study do not depend on the scale of the asperities, meaning that our results would apply in the case of larger repeaters, such as what is observed in subduction zones, but also in the case of tremor activity.

4.8 Conclusion

We have presented a continuous rate-and-state 3D model of asperities, coupling seismic and aseismic behavior, which allows for the computation of synthetic catalogs that could be studied with the same statistical methods as for real catalogs. In particular, we showed that our model reproduces reasonable earthquake statistics, including generalized Omori decay, inter-event-time distribution and Gutenberg-Richter statistics. Moreover, by analyzing a series of simulations with a simple distribution of asperities, we outlined the importance of the creeping barriers in the processes of interactions among a population of sources. Furthermore, we characterized different regimes of interaction in terms of a new concept of critical density of asperities, and therefore we provided a way to interpret statistical properties of seismicity in terms of frictional heterogeneity on faults. Based on this concept of critical density of asperities, we applied our numerical model to the understanding of the friction properties of the Parkfield

segment of San Andreas Fault during the period preceding the 2004 M_w earthquake, resulting in values for $(a - b)_s$ in the upper range of what has been recently proposed for the post seismic period. Although our model lacks some important physics related to fault systems such as fluid diffusion, thermal effects and wave effects, we were able to analyze some important insights into the processes of seismic source interaction in general, since we developed concepts applicable to microseismic and tremor activity as well as to larger earthquakes.

Chapitre 5

Réponse effective à une perturbation de contrainte instantanée

5.1 Abstract

We present numerical simulations conducted with a quasi-dynamic, 3D, rate-and-state asperity model and an analytical approach in order to study the behavior of a seismic asperity surrounded by aseismic creep in response to external Coulomb stress perturbations. This work is inspired by the observation of Omori decay characterizing the recurrence time of isolated repeating earthquakes, such as at the Parkfield segment of the San Andreas Fault during the postseismic phase of the 2004 M_w 6 event. Based on the numerical results and on an analysis of phase diagrams, we identify two possible regimes that characterize the response of an asperity surrounded by aseismic creep to a stress step, depending on an effective steady state friction parameter A_{eff} . For the specific perturbation used in this study, we observe that when A_{eff} is positive, the relaxation of the system is governed by the response of the creeping segments of the fault, and the asperity ruptures in an Omori sequence. In this regime, we demonstrate that the duration of the relaxation process depends on A_{eff} . Furthermore, we show that this effective strengthening behavior is equivalent to a sub-critical density of asperities meaning that the shape of the Omori decay is controlled by the relative proportion of seismic and aseismic material within the fault. On the other hand, a fault characterized by effective steady-state weakening ($A < 0$) behaves like a spring and slider system that loses the memory of the stress perturbation once the first aftershock occurred, at least in the simulations presented here.

5.2 Introduction

Observations of aftershock activity related to major earthquake revealed the high correlation between stressed areas and enhanced activity regions [King et al., 1994 ; Harris, 1998 ; Harris and Simpson, 1998 ; Toda et al., 1998 ; Stein, 1999 ; Toda et al., 2005 ; Stein et al., 2007]. In addition to the instantaneous response of seismic activity to a stress change in the crust, the decay of seismicity rate has also been widely analyzed, and is well characterized by a power law, first established by [Omori, 1894] (see also [Utsu et al., 1995]), and usually called Omori law.

Even if these properties of triggered seismicity are now well accepted, physical models supporting these observations remain limited. One of the most popular attempts to model seismicity in response to stress perturbations is the work of [Dieterich, 1994] taking into account the laboratory derived rate-and-state friction law [Dieterich, 1979]. In his model, the Omori decay is a consequence of the time dependence

of the nucleation process controlled by rate-and-state friction. This model has been further extended in several works, including the numerical approaches of [Gomberg et al., 1998, 2000 ; Belardinelli et al., 2003 ; Gomberg et al., 2005] and the models of [Perfettini et al., 2003b] and [Kaneko and Lapusta, 2008] who studied the effect of stress perturbations on the time to failure of one dimensional rate-and-state faults embedded in two-dimensional elastic media with various friction properties and initial conditions, improving in this manner the description of nucleation.

However, all the models previously mentioned do not take into consideration the possibility of fault creep, especially in the case of postseismic afterslip, and its forcing on postseismic activity. Several authors indeed provided direct evidences of aseismic creep forcing aftershock activity : [Schaff et al., 1998] in their study of Loma Prieta aftershocks, [Lengliné et al., 2009] in the case of Parkfield repeaters, and [Bourouis and Bernard, 2007] in their analysis of the seismicity triggered by a fluid injection at 3 km depth in Soultz-sous-Forêt (France). In these latter studies, the authors identified repeating isolated earthquakes, and showed how recurrence time of these events changes in response to a nearby mainshock, leading to an Omori decay of seismicity, at the scale of a single repeater. From this kind of observations emerges a possible mechanical model for aftershock sequences driven by aseismic slip, in which aftershock sequences would be generated by the rupture of asperities distributed on a creeping fault, and suddenly forced by the acceleration of the aseismic deformation caused by the main event.

These processes of interaction between creep and seismic asperities have been recently studied by [Kato, 2007 ; Ziv, 2007 ; Helmstetter and Shaw, 2009 ; Ariyoshi et al., 2009 ; Kaneko et al., 2010 ; Ader et al., 2012 ; Ariyoshi et al., 2012 ; Skarbak et al., 2012] and [Dublanche et al., 2013a], and in all these attempts it has been proposed that the different regimes of behavior of such systems of asperities surrounded by creep could be separated in terms of density of asperities. In other words, a creeping fault containing seismic asperities could produce aseismic slip and tremors, as well as independent or highly clustered seismicity depending on the relative proportion of creeping and seismic fault material. Furthermore, [Dublanche et al., 2013a] showed that the existence of strong interactions among a population of sources is only possible for a density of asperities that exceeds a critical threshold. In this framework, the Omori decay observed by [Schaff et al., 1998], [Bourouis and Bernard, 2007] and [Lengliné et al., 2009] might also be controlled by the density of asperities characterizing the fault.

Motivated by the work of [Schaff et al., 1998], [Bourouis and Bernard, 2007] and [Lengliné et al., 2009], we consider here a single repeater isolated on a creeping fault, and we propose in the following study to address the question of how the shape of the Omori law generated by a creep transient on a planar fault hosting a single seismic asperity could be controlled by the ratio between area occupied by the asperity and aseismic area, which is equivalent to the density of asperities defined by [Dublanche et al., 2013a]. In order to address this issue, we adopted the 3D mechanical approach developed by [Dublanche et al., 2013a] which enables to compute the stress and slip evolution of a seismic asperity embedded in a creeping fault in response to various stressing histories. Our attempt thus generalizes the study of [Ziv, 2007] who assumed a similar system of an isolated asperity embedded in a creeping fault and perturbed by a coseismic stress step. [Ziv, 2007] indeed only analyze a specific density of asperities, and do not investigate the influence of the amount of creeping material on the fault in the response to a stress perturbation. Furthermore, our 3D model overcomes the limitations of the 2D approach used by [Ziv, 2007], and allows to consider realistic geometries of sources as inferred from multiplet observations. Moreover, the use of a 2D heterogeneous fault (with an asperity surrounded by creep) extends the attempt of [Perfettini and Ampuero, 2008] who studied the response of a uniformly velocity strengthening fault to a particular shear stress perturbation of Gaussian shape without taking into account the interaction between aseismic creep and seismic sources. To this point, we emphasize that we adopt a slightly different point of view than what has been done by [Perfettini et al., 2003b] and [Kaneko and Lapusta, 2008] with similar numerical models, in the sense that we are not interested in the timing of the first rupture of the system, but we rather study the long term evolution of the fault after a stress perturbation, that is at a longer timescale than the first seismic event.

In the following, we first describe the numerical model (constitutive equations, fault geometry and loading conditions). In particular, we introduce the concept of density of asperities. After briefly discussing the unperturbed evolution of the system, we present the method used to impose stress steps, and we analyze in detail two opposite examples of perturbations. These first results will allow us to identify the density of asperities as the relevant parameter controlling the relaxation process that occurs on the fault in response to a stress perturbation. In a second step, we derive an analytical model based on the analysis of phase diagrams and average stress, that leads to an expression of the timescale of the relaxation of the fault in terms of density of asperities. Finally, we apply the new theoretical concepts developed here to the case of the Parkfield repeaters analyzed by [Lengliné et al., 2009], and we provide an interpretation of the Omori law observed at the scale of a single asperity in terms of the ratio between seismic source dimension and surrounding aseismic area dimension.

5.3 Model Formulation

5.3.1 Fault System and Boundary Conditions

In the following sections, we consider the periodic system presented in figure 5.1, consisting of the repetition of a planar fault S with one single circular asperity surrounded by aseismic creep separating two homogeneous elastic half spaces ($z > 0$ and $z < 0$). The use of periodic boundary conditions for the fault segment S of interest allows to use efficient FFT techniques in the numerical resolution of the equations governing the evolution of slip on S as this has been mentioned by [Dublanchet et al., 2013a]. The resulting infinite regular distribution of asperities is unrealistic and it would be more appropriate to model natural fault segments with a single asperity surrounded by a creeping region bounded by either locked or freely sliding fault environment. However, as this will be detailed in the discussion section, the periodic distribution could locally be considered as an equivalent model for the freely slipping boundary case, as long as the asperities are enough scattered so that they do not interact with each others. More generally, the purpose of this study is to investigate the effective response of an heterogeneous fault to a stress perturbation, rather than reproducing the behavior of a particular repeating earthquake perturbed by a nearby mainshock, and as it will be shown in the following, the simplified periodic geometry used here allows to capture the most important physical processes underlying the response of heterogeneous faults. The fault plane is divided in n_x by n_y computational cells, and is loaded at a constant rate v_p in the x direction at a distance $w/2$ in the fault normal direction.

5.3.2 Rate-and-State Friction : Modeling Asperities and Fault Creep

The frictional shear stress $\tau(\mathbf{x}, t)$ in the x direction at point \mathbf{x} and time t on the fault plane obeys rate-and-state law [Dieterich, 1979], [Rice, 1983], and is expressed as :

$$\tau(\mathbf{x}, t) = \sigma(\mathbf{x}, t) \left[\mu_0 + a(\mathbf{x}) \ln \frac{v(\mathbf{x}, t)}{v_p} + b(\mathbf{x})\Theta(\mathbf{x}, t) \right], \quad (5.1)$$

where σ is the normal stress, μ_0 a reference coefficient of friction, v_p the tectonic loading rate imposed at $z = w/2$, $a(\mathbf{x})$ and $b(\mathbf{x})$ non dimensional parameters, $v(\mathbf{x}, t)$ the sliding velocity and $\Theta(\mathbf{x}, t)$ the state variable that evolves with slip history and normal stress. This latter dependence is taken into account by specifying an evolution law for Θ . For that, we follow [Ruina, 1983] and [Linker and Dieterich, 1992], and we choose to work with the slip formulation of the state evolution law :

$$\dot{\Theta}(\mathbf{x}, t) = -\frac{v(\mathbf{x}, t)}{d_c} \left[\Theta(\mathbf{x}, t) + \ln \frac{v(\mathbf{x}, t)}{v_p} \right] - \frac{\alpha \dot{\sigma}(\mathbf{x}, t)}{b(\mathbf{x})\sigma(\mathbf{x}, t)}, \quad (5.2)$$

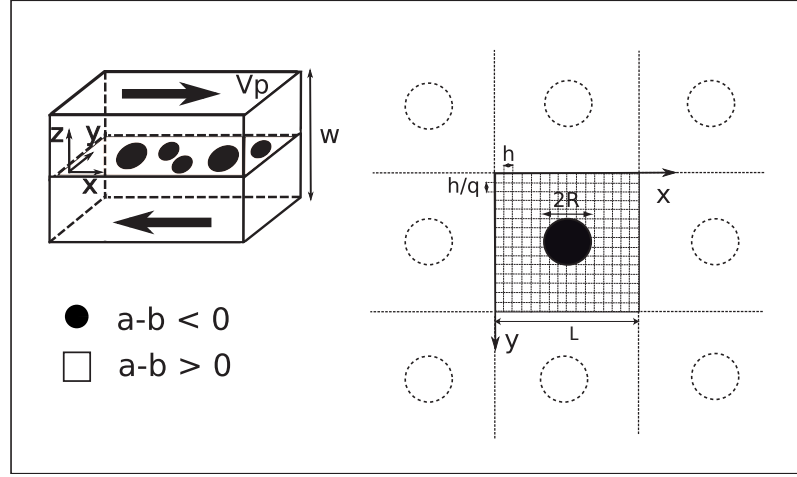


FIGURE 5.1 : *Left : schematic block diagram showing the planar fault separating two elastic blocks of thickness $w/2$. The large black arrows indicate the direction of shear loading rate imposed on each opposite side of the system. Black patches on the fault represent asperities with velocity weakening friction properties ($a - b < 0$) surrounded by velocity strengthening properties ($a - b > 0$). Right : fault plane geometry assumed in this study, with the main fault S represented by solid lines and its repetitions along x and y axis. The computational grid made of square cells h/q by h is also shown as well as a single circular asperity of radius R . L is the size of the main fault.*

where d_c is a characteristic length, usually interpreted as the slip necessary to renew a population of microscopic contacts, $b(\mathbf{x})$ is the friction parameter defined in (5.1), and α a constant parameter introduced by [Linker and Dieterich, 1992] that quantifies the instantaneous effect of a normal stress step on the state variable, as will be shown later. If $\dot{\Theta} = 0$ and $\dot{\sigma} = 0$, the system is at steady state, and the corresponding frictional strength $\tau_{ss}(\mathbf{x}, t)$ depends only on sliding velocity in the following way :

$$\tau_{ss}(\mathbf{x}, t) = \sigma(\mathbf{x}, t) \left[\mu_0 + (a - b)(\mathbf{x}) \ln \frac{v(\mathbf{x}, t)}{v_p} \right]. \quad (5.3)$$

Two distinct steady state behaviors emerge from expression (5.3) depending on the sign of $(a - b)$ parameter : either velocity weakening if $(a - b) < 0$, or velocity strengthening if $(a - b) > 0$. We will next define the asperity on the fault plane by assigning velocity weakening friction properties to circular patch large enough to be seismically destabilized, as was previously done by [Kato, 2003], [Kato, 2004], [Chen and Lapusta, 2009] and [Dublanche et al., 2013a]. The critical minimum radius of the patches allowing the occurrence of seismic events was determined empirically for our simulations. In order to allow the possibility of aseismic slip in the surroundings of the asperity, we assign velocity strengthening friction properties to the other portions of the fault plane. This distribution of frictional properties is represented in figure 5.1. An important requirement of our modeling procedure is that the process zone is well resolved. For the values of friction parameters a and b considered in this study, [Ampuero and Rubin, 2008a] showed that this condition is satisfied in 2D models of faults obeying rate-and-state friction with the slip law for the state evolution, as long as the cell size h is smaller than the length scale L'_b defined by :

$$L'_b = \frac{L_b}{\ln(v_m/v_p)} = \frac{Gd_c}{b\sigma \ln(v_m/v_p)}, \quad (5.4)$$

where b is estimated on the asperity, G is the shear modulus of the medium, and v_m is the maximum sliding velocity on the asperity during the rupture process. In our simulations, the maximum sliding velocity is of the order of 1 m.s^{-1} , leading to values of $\ln(v_m/v_p)$ of the order of 20. Therefore, we used a computational cell size smaller than $0.05L'_b$. In this sense our model is continuous and allows for a rather correct description of nucleation on the process zone. Since the scaling given by equation (5.4) is

not exact, we present in section 2.3.1 some resolution tests conducted to determine what is the maximum cell size allowed in our problem.

5.3.3 Quasi-Dynamic Elastic Interactions

On the fault plane considered, the frictional resistance is balanced by elastic interactions. In order to model the static component of these interactions, we adopt the same elastic kernel as [Dublanche et al., 2013a] and derived by [Maruyama, 1964]. Furthermore, we approximate the local dynamic effects on the fault by adding to the static term a radiation damping term, first introduced by [Rice, 1993], that roughly estimates the stress change on a point of the fault due to slip on this point by accounting for the stress induced by elastic waves radiated in the fault-normal direction. The shear stress τ_e on a point \mathbf{x} of the fault S is therefore expressed in the following way :

$$\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{x}, t) = \tau^* & - \frac{G}{w} [\delta(\mathbf{x}, t) - v_p t] \\ & + \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0 \\ & - \eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p] + \Delta\tau(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (5.5)$$

where τ^* is a reference value of stress, $\kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ the periodic elastic kernel derived from [Kato, 2003] and [Maruyama, 1964], giving stress on point \mathbf{x} caused by displacement δ on point \mathbf{x}_0 of S , and on all the periodic replicas of \mathbf{x}_0 (see figure 5.1). The use of such an elastic kernel that is computed for an elastic half space introduces some error in the estimation of the elastic interactions in our finite geometry (imposed velocity boundary condition at $w/2$, figure 5.1). However, according to [Dublanche et al., 2013a], this error is negligible as long as $w/2$ is much larger than the size of the fault L as this is the case here (see table 5.1). The second term on the right hand side of equation (5.5) is the loading contribution to shear stress associated with imposed motion at a distance $w/2$ in the fault normal direction. The third term represents the planar static interactions, and the fourth one is the radiation damping term, η being the damping coefficient of [Rice, 1993] defined as the ratio between shear modulus G and two times the shear wave speed β . Finally, the last term represents shear stress loading perturbations imposed on the system.

5.3.4 Computational Method

In this study, we compute the stress and velocity evolution on each point of the fault plane using the method developed by [Dublanche et al., 2013a] which involves an adaptative time-step Runge-Kutta algorithm [Press et al., 2007] and a computation of elastic interactions through FFT technics developed by [Swarztrauber, 1982] and [Swarztrauber, 1984].

5.3.5 Model Parameters

In the following section, we focus on the problem of the evolution of a single circular asperity of radius R embedded in a creeping fault, and its response to different stress steps (normal and shear steps). Furthermore, we exclusively considered homogeneous perturbations over the entire fault plane, so that normal stress does not depend on \mathbf{x} . This last point implies that we also neglect variations of normal stress along the fault that would exist in the case of a dipping or vertical fault plane. Nevertheless, because of the small size of the fault considered here, the lithostatic normal stress variation should not exceed five percent between two distant points of the fault. In the next sections, we will refer to the creeping,

TABLE 5.1 : List of parameters

Parameters	value
asperity a parameter a_w	0.001
asperity b parameter b_w	0.005
anti-asperity a parameter a_s	0.005
anti-asperity b parameter b_s	0.001
α parameter	0.2
critical slip d_c	0.2 mm
loading rate v_p	$10^{-9} \text{m.s}^{-1} = 3.15 \text{ cm.years}^{-1}$
shear modulus G	30 GPa
shear wave speed β	3 km.s^{-1}
thickness of the medium w	3 km
fault length L	72 m/192 m
unperturbed normal stress σ_0	100 MPa
radiation damping η	$5.10^6 \text{ Pa.s.m}^{-1}$
computational cell y dimension h	0.375 m
computational cell aspect ratio q	1
h/L_b	0.03
radius of asperity R	30 m

velocity strengthening surroundings of the asperity as anti-asperity, characterized by friction parameters a_s and b_s , while the asperity is characterized by a_w and b_w . Furthermore, according to [Dublanche et al., 2013a] we define the density of asperities ρ_a by the ratio between velocity weakening area and velocity strengthening area that could be written, in the case of a single asperity of radius R :

$$\rho_a = \frac{\pi R^2}{L^2}, \quad (5.6)$$

L being the size of the fault plane considered, as indicated in figure 5.1. In order to get different values of ρ_a , we chose to work at constant R and to use different values of L .

The values of the different parameters used in this study are summarized in table (5.1). For friction parameter values, we mainly used the work of [Marone, 1998], and tried to use a value of $(b - a)_w$ that leads to reasonable stress drop on the asperity. With our choice, the mean stress drop during a seismic event is around 7 MPa, which is in the range of what is inferred for Parkfield asperities by [Nadeau and Johnson, 1998] and [Dreger et al., 2007]. In order to reduce the computational cost of our simulations, we used a ratio a_w/b_w of 0.2 on the asperity, which is to some extent an underestimation of the experimental values usually reported [Kilgore et al., 1993 ; Blanpied et al., 1998], that are of the order of 0.8 or 0.9. According to [Ampuero and Rubin, 2008a], a larger ratio a_w/b_w would modify the acceleration of slip on the asperity during nucleation. More generally, the shape of the seismic cycle on the asperity could be modified, as well as the amount of aseismic deformation on the asperity itself and the total duration of the unperturbed seismic cycle, even if the stress drop remains the same. However, this study focuses on the relative change in the rythm of ruptures affecting the asperity, without considering the unperturbed duration of the seismic cycle. Furthermore, we will only analyze in the following a relaxation process that is mostly controlled by the strengthening parts of the system, and independent of the shape of the seismic cycle.

The background normal stress σ used in this study could either represent the value of the effective normal stress in the case of an over-pressurized fault according to [Rice, 1992], or in the absence of such over-pressurized fluids, to the lithostatic pressure expected at around 3 km depth, assuming a shear wave speed of 3 km.s^{-1} and a rigidity of 30 GPa. In this latter situation, $\sigma = 100 \text{ MPa}$ could be the approximate normal stress experienced by the most superficial repeaters in Parkfield relocated by [Lengliné et al., 2009]. The loading rate v_p is also in the range of the creep rate measured at Parkfield by [Murray et al., 2001] and [Titus et al., 2006]. Note that the loading rate is imposed at a distance more than three times larger than the dimension of the fault plane, so that this term does not perturb the elastic interactions in the fault plane, but allows for rapid convergence of the system towards a limit cycle in which the system follows the loading rate.

5.3.6 Stress Perturbations

In the next sections, we analyze the effect of instantaneous steps of shear and normal stress on the evolution of a single circular asperity centered on the creeping fault. The system initially characterized by $(\tau_0, \sigma_0, v_0, \Theta_0)$ will instantaneously evolve towards $(\tau_1, \sigma_1, v_1, \Theta_1)$ at the onset of the stress perturbation. In the following, we will use the instantaneous changes of the variables defined as $\tau_1 - \tau_0 = \Delta\tau$, $\sigma_1 - \sigma_0 = \Delta\sigma$, $\Theta_1 - \Theta_0 = \Delta\Theta$, and $v_1 - v_0 = \Delta v$. Since our numerical model is based on the resolution of the equations of evolution for sliding velocity v and state variable Θ , and not directly on the evaluation of stress that is deduced a posteriori from the rate-and-state friction law (5.1), we have to define the effect of shear and normal stress changes $\Delta\tau$ and $\Delta\sigma$ on the state variable and on the sliding velocity. Following [Linker and Dieterich, 1992] and [Perfettini et al., 2003b], we define v_1 and Θ_1 as :

$$\Theta_1 = \Theta_0 - \frac{\alpha}{b} \ln \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right), \quad (5.7)$$

TABLE 5.2 : List of simulations. ρ_a^* and ρ_a^{**} are computed from equations (5.9) and (5.29) respectively, assuming a stress drop $\Delta\tau_a = 7 \text{ MPa}$, and $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$.

n^0	a_s	b_s	a_s/b_s	ρ_a	% cycle	Δcff (MPa)	ρ_a/ρ_a^*	ρ_a/ρ_a^{**}
1	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.4	60 %	0.8	0.85	0.9
2	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.35	60 %	0.8	0.7	0.75
3	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.3	60 %	0.8	0.65	0.65
4	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.25	60 %	0.8	0.5	0.55
5	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.2	60 %	0.8	0.4	0.45
6	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.15	60 %	0.8	0.3	0.35
7	5.10^{-3}	2.10^{-3}	2.5	0.3	60 %	0.8	0.75	0.8
8	4.10^{-3}	10^{-3}	4	0.3	60 %	0.8	0.75	0.8
9	5.10^{-3}	3.10^{-3}	1.66	0.3	60 %	0.8	0.95	1.05
10	3.10^{-3}	10^{-3}	3	0.3	60 %	0.8	0.95	1.1
11	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.4	30 %	-0.8	0.85	0.9
12	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.35	30 %	-0.8	0.7	0.75
13	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.3	30 %	-0.8	0.65	0.65
14	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.25	30 %	-0.8	0.5	0.55
15	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.2	30 %	-0.8	0.4	0.45
16	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.55	60 %	0.8	1.15	1.2
17	5.10^{-3}	10^{-3}	5	0.55	30 %	-0.8	1.15	1.2

$$v_1 = v_0 \left(1 + \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^{\alpha/a} \exp \left[\frac{\Delta cff(\mu)}{a\sigma_1} \right], \quad (5.8)$$

where b is the state parameter of the rate-and-state friction law (5.1), and α is the parameter linking normal stress variation to state variations in formula (5.2). Furthermore, we have introduced the Coulomb stress change defined by [Perfettini et al., 2003b] $\Delta cff(\mu) = \Delta\tau - \mu(v_0, \Theta_0)\Delta\sigma$, $\mu(v_0, \Theta_0)$ being the friction coefficient on the fault at the onset of the stress step.

5.4 Numerical Experiments

In order to study the postseismic response of the asperity surrounded by creep previously described, we conducted a series of simulations described in table 5.2. We limited our study to spatially uniform Coulomb stress perturbations. The underlying assumption of doing so is that the system made of the asperity and its creeping surroundings is much smaller than the mainshock at the origin of the stress perturbation, which seems reasonable if the difference in the magnitudes between the mainshock and the aftershock is large enough.

Note that in every simulations, the stress perturbation occurs either at 60% or at 30% of the seismic cycle of the asperity. As mentioned by [Ziv, 2007], the postseismic activity of the asperity strongly depends on

the timing of the coseismic stress step within the seismic cycle of the asperity, because of the evolution of the initial conditions on the fault at the onset of the perturbation. For that reason, we will only draw comparisons between systems that experienced the stress step in the same conditions, which means that we will discuss separately the results obtained in the simulations labeled 60% and 30% in table 5.2.

Furthermore, as shown in table 5.2, we will focus on two particular Coulomb stress perturbations. The first one consists in a positive shear stress step of amplitude $\Delta\tau = 0.8$ MPa at constant normal stress, whereas the second perturbation corresponds to a positive normal stress perturbation $\Delta\sigma = 1.3$ MPa at constant shear stress. In each case, the Coulomb stress perturbation is of similar magnitude, but of opposite sign, as long as μ is approximately equal to μ_0 . As demonstrated by [Perfettini et al., 2003b], this latter assumption is reasonable for most of the seismic cycle, and it only fails in the last part of the interseismic period when the instability is nucleating. In particular, this assumption is acceptable at 30% and 60% of the interseismic period when the perturbation starts in our simulations. We chose these two cases because we expect from formula (5.8) that they should have very different consequences on the evolution of the system, in the sense that a positive Coulomb stress perturbation leads to an instantaneous acceleration of sliding on the fault, whereas a negative Coulomb stress perturbation might generate an instantaneous deceleration of the fault. More details about this instantaneous effect are provided by [Linker and Dieterich, 1992] and [Perfettini et al., 2003b].

Motivated by the results of [Dublanche et al., 2013a], we used in our simulations different anti-asperity dimensions, that correspond to different asperity density according to equation (5.6). [Dublanche et al., 2013a] indeed shows that if the relative proportion of seismic material within the fault zones (i.e. the density of asperities) exceeds some threshold that depends on the stability of the creeping material, the successive failures of the asperities destabilize the entire fault and result in a major event that ruptures seismically the creeping barriers. Therefore, we test the effect of a stress perturbation on both subcritical systems characterized by a low asperity density, then on supercritical systems characterized by a large asperity density. Following [Dublanche et al., 2013a] the two different systems analyzed here are characterized by $\rho_a < \rho_a^*$ and $\rho_a > \rho_a^*$, where ρ_a^* is the critical density of asperities defined by [Dublanche et al., 2013a] and given by :

$$\rho_a^* = \left[1 + \frac{\Delta\tau_a}{(a-b)_s \sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \right]^{-1}, \quad (5.9)$$

where $\Delta\tau_a$ is the mean stress drop on the asperity and v_{sis} is the threshold of sliding velocity allowing the dynamic effects to dominate over the direct effect of rate-and-state friction so that radiation of seismic waves might occur. With our choice of parameters, and assuming like [Rubin and Ampuero, 2005] that $v_{sis} = v_{dyn} = a\sigma/\eta$, we end up with $v_{sis} \sim 1$ cm.s⁻¹. In order to extend our study to different values of ρ_a^* , we also tested different values of a_s and b_s parameters.

5.5 Results

5.5.1 Subcritical vs. Supercritical Response

The results presented in figure 5.2 illustrate the two different regimes of behavior that characterize the asperity surrounded by creep in response to an instantaneous stress perturbation. The main result shown in figure 5.2 (a) concerns the cumulative displacement at the center of the asperity showing that, in the sub-critical density of asperities case, a stress perturbation leads to an instantaneous increase (if $\Delta cff > 0$) or decrease (if $\Delta cff < 0$) in the seismicity rate, followed by a transient return to the background rate. This evolution of seismicity rate is very similar to the change in the rythm of the repeaters observed by [Lengliné et al., 2009] at Parkfield in response to the coseismic stress perturbation induced by the 2004, $M_w 6$ earthquake. On the other hand, in the super-critical case, if the stress perturbation induces an

advance (if $\Delta cff > 0$) or a delay (if $\Delta cff < 0$) in the first rupture as expected in a Coulomb failure model, the figure suggests that the underlying transient duration is shorter than the recurrence time.

Furthermore, as shown in figures 5.2 (b) and (c), the stress perturbation is relaxed in very different ways for the subcritical and the supercritical systems. In the subcritical configuration, the evolution of the mean cumulative displacement shows that the entire fault plane continuously slips between seismic events on the asperity so that the stress perturbation is continuously released. This behavior arises because of the large proportion of aseismic segments on the fault surface that are never locked. On the other hand, the supercritical systems only releases stress during the seismic events on the asperity that destabilizes the creeping barriers, and the average creep on the entire fault vanishes during interseismic periods.

As another way to represent the effect of the two perturbations, we plotted the evolution of the two kinds of asperities (either with a large or a small anti-asperity) in a $(\Theta, \ln v/v_p)$ phase space. The results are shown in figure 5.3 for the response to the shear stress step, and in figure 5.4 for the response to the normal stress step. Since our model couples a velocity weakening asperity with velocity strengthening behavior, we represented the evolution of two representative points of the fault : one at the center of the asperity characterizing the behavior of the velocity weakening asperity, and one on the creeping part of the fault that gives some insights into the behavior of the creeping portions of the fault. In both cases of stress perturbations, the sub-critical system (characterized by $\rho_a < \rho_a^*$) instantaneously moves out from the unperturbed seismic cycle, and comes back to this cycle after several oscillations around the steady state line. This evolution characterizes both the creep response and the asperity response. On the contrary, the response of the super-critical system ($\rho_a > \rho_a^*$) is slightly different : the first rupture occurs on a path that lies outside the limit cycle, but afterwards, the system never deviates from it. This latter characteristic illustrates the same observation than what was outlined by the cumulative displacement evolution in figure 5.2. We will later come back to this representation to give more details about the evolution right after the main perturbation.

One of the most important result presented in figure 5.2(a) is that the Omori decay observed in the rupture of the asperity in the subcritical case is no more present when the sliding velocity on the strengthening segments of the fault is imposed at the loading rate v_p (gray curve in figure 5.2(a)). For that reason, we propose that the relaxation of the system observed for subcritical density of asperities is a consequence of a transient accelerated (or decelerated) deformation occurring on the strengthening segments of the system in response to the stress perturbation, that in turn amplifies the tectonic stressing on the asperity. This is also suggested by figures 5.3a and 5.4a showing that the mean sliding velocity on the anti-asperity region is suddenly increased (or decreased) by the stress perturbation, and relaxes back to its unperturbed level. These simulations thus support the model proposed by [Schaff et al., 1998] and [Bourouis and Bernard, 2007] in which the Omori decay on the asperity is forced by the transient acceleration and deceleration of the creep. However, as this is pointed out by the results of figures 5.2, 5.3 and 5.4, this creep control of the slip relaxation is only possible in sub-critical systems, that is in the case of a large enough creeping anti-asperity. Otherwise, the stress perturbation only induces an alteration of the time to failure. In this latter situation, the asperity entirely controls the evolution of the system. Moreover, once a source fails, the fault loses the memory of the stress perturbation, and the next rupture on this source occurs after the unperturbed recurrence time, preventing the occurrence of an Omori decay at the scale of a single fault, or a single asperity.

In the following section, we will focus on sub-critical faults characterized by $\rho_a < \rho_a^*$, and we will investigate how ρ_a influences the relaxation process of the asperity surrounded by aseismic creep in response to a Coulomb stress perturbation.

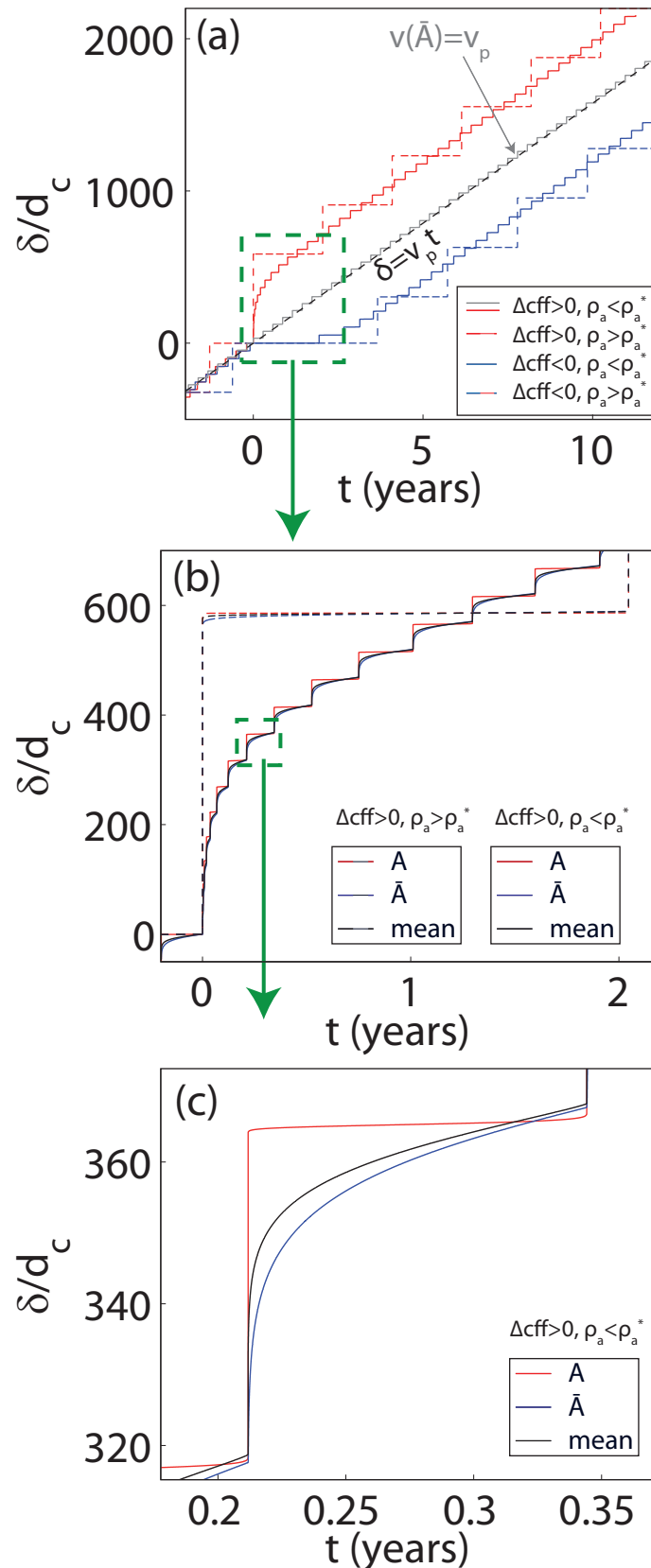


FIGURE 5.2 : (a) : Normalized cumulative displacement δ/d_c of a point at the center of the asperity as a function of time t . The system is instantaneously perturbed at $t = 0$ years. Red curves indicate the results obtained for a positive Coulomb-stress perturbation. Blue curves correspond to a negative Coulomb stress step. The solid red curve correspond to simulation 3 of table 5.2, the dashed red curve is simulation 16, the solid blue curve is simulation 13 and the dashed blue curve is simulation 17. The solid gray curve indicates the response of the system $\rho_a/\rho_a^* = 0.3$ to $\Delta cff = 0.8$ MPa, when the sliding velocity on the anti-asperity \bar{A} is maintained at the loading rate v_p (no transient). Black dashed line is the load point displacement at v_p . (b) and (c) : Details of the cumulative displacement shown in figure (a), on a point of the asperity A (red curves), on a point of the anti-asperity \bar{A} (blue curves), and spatially averaged cumulative displacement (black curves). In all the figures, solid curves indicate $\rho_a < \rho_a^*$, and dashed curves correspond to $\rho_a > \rho_a^*$.

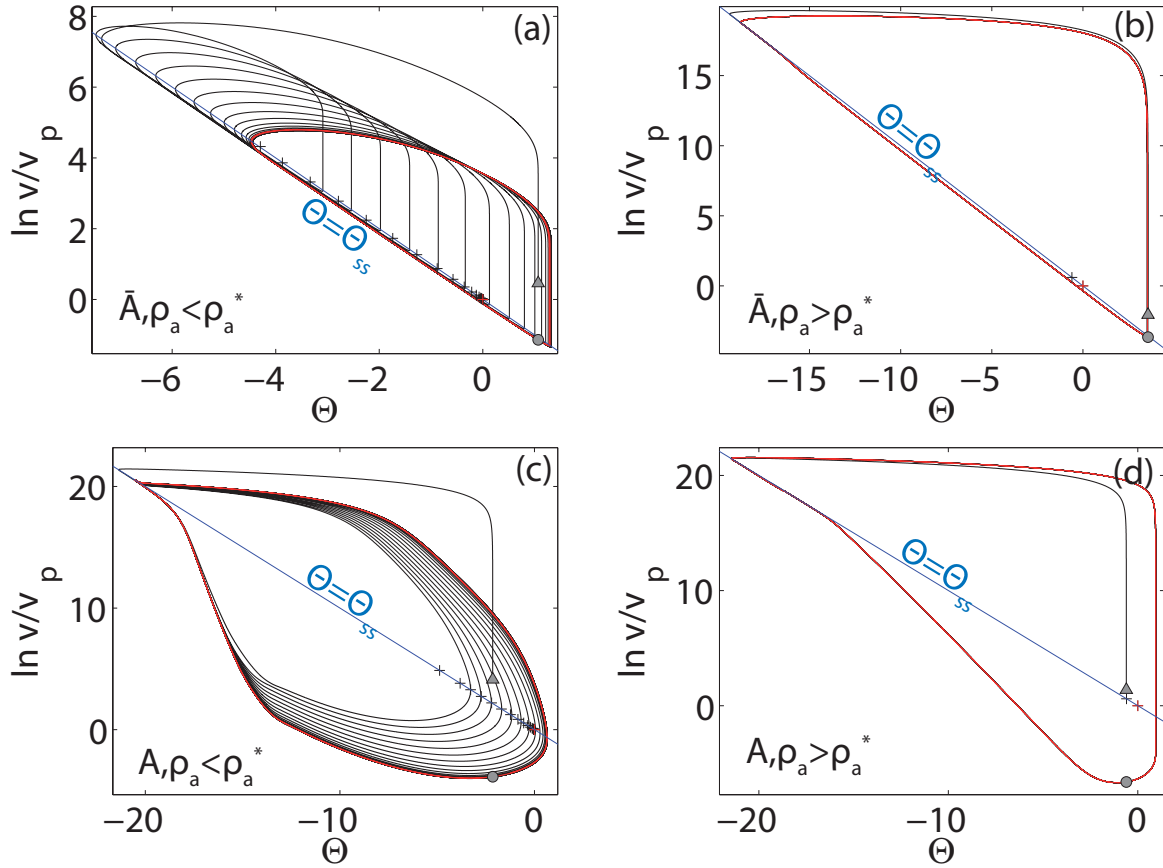


FIGURE 5.3 : Phase diagrams corresponding to the evolution of a point on the anti-asperity ((a) and (b)) and at the center of the asperity ((c) and (d)) in the $(\ln v/v_p, \Theta)$ space, in response to an instantaneous Coulomb stress step of 0.8 MPa. A and \bar{A} in the bottom left corner indicate respectively asperity and anti-asperity. Figures (a) and (c) correspond to a sub-critical density of asperities $\rho_a = 0.3 < \rho_a^*$ (simulation 3 in table 5.2), and figures (c) and (d) represent the response of a system characterized by a super-critical density of asperities $\rho_a = 0.55 > \rho_a^*$ (simulation 16 in table 5.2). Red curves highlight the limit cycle characterizing the unperturbed system. Gray dots indicate the values of the variables at the instant of perturbation, and gray triangles correspond to the perturbed values of the variables just following the stress step. Subsequent evolution is represented by black solid curves. Blue solid lines indicate the position of steady state points according to the rate-and-state friction law. Steady state variables are labeled with ss subscripts. Black crosses indicate the values of $\ln v/v_p$ and Θ averaged both in time (over one seismic cycle) and in space (over the whole fault area). The red cross is the mean position of the unperturbed cycle.

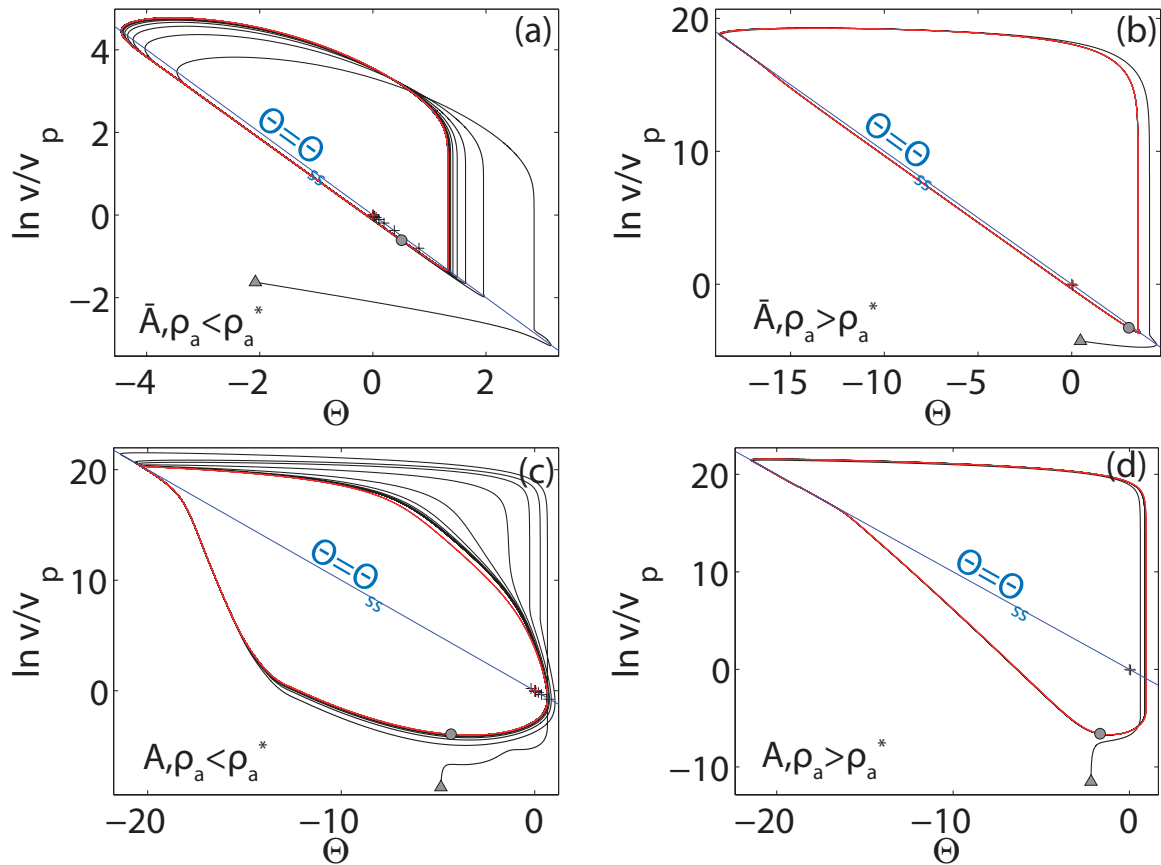


FIGURE 5.4 : Same diagrams as in figure 5.3 but for an instantaneous negative Coulomb stress perturbation of -0.8 MPa. The results correspond to simulations 13 and 17 in table 5.2. (a), (b) : characteristic evolution of the anti-asperity after the stress step, in the case $\rho_a < \rho_a^*$ (a), and $\rho_a > \rho_a^*$ (b). (c), (d) : characteristic response of the asperity, in the case $\rho_a < \rho_a^*$ (c), and $\rho_a > \rho_a^*$ (d).

5.5.2 Omori Law for $\rho_a < \rho_a^*$

In the previous section, we have identified the anti-asperity creep transient excited by the stress step as the main mechanism forcing the asperity to rupture in an Omori process. According to [Ziv, 2007] and [Perfettini and Ampuero, 2008], the acceleration of slip associated with a positive stress perturbation on a velocity strengthening fault segment is initially localized over a patch which dimension is of the order of $L_{bs} = Gd_c/b_s\sigma$, and then expands as a quasi-static crack. Consequently, such transient might occur in our model only if the velocity strengthening segments have a characteristic dimension larger than L_{bs} , which is equivalent to a small enough effective stiffness. This latter condition is similar to what is inferred by [Helmstetter and Shaw, 2009] for the velocity-strengthening spring-and-slider system that could experience creep transients only if its stiffness k is smaller than $k_b = b\sigma/d_c$. In our simulations, L_{bs} is always smaller than 60 m which is less than the minimum fault dimension used (see table 5.1), and the condition highlighted by [Ziv, 2007] and [Perfettini and Ampuero, 2008] never prevents the occurrence of a creep transient, even for subcritical density of asperities. Furthermore, we expect from elasticity that the larger the creeping anti-asperity is, the stronger the amplification of stress perturbation on the asperity is.

In order to quantify this effect, we reported in figure 5.5 the evolution of the cumulative displacement averaged over the entire fault and the corresponding seismicity rate generated by the successive ruptures on the asperity, for the simulations 1 to 6 and 11 to 15 of table 5.2. In figure 5.5, the timescale is normalized using the characteristic time t_{r0} of the relaxation of a velocity-strengthening spring-and-slider system at steady-state [Marone et al., 1991 ; Perfettini and Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009]. t_{r0} is given by :

$$t_{r0} = \frac{(a-b)_s\sigma w}{Gv_p}, \quad (5.10)$$

where $(a-b)_s$ is the steady-state friction parameter characterizing the strengthening parts of the fault. Our choice of t_{r0} is motivated the results of figures 5.3a and 5.4a where the relaxation of the creep driving the Omori decay on the asperity occurs along the steady-state line. Therefore, we expect that the characteristic duration of the Omori decay is of the order of t_{r0} . Furthermore, we normalized the seismicity rate by its background value $r_0 = 1/T_c$, T_c being the unperturbed seismic cycle duration under loading at constant rate.

For all the values of ρ_a used in these simulations, the cumulative displacement δ on the asperity reaches a steady state regime δ_∞ defined by :

$$\delta_\infty(t) = v_p t + \frac{\Delta c f f}{k_t}, \quad (5.11)$$

k_t being the stiffness of the elastic medium of thickness w , that is $k_t = G/w$. This regime corresponds to an average cumulative displacement that balances the loading displacement at v_p with a delay introduced by the stress perturbation. The differences between the simulations arise in the short time seismicity rate, and in the timescale of the relaxation towards the steady state regime. In particular, for small values of ρ_a , the asperity is weakly activated but the Omori law takes more time to attenuate. On the other hand, for large values of ρ_a , the short time response is stronger but the Omori decay is shorter, so that the total number of earthquakes occurring in the Omori law until the global steady state is approximately constant, and independent of ρ_a . The resulting step in cumulative slip reaches $\Delta c f f/k_t$ in each case.

In order to understand the frictional evolution of the system after the perturbation, for both the asperity and the anti-asperity, we will focus again on figures 5.3a, 5.3c, 5.4a and 5.4c. The typical response of the anti-asperity shown in figures 5.3a and 5.4a could be described as follows : after an early evolution leading to the first seismic rupture of the asperity, the creeping parts of the fault evolve along the steady-state line back to the initial velocity level. This long term evolution at steady state is what is expected for a perturbed single degree of freedom elastic system obeying velocity strengthening friction [Perfettini and

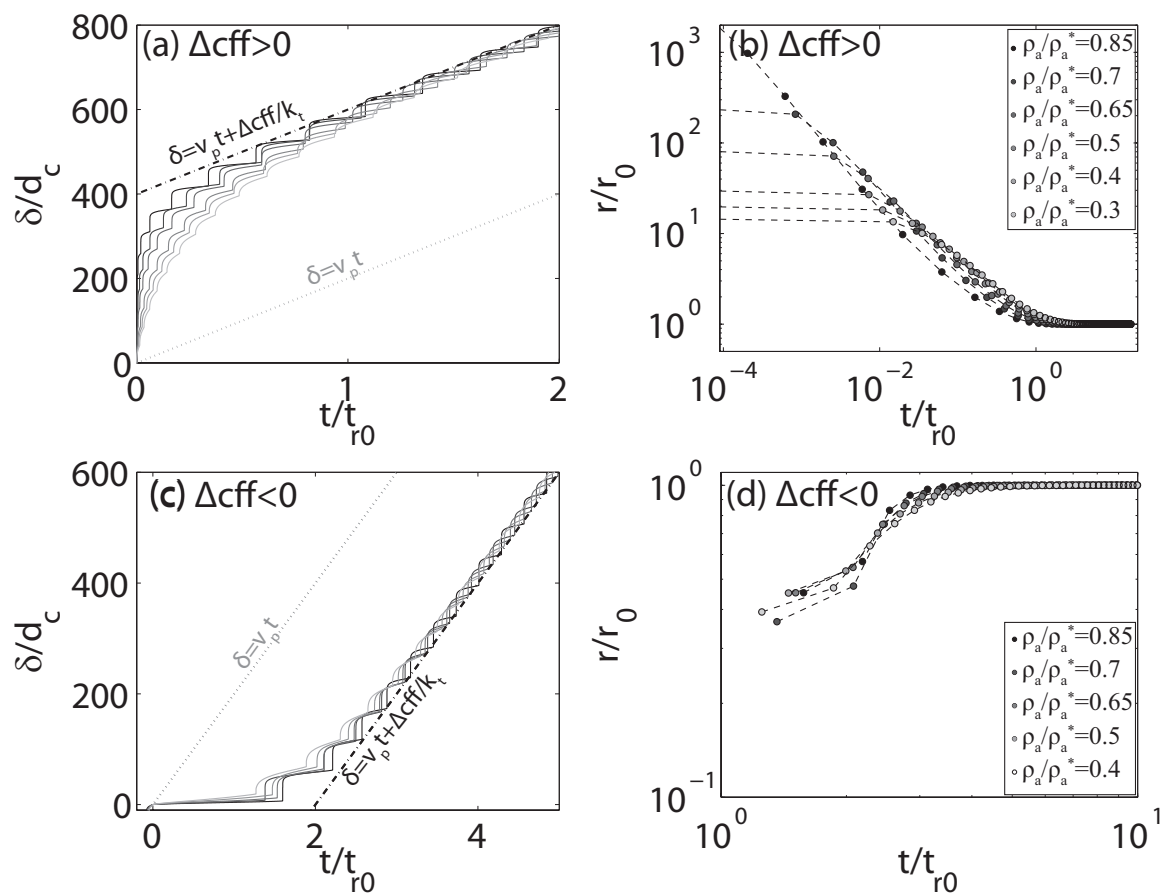


FIGURE 5.5 : (a) and (b) : Normalized cumulative displacement δ/d_c averaged over the fault plane with an asperity embedded in a creeping fault segment and normalized seismicity rate r/r_0 recorded on the asperity in response to a positive Coulomb stress perturbation $\Delta cff = 0.8$ MPa, vs. normalized time t/t_{r0} from the onset of the stress step. t_{r0} is the characteristic time scale for the relaxation of creeping segments defined by equation (5.10), and r_0 is the background seismicity rate produced by the asperity under loading at constant rate v_p . The different curves correspond to different values of subcritical asperity density ρ_a reported in figure (b). These results correspond to the simulations 1 to 6 in table 5.2. Gray dotted line and black dashed line in figure (a) indicate loading at v_p before and after the stress step respectively. $k_t = G/w$ is the stiffness of the medium in the fault normal direction. (c) and (d) : Same diagrams as in figures (a) and (b) obtained in the case of a negative Coulomb stress perturbation $\Delta cff = -0.8$ MPa (simulations 11 to 15 in table 5.2). The different values of asperity density used in figures (c) and (d) are labeled in figure (d).

Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009]. The major difference with the single degree of freedom system is that during this relaxation, the creep forces the asperity and is in turn periodically excited by the failure of the asperity. This latter rupture is apparent in the phase diagrams since it generates an instantaneous positive shear stress perturbation that induces an acceleration at almost constant state, as mentioned in the previous sections. Therefore, the relaxation of the creep transient on the surroundings of the asperity has two components : the first one is a steady state relaxation, and the second one is a periodic oscillation around this steady state line. The periodic oscillation has a shape similar to the unperturbed limit cycle but its size evolves as it is shifted along the steady state line. In other words, in response to a stress perturbation and after an early evolution, the sliding velocity of the creeping parts of the fault oscillates around a mean level that is either larger than the mean level of the unperturbed cycle, or lower than this. This mean level determines if the asperity is forced at a higher or lower rate than in the unperturbed cycle. The asperity also reacts in a similar way, as presented in figures 5.3 and 5.4 : the perturbation moves the system away from the unperturbed cycle, and the system evolves afterwards on trajectories that correspond to scaled versions of the unperturbed cycle shifted along the steady state line. In addition to the trajectories computed for an asperity and an anti-asperity point, we also computed the evolution of the mean levels of v and Θ characterizing the shift of the cycle in the phase diagrams and averaged over the fault plane. The results are represented by the black crosses in figures 5.3 and 5.4 : in each case of perturbation, the mean variables describing the fault evolve along the steady state line towards their unperturbed values.

Based on this analysis of the phase diagrams and assuming that relaxation of the system occurs through trajectories that are scaled versions of the unperturbed seismic cycle of the asperity, we derive in appendix D of this manuscript a theoretical model that leads to the following expression of the mean cumulative displacement $\bar{\delta}(t)$ on the asperity (that also corresponds to the mean displacement of the entire fault plane) as a function of time t following the stress perturbation :

$$\bar{\delta}(t) = v_p t_r \ln \left[1 + e^{\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1} \left(e^{t/t_r} - 1 \right) \right], \quad (5.12)$$

where A_{eff} is the average value of the friction parameter $a - b$ over the fault plane, σ_1 is the normal stress right after the stress perturbation, and t_r is a characteristic time corresponding to the duration of the transient experienced by the fault, that in turn depends on A_{eff} in the following way :

$$t_r = \frac{A_{eff}\sigma_1}{k v_p}. \quad (5.13)$$

The relaxation process is therefore analog to the relaxation of a fault characterized by an effective steady-state friction parameter A_{eff} . The derivation presented in appendix D is valid as long as $\rho_a < \rho_a^*$. Furthermore, from the phase diagram presented in figure 5.6, the stress drop $\Delta\tau_a$ on the asperity (i.e. the vertical extent of the seismic cycle) is approximately given by $(b - a)_w \sigma \ln v_{sis}/v_p$, since the extreme points of the trajectories lie in the vicinity of the steady state line. Such a scaling of the stress drop is similar to what was inferred by [Tse and Rice, 1986] in the case of a spring-and-slider system. Making use of this scaling in the expression of the critical density of asperities (5.9) leads to :

$$\rho_a^* = \left[1 - \frac{(a - b)_w}{(a - b)_s} \right]^{-1}. \quad (5.14)$$

Thus, for the fault considered here, $\rho_a < \rho_a^*$ reduces to $A_{eff} > 0$, from the definition (D.7) of A_{eff} .

From the expression (5.12) of the cumulative mean displacement on the fault, it is possible to derive an expression of the normalized seismicity rate r/r_0 . For that, we will first neglect the small variation of the stress drop that occurs for the first aftershocks (corresponding to the reduction of the vertical extent of the seismic cycle in figure 5.6). We will further discuss this latter effect in the discussion section. Then, we will assume that the seismicity rate varies slowly, that is on a timescale much larger than $t_a = a_w \sigma / \dot{\tau}$, the characteristic relaxation time of the asperity defined by [Dieterich, 1994]. [Helmstetter and Shaw, 2009]

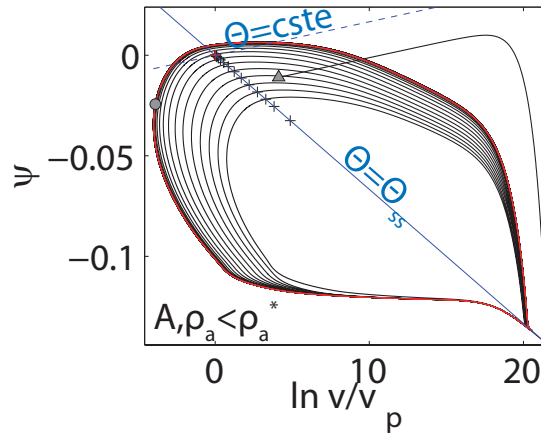


FIGURE 5.6 : Characteristic phase diagram of the asperity in the $(\ln v/v_p, \psi)$ space, where $\psi = (\tau - \mu_0 \sigma) / \mu_0 \sigma$ is the normalized shear stress, for the simulation presented in figure 5.3a and 5.3c. The different symbols and colors have the same meaning as in figures 5.3 and 5.4. Dashed blue line indicates a constant state variable trajectory.

indeed shows that under these latter assumptions, the model of [Dieterich, 1994] reduces to a seismicity rate proportional to the stressing rate acting on the asperity. In our model, the characteristic time for seismicity rate variations is approximately t_r , and the seismicity rate is proportional to the stressing rate as long as $t_r/t_a \gg 1$. Such a condition might be violated for density of asperities close to critical, that is when A_{eff} and thus t_r nearly vanish. However, we will assume in the following that this is not the case, and we will derive the seismicity rate from the expression of the stressing rate on the asperity. Following [Lengliné et al., 2009], this latter forcing term is made of two contributions : the loading at v_p imposed at $w/2$ in the fault normal direction, and the stressing associated with slip on the anti-asperity, so that :

$$\dot{\tau} = k_t v_p + k_a v_a, \quad (5.15)$$

where $k_t = G/w$ is the stiffness of the elastic medium defined earlier, v_a is the mean sliding velocity on the anti-asperity, and k_a the stiffness that relates slip on the anti-asperity to stress on the asperity. This latter term strongly depends on the geometry of the system, and could be expressed by the use of equation (1.52), considering the anti-asperity region as an annular dislocation lying between $r = R$ and $r = L$. We end up with :

$$k_a \sim \frac{G}{4}(1 + 2\alpha_0)(1/R - 1/L) \sim \frac{G}{4R}(1 + 2\alpha_0), \quad (5.16)$$

assuming $R \ll L$. It turns out that when averaged over one seismic cycle, the stressing rate could be rewritten in the following form :

$$\dot{\tau} = k_t v_p + k_a \bar{\delta}(t), \quad (5.17)$$

where $\bar{\delta}(t)$ is given by equation (5.12). In the absence of any stress perturbation, the stressing rate $\dot{\tau}$ becomes :

$$\dot{\tau} = \dot{\tau}_0 = (k_t + k_a) v_p, \quad (5.18)$$

and assuming proportionality between seismicity rate r and stressing rate $\dot{\tau}$ (for a constant stress drop), we end up with the following expression :

$$\frac{r}{r_0} = \frac{\dot{\tau}}{\dot{\tau}_0} = \frac{k_t/k_a}{1 + k_t/k_a} + \frac{1}{1 + k_t/k_a} \frac{\bar{\delta}(t)}{v_p}, \quad (5.19)$$

where r_0 is the background seismicity rate in the absence of perturbation. In order to simplify equation (5.19), note that for a small density of asperity, $k_t/k_a \ll 1$, as in these conditions $w \gg R$ and

$w \gg L$. We end up with :

$$\frac{r}{r_0} = \frac{\dot{\delta}(t)}{v_p} = \left[(e^{-\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1} - 1)e^{-t/t_r} + 1 \right]^{-1}. \quad (5.20)$$

Note that equation (5.20) is similar to the expression derived by [Dieterich, 1994] in the case of a population of self accelerating spring-and-sliders, provided that the a parameter of the asperity is replaced by the effective $a - b$ parameter.

The numerical results and the theory developed in this section are in rather good agreement as shown in figures 5.7 : equations (5.12) and (5.20) correctly predict the mean evolution of the asperity surrounded by a region of aseismic creep after a Coulomb stress perturbation, at least after the first seismic event on the asperity. Moreover, the asymptotic regime is in agreement with equation (D.13). This agreement between the numerical results and the theoretical expressions (5.12) and (5.20) is further supported by the collapse of all the numerical solutions from simulation 1 to 8 and 11 to 15 shown in figure 5.8. In this latter figure, the normalized averaged cumulative displacement $\bar{\delta}/v_p t_r$ is represented as a function of ξ and the normalized seismicity rate r/r_0 as a function of ζ , ξ and ζ being given by :

$$\xi = e^{\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1} (e^{t/t_r} - 1), \quad (5.21)$$

$$\zeta = (e^{-\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1} - 1)e^{-t/t_r}, \quad (5.22)$$

so that expressions (5.12) and (5.20) become :

$$\frac{\bar{\delta}}{v_p t_r} = \ln(1 + \xi) \quad (5.23)$$

$$\frac{r}{r_0} = \frac{1}{1 + \zeta}. \quad (5.24)$$

5.6 Discussion

5.6.1 Frictional Condition Allowing Creep Control of Omori Decay

In the previous sections, we presented numerical results and an analytical approach that provide some understanding about how an asperity surrounded by a creeping region responds to an instantaneous stress perturbation. In particular, the model derived in this study implies that a creeping fault hosting one seismic asperity releases a stress perturbation by slipping with a mean frictional resistance that only depends on the mean sliding velocity v on the fault, through an effective friction parameter A_{eff} , defined as the mean value of rate-and-state $a - b$ parameter over the fault area. This concept of an effective friction parameter controlling the relaxation of an asperity surrounded by creep has already been proposed by [Bourouis and Bernard, 2007]. Our study therefore provides the theoretical basis of their conceptual model.

As another implication of our model is that when the effective friction coefficient A_{eff} is positive (or equivalently the density of asperities is sub-critical $\rho_a < \rho_a^*$), the fault zone is velocity strengthening on average, and the seismicity rate recorded on the asperity follows the mean decay of the slip velocity on the fault, that is apparently similar to the relaxation process of a velocity strengthening spring-and-slider system, leading to a strong correlation between postseismic afterslip and seismicity rate decay. However, this decay is not directly controlled by the friction parameters of the creeping areas of the fault, but rather by the mean steady-state friction parameter $a - b$ on the fault. This should be kept in mind for estimates of the friction parameter ($a - b$) from geodetic and seismicity analysis of postseismic deformation.

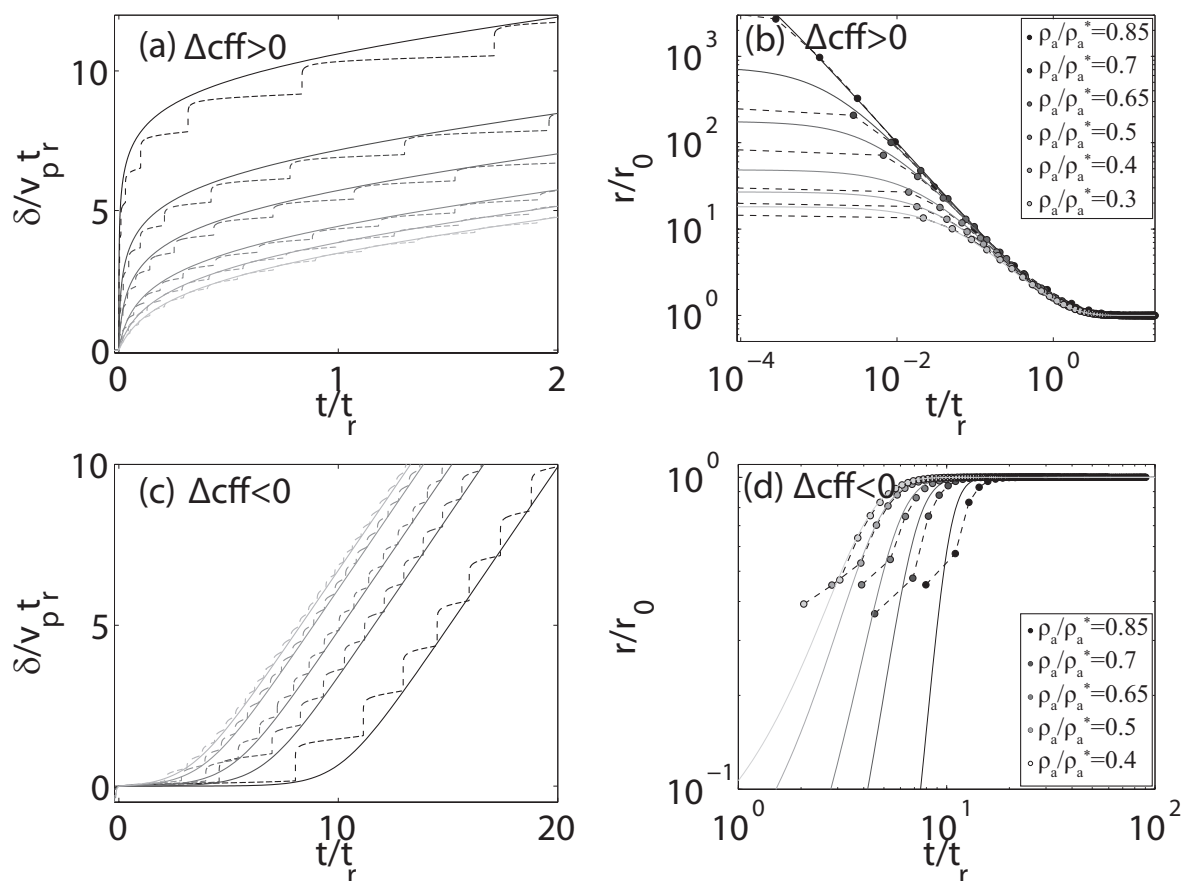


FIGURE 5.7 : Same diagrams as in figure 5.5, but with a different normalization of the mean cumulative displacement δ and time t following the onset of the stress perturbation. In this figure, v_p is the background constant loading rate, and t_r is the characteristic timescale given by equation (5.13). Dashed curves plotted in figures (a) and (c) correspond to the numerical results, as well as dashed lines and circles in figures (b) and (d). Solid lines in figures (a) and (c) are the analytical approximation (5.12) for the mean cumulative displacement of the system. Solid lines in figures (b) and (d) correspond to the analytical expression (5.20) derived from (5.12) for the seismicity rate decay after a Coulomb stress perturbation.

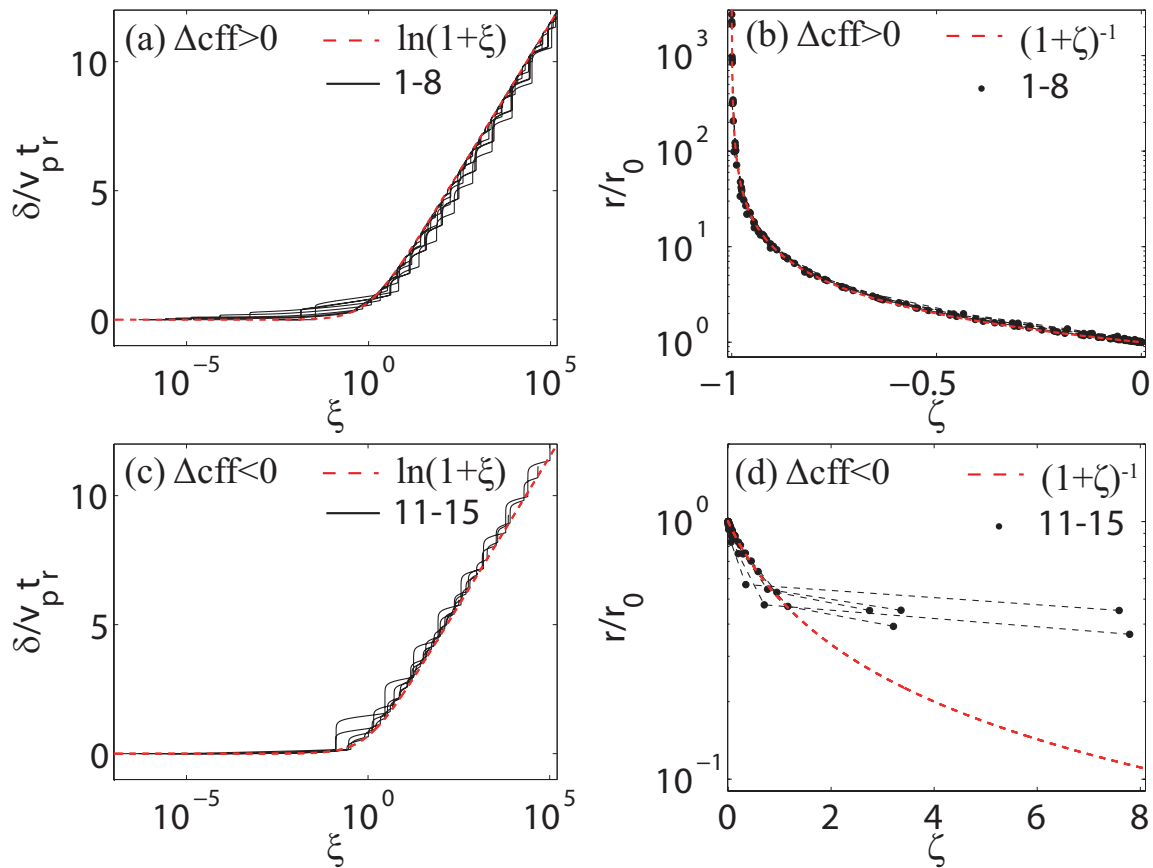


FIGURE 5.8 : Same diagrams as in figure 5.7, where the mean cumulative displacement is plotted as a function of ξ defined by equation 5.21, and the seismicity rate represented as a function of ζ defined by equation 5.22. The black curves represented in figures (a) and (b) correspond to the numerical results of simulations 1 to 8 in table 5.2. The black curves in figures (c) and (d) correspond to the results of simulations 11 to 15 in table 5.2. The heavy red dashed lines correspond to the analytical expressions (5.12) and (5.20).

On the other hand, if the effective friction parameter A_{eff} is negative (corresponding to $\rho_a > \rho_a^*$), the asperity surrounded by creep is on average velocity weakening, and there is no correlation between the relaxation of the creeping segment and the seismicity rate produced by the asperity. In this frictional regime, the occurrence of an Omori law is better explained by the model of [Dieterich, 1994] that involves a population of such velocity weakening asperities.

The present study formalizes the creep controlled seismicity model proposed by [Schaff et al., 1998], [Perfettini and Avouac, 2004] and [Bourouis and Bernard, 2007], since it provides a theoretical and a numerical basis for this concept, as well as the frictional conditions allowing this mechanism. Furthermore, our model extends the work of [Dublanchet et al., 2013a], in the sense that the critical density of asperities defined by these authors in the case of faults with multiple asperities is equivalent to the transition between effective velocity weakening behavior $A_{eff} < 0$ and effective velocity strengthening $A_{eff} > 0$ behavior. In other words, the creep control of both background seismicity and aftershock sequences occurs only for sub-critical density of asperities, or equivalently for effective velocity strengthening frictional properties.

5.6.2 How to Interpret Aftershock Sequences : the Example of Parkfield Repeaters after the 2004 M_w6 Event

In the framework developed here, it is possible to extend the interpretation of the sequence of the Parkfield repeaters after the September 2004 M_w6 event already analyzed by [Lengliné et al., 2009], since it provides a way to interpret the parameters of the postseismic transient forcing the asperities in terms of average local frictional strength. In their modeling approach, [Lengliné et al., 2009] assume, in addition to the tectonic loading, a postseismic transient associated with the M_w6 event, generating on each repeating asperity an additional stress of the form $\sigma_{post}(t) = A_0 \ln(1 + t/t_0)$, t being the time since the mainshock, and t_0 the characteristic duration of the postseismic deformation. In our model, this latter term corresponds to $k_a \bar{\delta}(t)$ where k_a is the equivalent stiffness corresponding to the mean elastic interaction between asperity and anti-asperity. Using equation (5.12) along with the condition $t \ll t_r$, $k_a \bar{\delta}(t)$ reduces to :

$$k_a \bar{\delta}(t) \sim k_a v_p t_r \ln \left[1 + e^{\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1} \frac{t}{t_r} \right], \quad (5.25)$$

which is of the same form as the $\sigma_{post}(t)$ term of [Lengliné et al., 2009], provided that :

$$t_0 = t_r e^{-\Delta c_{ff}/A_{eff}\sigma_1}, \quad (5.26)$$

$$A_0 = k_a v_p t_r. \quad (5.27)$$

The new timescale t_0 emerging here is slightly different from t_r : t_0 controls the shape of the Omori decay (or the instantaneous stressing rate) right after the perturbation, whereas t_r indicates the duration of the relaxation process. Furthermore, using the scaling provided by equation (5.16) for k_a , the expression of A_0 becomes approximately :

$$A_0 = \frac{w}{4R} (1 + 2\alpha_0) A_{eff} \sigma_1, \quad (5.28)$$

where α_0 is the non dimensional function of Lamé parameters defined in the first chapter by equation 1.37.

[Lengliné et al., 2009] estimate the mean value of A_0 to be around $(1.4 \pm 0.9) \Delta\tau_a$, $\Delta\tau_a$ being the mean stress drop on Parkfield asperities. Assuming $\Delta\tau_a \sim 3$ MPa, $R \sim 30$ m, $w \sim 3$ km and $\sigma_1 \sim 100$ MPa as relevant orders of magnitudes for these quantities in Parkfield, as shown in the model description section, we end up with a mean value for the local friction parameter of $A = 7 \pm 4.10^{-4}$. Furthermore, in the estimation of [Lengliné et al., 2009], the values of t_0 span almost five orders of magnitudes depending on the repeater analyzed, and they attribute this scattering to an heterogeneous postseismic deformation

along San Andreas fault. However, according to the scaling given by equation (5.26), an alternative interpretation would be to consider the heterogeneous coseismic stress perturbation along the fault. Making use of the same orders of magnitude than previously, and using $A_{eff} = 0.0007$ as a rough estimate of the friction parameter A_{eff} , equation (5.26) leads to t_0 spanning almost 60 orders of magnitudes as Δcff varies between $-2\Delta\tau_a$ and $0.8\Delta\tau_a$ as assumed by [Lengliné et al., 2009]. This is slightly larger than what is inferred by [Lengliné et al., 2009] (t_0 varying approximately from 0.16 to 23 days).

Another explanation of this scattering in the values of t_0 would be an heterogeneity in the average friction parameter A_{eff} . This latter explanation would imply according to the definition of A_{eff} either an heterogeneity in the friction parameters a and b along the fault, or an heterogeneous local density of asperities ρ_a . If we consider a much smaller range in the values of the coseismic stress perturbations Δcff than what is inferred by [Lengliné et al., 2009], varying for instance from $-0.05\Delta\tau_a$ to $0.05\Delta\tau_a$, and a friction parameter ranging between 0.0003 and 0.0011 as estimated previously, we end up with t_0 between 0.2 days and 13 years that is still in agreement with the estimation of [Lengliné et al., 2009]. Thus, even with an underestimation of the coseismic perturbation spatial heterogeneity in Parkfield, the scattering in the values of t_0 could be explained by a distribution of the effective friction parameter A_{eff} that deviates less than 60 percent from the mean value. This scattering in A_{eff} could reflect different local density of asperities, that is different dimensions of the velocity strengthening environments of the asperities along the San Andreas Fault.

In any case, the model presented in this study does not allow to model real repeater sequences because of the unrealistic periodic boundary conditions used. This issue requires to develop further the numerical model in a way that is suggested in the Generalization section of the discussion. Nevertheless, as mentioned in the second section, the periodic case could approximate constantly sliding boundaries if the asperity is weakly sensitive to the ruptures of its replicas, which is achieved for a very sparse distribution of asperities. In order to estimate the maximum spacing of asperities allowing to neglect the effect of the replicas, we consider a set of circular asperities of radius R distributed on a cartesian grid of unit spacing L , experiencing a simultaneous sliding Δu . Each asperity could be considered isolated as long as the rupture of the first neighboring asperity generates a stress perturbation of much smaller amplitude than the stress drop of each asperity. According to [Maruyama, 1964], two neighbouring asperities separated by L generate on each other a stress perturbation τ_n of the order of $\tau_n \sim G\Delta u\pi R^2/L^3$. Similarly, the stress drop $\Delta\tau_a$ on the asperity associated with the slip Δu is of the order of $\Delta\tau_a \sim G\Delta u/R$. From these orders of magnitude, τ_n is a small fraction of $\Delta\tau_a$, and the effect of the replicas is negligible as long as $(R/L)^3 \ll 1$.

5.6.3 Timing of the First Rupture and Long-Term Relaxation

In this study, we were only interested in the long term behavior of the asperity, that is at a timescale longer than the inter-event delay, and therefore, our theory does not explain how a stress perturbation delays or advances the first rupture of an asperity surrounded by creep. As mentioned in the introduction, this problem has been partly addressed by [Perfettini et al., 2003b] and more recently by [Kaneko and Lapusta, 2008] who studied the effect of a Coulomb stress perturbation on the time to failure in two dimensional models of faults that include depth variable friction properties with a transition between velocity weakening and velocity strengthening behavior. The conclusion of [Kaneko and Lapusta, 2008] that creeping segments of the fault might affect the timing of the first rupture on the fault is similar to our model where the extent of creeping surroundings of the asperity influences the long term relaxation of the fault. For that reason, we expect that for $\rho_a < \rho_a^*$, the timing of the first rupture in our model might also be controlled by ρ_a , or more precisely by the average friction parameter A_{eff} .

5.6.4 Stress Step Amplitude

One of the main results highlighted by our simulations is the existence of two distinct regimes of activity in response to a stress perturbation on an asperity surrounded by creep, depending on the ratio between the area occupied by the asperity and the total area of the fault (i.e. the density of asperities). These distinct regimes consist in either an Omori decay for subcritical density of asperities, or a change in a single rupture time for supercritical density of asperities. In this framework, the critical parameter that seems to separate the two possible responses is the ability of the creeping sections of the fault to be destabilized by the rupture of the asperity. However, even if the ruptures of the asperity do not generate destabilizing transients, the onset of an external stress perturbation could temporarily provide the complement of acceleration necessary to reach seismic sliding on the creeping barriers. Two examples of such an intermediate behavior are detailed in figure 5.9 and correspond to simulations 9 and 10 conducted on systems characterized by a ratio ρ_a/ρ_a^* near 1. The effect of a positive stress perturbation in these conditions results in a transient logarithmic evolution of the mean cumulative displacement that is well captured by equation (5.12) as shown in figure 5.9a. However, the relaxation of the seismicity rate detailed in figure 5.9b does not follow equation (5.20). The misfit arises because as shown in figures 5.9c and 5.9d, the first aftershock occurring in the system involve the entire fault plane by destabilizing the creeping barriers and the mean displacement accumulated during this event is at least 5 times larger than the usual slip accumulated during the following events. In these conditions, the proportionality between stressing rate and seismicity rate is no more valid and it is more difficult to derive the seismicity rate from the cumulative displacement on the asperity.

One way to understand such an intermediate behavior is to consider how the critical density of asperities defined in equation (5.9) could be modified by the occurrence of an external stress perturbation. For a matter of simplicity, we consider a shear stress perturbation of amplitude $\Delta\tau > 0$. This stress increase generates an acceleration of the creep so that the sliding velocity instantaneously moves from v_0 to v_1 , where $\ln v_1/v_0 = \Delta\tau/a_s\sigma$. This latter term could be used as a small modification of the $\ln v_{sis}/v_p$ term in the expression of the critical density of asperities (5.9) that quantifies the amount of acceleration necessary to destabilize the system. We end up with the following expression of the modified critical density of asperities ρ_a^{**} that account for the external stress perturbation :

$$\rho_a^{**} = \left[1 + \frac{\Delta\tau_a}{(a-b)_s\sigma (\ln(v_{sis}/v_p) - \Delta\tau/a_s\sigma)} \right]^{-1}. \quad (5.29)$$

From table 5.2, simulations 9 and 10 are conducted on systems characterized by $\rho_a/\rho_a^* < 1$ and $\rho_a/\rho_a^{**} > 1$, and therefore situated in an intermediate range of asperity density allowing major destabilization with the help of an external stress perturbation. As shown in figure 5.9, our theory fails to explain the seismicity generated by such systems.

More generally, we expect that each subcritical system could be destabilized by the onset of a large enough external stress perturbation, which shows that the framework developed in the previous sections is only valid for a limited range of external stress perturbation amplitudes.

5.6.5 Generalization of the Model

Our model could be generalized to the computation of seismicity in response to any kind of Coulomb stress perturbation, using the framework developed by [Perfettini and Avouac, 2004]. To compute the seismicity rate associated with such perturbations, [Perfettini and Avouac, 2004] indeed use a spring block model at steady state that, as we showed above, is perfectly equivalent to what occurs on average for an asperity surrounded by creep, and all the results derived for a spring block model should also apply

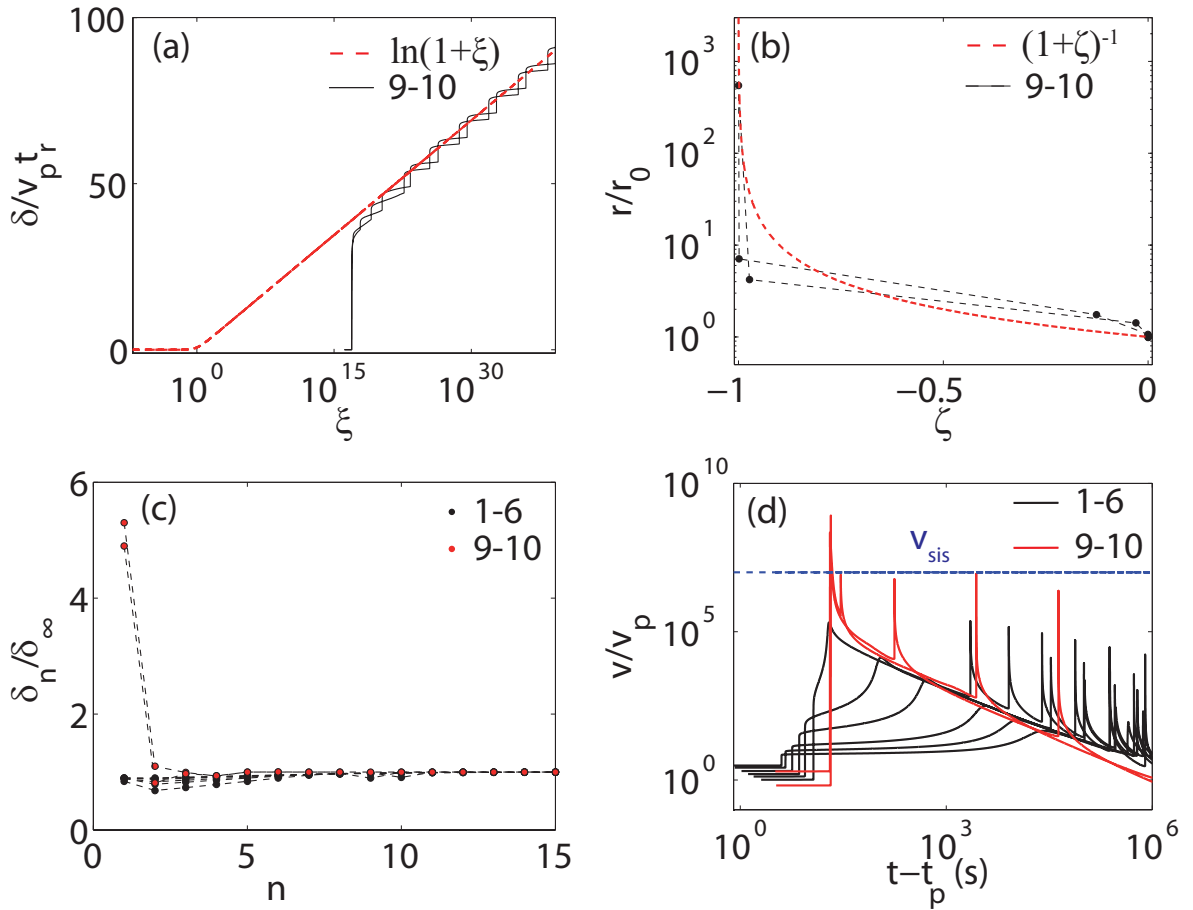


FIGURE 5.9 : (a) and (b) : Same diagrams as in figures 5.8 (a) and (b) for simulations 9 and 10 of table 5.2. (c) : Spatially averaged cumulative displacement δ_n accumulated on the fault during the seismic cycle n following the onset of the stress perturbation, for simulations 1 to 6 (black dots) and 9 to 10 (red dots) of table 5.2. δ_∞ is the value of δ_n in the absence of stress perturbation. (d) : Sliding velocity on a point of the anti-asperity after the stress perturbation, for simulations 1 to 6 (black curves) and 9 to 10 (red curves) of table 5.2. The point considered here is the most distant point from the asperity. t_p indicates the instant of the stress perturbation onset. The blue dashed line indicates the radiative sliding velocity $v_{sis} = 1 \text{ cm.s}^{-1}$.

for the asperity case. Nevertheless, the asperity surrounded by creep could be considered equivalent to a spring-and-slider system with an effective friction parameter A_{eff} only at a timescale larger than its own seismic cycle duration. This means that the results developed by [Perfettini and Avouac, 2004] are only applicable for stress perturbations that evolve with time over a much larger timescale than the period of rupture on the asperity.

One of the assumptions of our study is that the system consisting of an asperity and its creeping surroundings is equivalent to a spring-and-slider system with an effective friction parameter, and therefore, the length-scale characterizing the extent of the creep and asperity system is not present any more in the formulation. Such a length-scale is indeed not necessary to explain the numerical results obtained here, since the simulations were conducted with a periodic geometry that is similar to an infinite fault plane, if the truncation is neglected. However, it could be possible to consider that w is an order of magnitude of this length-scale, since it controls the average stiffness of the fault considered.

An alternative model would be to consider locked boundary conditions, where the creep and asperity system would be confined in a finite region of characteristic size L , with vanishing slip at a distance larger than $L/2$ from the center of the asperity. From appendix D, such boundary conditions would introduce an additional term in the expression of the mean elastic stress on the fault (D.16) that would prevent the fault to follow the imposed motion at $w/2$ when the global steady state is reached. However, the response of the fault to a stress perturbation (D.17) would present the same shape as in the infinite periodic fault (5.12), with a characteristic duration of Omori law controlled by the effective friction parameter A_{eff} (or equivalently by the density of asperities). The characterization of this latter behavior requires more numerical investigations, and for the moment, locked boundary conditions can not be implemented in our numerical model because of periodicity. Nevertheless, it is possible to use approximate locked conditions, by preventing slip on large enough areas between the different images of the fault in the periodic geometry, so that the stressing effect of the multiples on the asperity of interest could be neglected.

Finally, it should be pointed out that the theoretical framework developed in this study relies on the constant seismic cycle shape in the phase diagram during the response to stress perturbations. In a more complex situation involving multiple asperities, the seismic cycle of each source is continuously perturbed by the rupture of the neighboring asperities. Therefore, if the ruptures do not occur in the same order at each seismic cycle, the evolution in the phase diagram is different from what is presented in figures 5.3 and 5.4. This constitutes one of the main limitations of our theoretical approach. However, our model could provide useful insights in the understanding of fault effective friction around isolated and non interacting asperities.

5.6.6 Non Constant Stress Drop

The phase diagram of figure 5.6 showing the evolution of a characteristic point on the asperity after a positive Coulomb stress step indicates that the stress drop on the asperity is not constant during the postseismic relaxation process. Similarly, in figure 5.3, the range of variation of $\ln v/v_p$ and Θ during one seismic cycle right after the stress increase is smaller than in the unperturbed case. This modification evolves to a transient increase of the stress drop back to its background value as the system relaxes to its unperturbed trajectory. This behavior arises from the $\ln v_{max}/v_{min}$ dependence of stress drop proposed by [Tse and Rice, 1986] in a spring-and-slider model. As shown by the results in figure 5.3, the maximum velocity v_{max} reached during each cycle remains constant, but the minimum velocity v_{min} diminishes. Since the mean velocity during one seismic cycle decays like the seismicity rate, it results that the minimum velocity also decays towards its unperturbed value, leading to the observed tendency of the stress drop.

Thus, the stress perturbation promotes a transient modification of the stress drop that relaxes as the mean value of the slip velocity decreases over the timescale t_r . Such a transient modification of the stress drop

that correlates with the increase of recurrence time of earthquakes has already been inferred for repeaters located on the Calaveras fault by [Vidale et al., 1994] and in the laboratory by [Marone, 1998]. In all these studies, the physical reason invoked is the time dependence of healing process on the asperities at low sliding velocity. Since rate-and-state friction accounts for healing through stationary contact, it is not surprising to observe this effect in our numerical simulations.

5.7 Conclusion

By using numerical simulations with a 3D rate-and-state asperity model and theoretical considerations on average frictional resistance, we showed in this study that creep control of aftershock sequences at the scale of a single asperity surrounded by aseismic creep in response to a coseismic stress increase is only possible if the effective mean friction coefficient A_{eff} is positive, or, equivalently, when the asperity density is lower than a critical value. In this frictional regime, the fault segment embedding the asperity is velocity strengthening on average, and its response to a stress perturbation depends on the relative proportion between seismic and aseismic areas, that is on the local density of asperities. These latter results have major implications concerning the understanding of frictional behavior of faults since they allow to infer local effective friction coefficient from the analysis of seismic sequences on isolated repeaters, like in the case of the Parkfield region, but more generally in all multiplet prone areas.

Conclusion

L'étude du modèle conceptuel d'aspérités défini dans le premier chapitre a permis de préciser de quelle manière les propriétés de frottement contrôlent la réponse sismique d'une faille hétérogène dans des cas simples de forçage tectonique. Plus précisément, les concepts équivalents de densité critique d'aspérité et de paramètre de frottement effectif formulés dans les chapitres 3, 4 et 5 permettent d'interpréter une large gamme de régimes d'activité observés en termes de comportement frictionnel moyen. En particulier, deux grandes catégories de régimes de frottement ont été identifiées. Le premier, dit sous-critique, est caractérisé par des propriétés de frottement effectives de type *velocity-strengthening*. Dans ce cas, le comportement de l'ensemble des aspérités est fortement contrôlé par leur environnement asismique. Cela se traduit en particulier dans le cas des sources de multiplets par une durée de cycle sismique déterminée par la dimension de son environnement asismique, et par une réponse à une perturbation de contrainte cosismique sous la forme d'une loi d'Omori dont l'échelle de temps représente encore une fois la proportion locale de matériel sismique et asismique. Le deuxième type de comportement appelé super-critique, correspond à des propriétés de frottement effectives de type *velocity-weakening*. Dans ce cas, le comportement global de la faille est contrôlé par le comportement sismique des aspérités qui induisent des phénomènes de déstabilisation sismique des barrières stables les séparant. Les phénomènes de glissement sur la faille apparaissant dans ces deux cas sont associés à des constantes de temps différentes, et par conséquent, les deux régimes de frottement effectif se traduisent par des régimes d'activité sismique différents.

Ces notions théoriques ont été appliquées au cas de la sismicité de Parkfield entre 1984 et 2007, dont le catalogue nous a été fourni par [Lengliné et al., 2009]. La conclusion principale de la confrontation des données de Parkfield avec les concepts théoriques issus de l'étude numérique des systèmes d'aspérités peut être formulée de la manière suivante : le comportement des multiplets isolés avant et après le séisme de 2004 et les propriétés statistiques générales (loi d'Omori, loi de Gutenberg-Richter, distribution des intervalles de temps successifs) de la sismicité dans la région de Parkfield indiquent un comportement frictionnel effectif sous-critique. Toutefois, comme cela a été montré dans les chapitre 4 et 5, il est difficile à partir de ces observations statistiques générales de déduire un ordre de grandeur des propriétés de frottements caractéristiques au niveau de Parkfield. En effet, le rythme de rupture des multiplets et les distributions statistiques usuelles caractérisant la sismicité reflètent un paramètre effectif qui combine la géométrie, la distribution et les paramètres de frottement des aspérités. Par conséquent, l'incertitude associée à la géométrie des sources se traduit par une incertitude sur les propriétés de frottement.

L'approche développée dans cette étude repose essentiellement sur l'hypothèse selon laquelle le frottement contrôlant l'histoire de glissement sur les failles actives est de type *rate-and-state* [Dieterich, 1979 ; Ruina, 1983], ainsi que sur une modélisation élastique des processus d'interaction. La sismicité synthétique générée a donc une origine purement mécanique, ce qui constitue une approche alternative aux modèles de type ETAS, où la sismicité est générée de manière statistique. Plus précisément, les paramètres utilisés dans un modèle ETAS sont des probabilités de déclenchement mutuel entre deux sources distinctes, le plus souvent estimées sur une base physique. En revanche, les modèles mécaniques utilisent des paramètres de frottement (estimés par exemple en laboratoire). D'après [Utsu et al., 1995], l'une des hypothèses utilisées dans les modèle ETAS [Kagan and Knopoff, 1981, 1987 ; Ogata, 1988]

est que l'effet de deux séismes successifs sur la sismicité générale est identique à la somme des effets de chacun des deux séismes. Dans le cadre d'un modèle mécanique, cette hypothèse se formule de la manière suivante : la sismicité obtenue à l'issue de deux perturbations de contraintes successives sur une population d'aspérités est identique à la somme des effets obtenus séparément par les deux perturbations de contrainte. Cette hypothèse de linéarité contraste avec la réponse non-linéaire d'un patin-ressort subissant un frottement de type *rate-and-state* comme cela est indiqué par les solutions de [Dieterich, 1994]. L'analyse de cette hypothèse peut être menée au premier ordre dans le cadre du modèle de [Dieterich, 1994] dans lequel la sismicité est générée par une population de systèmes patin-ressort n'interagissant pas mécaniquement les uns avec les autres. En effet, [Dieterich, 1994] propose dans ces conditions une expression analytique reliant le taux de sismicité à une histoire quelconque de contrainte. L'hypothèse de linéarité serait alors vérifiée si la solution de cette équation différentielle obtenue dans le cas de deux sauts de contrainte successifs est égale à la somme des solutions obtenues pour deux sauts de contraintes isolés. Il serait intéressant de déterminer la validité de cette hypothèse dans le cadre d'un ensemble d'aspérités séparées par des zones de déformation asismiques et interagissant mécaniquement les unes entre les autres. L'étude numérique de l'effet de deux perturbations successives sur un tel système d'aspérités dans le but de fournir un cadre mécanique alternatif aux modèles ETAS actuellement utilisés constitue l'un des axes de recherches qui pourront à l'avenir compléter les résultats de ce manuscrit.

Au-delà du lien entre modélisation statistique et mécanique de l'activité sismique, l'étude de perturbations de contrainte de formes arbitraires sur des systèmes de faille constitués d'aspérités interagissant les unes entre les autres et avec leur environnement asismique permettrait d'étendre la compréhension des régimes de sismicité observés notamment dans le cadre de la sismicité induite par des injections transitoires de fluide [Bourouis and Bernard, 2007 ; Bourouis and Cornet, 2009] ou de magma [Hayashi and Morita, 2003], ainsi que dans des contextes de forçage asismique par des séismes lents [Segall et al., 2006]. Cela permettrait en outre d'étudier le déclenchement de séismes sous l'effet de variations de contrainte dynamique induites par le passage d'ondes de surface. De nombreux auteurs ont abordé le problème de la réponse frictionnelle d'une faille *rate-and-state* à des perturbations de contrainte variées, en utilisant entre autres des modèles de patin-ressort [Dieterich, 1994 ; Gombert et al., 1998, 2000] mais également à partir de modèles continus à deux dimensions couplant une aspérité sismique à son environnement asismique [Perfettini et al., 2003a,b ; Kaneko and Lapusta, 2008], ou de modèles continus à trois dimensions dans lesquels les propriétés de frottement sont uniformément *velocity-strengthening* [Perfettini and Ampuero, 2008]. Toutefois, la plupart de ces études ne prennent pas en compte la possibilité que plusieurs aspérités coexistent sur un même faille et interagissent mécaniquement. De plus, la problématique des perturbations de chargement n'a pas été abordée en détail par les autres tentatives de modélisation de systèmes multi-aspérités [Kato, 2007 ; Ariyoshi et al., 2012].

Enfin, dans leur étude des trémors non-volcaniques au niveau de la zone de subduction japonaise, [Shelly et al., 2007] indique que ces événements sont probablement dus à un processus de frottement le long de l'interface de subduction. De plus, l'activité des trémors est de manière générale associée à des épisodes de séismes lents, c'est-à-dire à des processus de déformation asismique [Obara et al., 2004]. Certains auteurs ont également proposé l'idée selon laquelle une grande partie des trémors non volcaniques observés dans la zone de subduction des Cascades ont pour origine la rupture d'aspérités isolées [Ghosh et al., 2012]. Dans cette perspective, l'approche numérique utilisée ici permet l'étude des problématiques relatives à l'interaction et au déclenchement des trémors, dans la mesure où la source de ces derniers pourrait être modélisée par des aspérités infra-critiques, c'est à dire ne développant jamais d'instabilité complète de glissement. Une troisième perspective de recherche à l'issue de ce travail serait donc l'étude de l'influence de la distribution des aspérités sur la mise en place et la propagation des phénomènes de trémor non-volcanique dans les zones de subduction, afin de déterminer si des régimes de frottement peuvent être déduits de l'observation de ces processus.

Annexe A

Maximum value of the sum I_N

In order to derive an expression for the upper bound of I_N defined by expression (1.70), we first simplify the expression of the sum by taking into account the symmetry of the terms of the series, so that :

$$I_N = 4 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{i^2}{(i^2 + j^2)^{5/2}}. \quad (\text{A.1})$$

Then, remarking that :

$$\forall (i, j) \in \{1, \dots, N\}^2, \frac{i^2}{(i^2 + j^2)^{5/2}} < \frac{1}{(i^2 + j^2)^{3/2}}, \quad (\text{A.2})$$

we have : $I_N < 4J_N$, where J_N is defined by :

$$J_N = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{1}{(i^2 + j^2)^{3/2}}. \quad (\text{A.3})$$

This latter sum could be compared to the integral of the function $h(x, y) = (x^2 + y^2)^{-3/2}$. Thus, we obtain :

$$0 < \lim_{N \rightarrow +\infty} I_N < \lim_{N \rightarrow +\infty} J_N < \frac{1}{2\sqrt{2}} + \int_1^{+\infty} \int_1^{+\infty} h(x, y) dx dy. \quad (\text{A.4})$$

Carrying out the integration of the function h , we end up with :

$$0 < \lim_{N \rightarrow +\infty} I_N < 2 - \frac{3}{2\sqrt{2}}. \quad (\text{A.5})$$

Since I_N is a sum of strictly positive terms, the latter expression provides for any value of N an upper bound of the sum I_N .

Annexe B

Patin-ressort « rate-and-state »

Dans cette annexe, un certain nombre de résultats théoriques sur le comportement d'un système patin-ressort subissant un chargement à taux constant et un frottement de type « rate-and-state » sont rappelés. Le comportement de ce type de système a été étudié dans un grand nombre d'études antérieures, en particulier dans celles de [Ruina, 1983 ; Rice, 1983 ; Rice and Ruina, 1983 ; Gu et al., 1984 ; Dieterich, 1992, 1994 ; Ranjith and Rice, 1999 ; Perfettini and Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009]. Il ne s'agit pas ici de reprendre l'ensemble des résultats et des preuves détaillées par ces auteurs. Au contraire, nous ne nous attacherons à présenter que les résultats nécessaires à la compréhension des phénomènes apparaissant dans le milieu continu modélisé dans cette étude. En particulier, la faille étudiée dans la première partie du chapitre 2 peut être considérée comme un système patin-ressort caractérisé par un raideur k de l'ordre de $\mu/w = 10^7 \text{ Pa.m}^{-1}$ et par des paramètres de frottement $b \sim 5e-3$ et $|a-b| \sim 4e-3$, de telle sorte que $k/k_b \ll 1$ et $k/|k_c| < 1$. De la même manière, des aspérités de taille caractéristiques $R \sim 30 \text{ m}$ peuvent dans certains cas limite être assimilées à des patin-ressort de type velocity-weakening de raideur $k \sim \mu/R = 10^9 \text{ Pa.m}^{-1}$ vérifiant ainsi $k/k_b < 1$ et $k/|k_c| < 1$. Enfin, une partie du comportement des anti-aspérités est au premier ordre décrit par celui d'un patin-ressort de type velocity-strengthening vérifiant encore une fois $k/k_b < 1$ et $k/|k_c| < 1$. Par conséquent, nous n'étudierons ici que le comportement du patin-ressort dans le cas où $k/k_b \ll 1$ et $k < |k_c|$, qu'il soit de type velocity-weakening ou velocity-strengthening. Dans un premier temps, la déstabilisation de l'état stationnaire du patin par une perturbation positive de contrainte sera traité : les résultats correspondants sont utilisés dans la première partie du chapitre 2 et dans la description du cycle sismique présentée dans le chapitre 3. Dans un deuxième temps nous présentons quelques résultats permettant de comprendre l'évolution du patin-ressort de type velocity-weakening à contrainte constante, ce qui constitue un modèle de premier ordre pour la phase postsismique du cycle de l'aspérité comme cela est détaillé dans le chapitre 3. Pour cela, nous nous inspirerons largement dans cette annexe des travaux de [Dieterich, 1992, 1994 ; Perfettini and Ampuero, 2008 ; Helmstetter and Shaw, 2009].

B.1 Réponse à une perturbation de contrainte positive

Dans notre étude de la réactivité à un saut de contrainte $\Delta\tau$, nous ne nous intéresserons qu'à la partie non sismique du glissement, c'est à dire au régime dans lequel le terme d'amortissement peut être négligé. D'après [Rubin and Ampuero, 2005], ce dernier est négligeable devant l'effet direct du frottement rate-and-state tant que la vitesse de glissement est inférieure à $v_{dyn} = a\sigma/\eta$. En ce sens, le système patin-ressort considéré est quasi-statique. D'autre part, les solutions analytiques présentées ici sont obtenues dans le cas où la loi d'évolution de θ est l'aging law.

Supposons que le patin glisse initialement à l'état stationnaire à la vitesse v_p , de telle sorte que $v(t =$

$0^-) = v_p$ et $\theta(t = 0^-) = d_c/v_p$. En $t = 0^+$, il subit une perturbation de contrainte $\Delta\tau$ qui se traduit par une accélération instantanée du système, à θ constant, de telle sorte que l'on a :

$$\begin{cases} v(t = 0^+) = v_0 = v_p e^{\Delta\tau/a\sigma} \\ \theta(t = 0^+) = \theta_0 = \frac{d_c}{v_p} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

En raison du signe de la perturbation de contrainte, le système se retrouve en $t = 0^+$ au dessus de l'état stationnaire. En effet, d'après [Rubin and Ampuero, 2005], l'écart du système par rapport à l'état stationnaire peut être caractérisé par la variable Ω définie de la manière suivante :

$$\Omega = \frac{v\theta}{d_c}. \quad (\text{B.2})$$

D'après les lois d'évolution de θ (1.8) et (1.9), l'état stationnaire du système $\dot{\theta} = 0$ est alors défini par $\Omega = 1$. D'après l'expression de v_0 et de θ_0 , la perturbation de contrainte initiale propulse donc le système dans un état où $\Omega > 1$. Dans de telles conditions, [Dieterich, 1992] propose de simplifier l'aging law de la manière suivante :

$$\dot{\theta} \sim -\frac{v\theta}{d_c}. \quad (\text{B.3})$$

Cette dernière équation permet alors d'obtenir la relation suivante entre θ et déplacement cumulé δ :

$$\theta(\delta) = \theta_0 e^{-\delta/d_c}, \quad (\text{B.4})$$

qui, une fois introduite dans l'expression de la contrainte de frottement (1.7), permet de réécrire l'équilibre quasi-statique du patin de la manière suivante :

$$a\sigma \ln \frac{\dot{\delta}(t)}{v_p} - k_b \delta(t) = -k [\delta(t) - v_p t] + \Delta\tau, \quad (\text{B.5})$$

où le membre de gauche correspond à la contrainte de frottement, et le membre de droite la contrainte élastique quasi-statique agissant sur le patin. Cette dernière équation s'intègre en temps pour obtenir une expression de la vitesse de glissement sous la forme :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{v}{v_p}(t) &= \frac{v_0}{v_p} [(1 - \varsigma) e^{-t/t_a} + \varsigma]^{-1}, & \text{si } v_p \neq 0 \\ \frac{v}{v_p}(t) &= \frac{v_0}{v_p} \left(1 - \frac{t}{t_1}\right)^{-1}, & \text{si } v_p = 0 \end{aligned}} \quad (\text{B.6})$$

où la constante ς et les temps caractéristique t_a et t_1 sont donnés par :

$$\varsigma = \left(1 - \frac{k_b}{k}\right) \frac{v_0}{v_p} \sim \frac{-k_b v_0}{k v_p}, \quad \text{si } k \ll k_b \quad (\text{B.7})$$

$$t_a = \frac{a\sigma}{k v_p}, \quad (\text{B.8})$$

$$t_1 = \frac{a\sigma}{(k_b - k)v_0} \sim \frac{a\sigma}{k_b v_0}, \quad \text{si } k \ll k_b \quad (\text{B.9})$$

Les paramètres utilisés dans cette étude vérifient en général $k_b \gg k$, ce qui permet d'obtenir $\varsigma < 0$ et $t_1 > 0$. Dans ces conditions, le glissement accélère et l'expression B.6 présente une singularité pour $t = t_i$, où t_i est donné par :

$$t_i = t_a \ln \left(1 - \frac{1}{\varsigma} \right), \quad \text{si } v_p \neq 0 \quad (\text{B.10})$$

$$t_i = t_1, \quad \text{si } v_p = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$(\text{B.12})$$

L'expression de la vitesse de glissement B.6 permet en outre de déterminer l'évolution de la variable Ω . En effet, d'après [Perfettini and Ampuero, 2008], en utilisant la définition de Ω (B.2) d'une part et l'expression de l'équilibre quasi-statique du patin-ressort (B.5) d'autre part, nous arrivons à :

$$\frac{\dot{\Omega}}{\Omega}(t) = \frac{\dot{v}}{v}(t) + \frac{\dot{\theta}}{\theta}(t) = \frac{k_c}{k_b} \frac{\dot{v}}{v}(t) - \frac{k}{k_b d_c} [v(t) - v_p]. \quad (\text{B.13})$$

Cette dernière expression peut être intégrée en temps et l'on obtient alors, après utilisation des expressions (B.6) :

$$\begin{aligned} \frac{\Omega}{\Omega_0}(t) &= \left[\frac{v}{v_0}(t) \right]^{\phi_0} \left[\frac{1 - \varsigma}{v_0/v(t) - \varsigma} \right]^{\phi_1} \sim \left[\frac{v}{v_0}(t) \right]^{\phi_0} \left[\frac{k v_p / k_b v_0 + 1}{k v_p / k_b v(t) + 1} \right]^{\phi_1}, \quad \text{si } v_p \neq 0 \\ \frac{\Omega}{\Omega_0}(t) &= \left[\frac{v}{v_0}(t) \right]^{\phi_0}, \quad \text{si } v_p = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

où $\Omega_0 = v_0/v_p$ est la valeur initiale de la variable Ω , et les constantes ϕ_0 et ϕ_1 sont données par :

$$\phi_0 = \frac{k - k_c}{k - k_b} \quad (\text{B.15})$$

$$\phi_1 = \frac{k_c - k_b}{k - k_b}. \quad (\text{B.16})$$

Le deuxième terme du membre de droite dans l'expression (B.14) pour $v_p \neq 0$ est de l'ordre de 1 lorsque $v > v_p$ et $k \ll k_b$, de sorte que l'évolution de Ω devient :

$$\frac{\Omega}{\Omega_0}(t) \sim \left[\frac{v}{v_0}(t) \right]^{\phi_0}, \quad \text{si } k \ll k_b \text{ et } v \gg v_p \quad (\text{B.17})$$

La conséquence directe de l'expression (B.17) est que le système subissant une accélération, le régime $\Omega \gg 1$ ne perdure que si $\phi_0 > 0$, c'est à dire $k < k_c$, aboutissant à une singularité de la vitesse de glissement. En revanche, si $k > k_c$, Ω n'est plus une fonction strictement croissante de t , et l'hypothèse $\Omega > 1$ peut ne plus devenir valable. et l'accélération n'est plus correctement décrite par la relation B.6 lorsque $\Omega \sim 1$. Dans la suite, les deux cas limites $k < k_c$ et $k_b > k > k_c$ sont successivement traités.

B.1.1 $k < k_c < k_b$: réactivité d'une faille « velocity-weakening » uniforme

Dans ces conditions, Ω augmente au cours de l'accélération du patin et le système reste très au dessus de l'état stationnaire. L'expression B.6 décrit donc correctement l'accélération du patin jusqu'à $t = t_i$ où t_i est donné par l'expression (B.12).

B.1.2 $k_c < k < k_b$: réactivité de l'anti-aspérité « velocity-strengthening »

Dans ce cas, l'expression (B.6) reste valable tant que $\Omega > 1$, et pendant cette période le patin accélère. En revanche l'instabilité ne peut se développer entièrement car Ω diminue, et la vitesse maximale v_{max} est atteinte lorsque $\Omega = 1$. D'après l'expression (B.17) évaluée en $\Omega = 1$, pour $k \ll k_b$, v_{max} est donnée par :

$$\frac{v_{max}}{v_p} \sim \left[\frac{v_0}{v_p} \right]^{1-1/\phi_0}. \quad (\text{B.18})$$

De plus, d'après l'expression (B.6) et la condition $v_{max} \gg v_p$, v_{max} est approximativement atteinte en $t_{max} = t_1$. Dans le cas particulier où le frottement est de type velocity-strengthening et $|k_c| \gg k$, [Perfettini and Ampuero, 2008] simplifient l'expression de v_{max} en considérant que $\phi_0 \sim k_c/k_b$. Il en résulte que :

$$v_{max} \simeq v_p \exp \left[\frac{\Delta\tau}{(a-b)\sigma} \right] \quad (\text{B.19})$$

$$t_{max} \simeq \frac{a}{b} \frac{d_c}{v_p} \exp \left[-\frac{\Delta\tau}{a\sigma} \right] \quad (\text{B.20})$$

Dans ce même cas particulier où le frottement est de type velocity-strengthening, [Perfettini and Ampuero, 2008] montrent qu'il est possible de déterminer une forme analytique de la vitesse de glissement. A partir de l'instant t_{max} , [Perfettini and Ampuero, 2008] démontrent en effet que $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$ sont proches de 0, de sorte que le patin reste approximativement dans un état stationnaire, et la contrainte de frottement subie par le patin est donnée par l'expression (1.10). L'équilibre quasi-statique devient alors, pour tout $t > t_{max}$:

$$(a-b)\sigma \ln \frac{\delta}{v_p}(t) = -k[\delta(t) - v_p t] + \Delta\tau. \quad (\text{B.21})$$

cette dernière équation peut s'intégrer en temps pour obtenir une expression du déplacement cumulé et de la vitesse de glissement. En considérant que $\delta(t = t_{max}) \sim v_{max}$, l'évolution de v est alors donnée par :

$$\boxed{\frac{v}{v_p}(t) = \frac{v_{max}}{v_p} \left[\left(1 - \frac{v_{max}}{v_p} \right) e^{-(t-t_{max})/t_{r0}} + \frac{v_{max}}{v_p} \right]^{-1}}, \quad (\text{B.22})$$

où t_{r0} est la constante de temps définie lorsque $a - b > 0$ par :

$$t_{r0} = \frac{(a-b)\sigma}{k v_p}. \quad (\text{B.23})$$

Notons que la relaxation du patin au delà de t_{max} telle qu'elle est décrite par l'équation B.22 est également valable dans le cas où la loi d'évolution de θ est la slip-law. En effet, les deux lois d'évolution sont asymptotiquement similaire autour de l'état stationnaire.

Ce type de système patin-ressort évoluant à l'état stationnaire fournit en outre un modèle de premier ordre permettant de comprendre la relaxation post-sismique de l'anti-aspérité décrite dans le chapitre 3 de ce manuscrit. Comme cela est mentionné dans le texte principal (partie 3.5 du chapitre 3), [Kaneko et al., 2010] propose en effet d'assimiler l'anti-aspérité à un patin-ressort de type « velocity-strengthening » relié d'une part à l'aspérité immobile par un ressort de raideur k_w et d'autre part à un point de chargement se déplaçant à la vitesse v_p par un autre ressort de raideur k , comme cela est montré sur la figure S3 de [Kaneko et al., 2010]. Dans ces conditions, l'équilibre entre contrainte de frottement stationnaire et contrainte élastique s'écrit de la manière suivante :

$$(a - b)\sigma \ln \frac{\dot{\delta}}{v_p}(t) = -k [\delta(t) - v_p t] - k_w \delta + \Delta\tau, \quad (\text{B.24})$$

où δ désigne le déplacement cumulé du patin (anti-aspérité). Cette dernière relation, une fois intégrée en temps donne :

$$\delta(t) = v_f t_r \ln \left[1 + \frac{v_{max}}{v_f} \left(e^{t/t_{r0}} - 1 \right) \right], \quad (\text{B.25})$$

pour le déplacement cumulé, ainsi que l'expression suivante de la vitesse de glissement :

$$\frac{v}{v_{max}}(t) = \left[\left(1 - \frac{v_{max}}{v_f} \right) e^{-(t-t_{max})/t_{r0}} + \frac{v_{max}}{v_f} \right]^{-1}, \quad (\text{B.26})$$

où v_f est la vitesse caractéristique donnée par :

$$v_f = \frac{v_p}{1 + k_w/k}. \quad (\text{B.27})$$

B.2 Évolution du patin-ressort à contrainte constante $\Omega \ll 1$

Dans cette partie, nous présentons l'évolution de la vitesse de glissement du patin lorsque la contrainte élastique est approximativement constante, et lorsque le système est très en dessous de l'état stationnaire. Nous présentons ici la solution obtenue par [Helmstetter and Shaw, 2009] dans le cas de l'« aging-law ». Ce modèle est utilisé dans le chapitre 3 pour expliquer au premier ordre la première phase de relaxation postsismique au niveau d'une aspérité. Cette première phase est en effet caractérisée par un taux de chargement élastique négligeable et une vitesse de glissement telle que $\Omega \ll 1$. Ces conditions restent vraies tant que le taux de chargement élastique $\dot{\tau}_e$ est négligeable devant le taux d'évolution de Θ , ou plus exactement lorsque :

$$\frac{b\sigma|\dot{\Theta}|}{|\dot{\tau}_e|} \gg 1. \quad (\text{B.28})$$

Lorsque la contrainte élastique est constante, l'équilibre quasi-statique du patin-ressort peut s'écrire de la manière suivante :

$$a\sigma \frac{\dot{v}}{v} + b\sigma \frac{\dot{\theta}}{\theta} = 0. \quad (\text{B.29})$$

D'autre part, si $\Omega \ll 1$, l'« aging-law » devient :

$$\dot{\theta} \sim 1, \quad (\text{B.30})$$

de sorte que la variable θ augmente linéairement de la manière suivante :

$$\theta(t) = \theta_0 + t, \quad (\text{B.31})$$

où θ_0 est la valeur initiale de θ . Pour un système initialement à l'état stationnaire caractérisé par une vitesse v_0 on a $\theta_0 = d_c/v_0$. Par conséquent, il est possible d'intégrer l'expression (B.29) pour obtenir :

$$\boxed{\frac{v}{v_0}(t) = \left(1 + \frac{t}{\theta_0}\right)^{-b/a}} \quad (\text{B.32})$$

Annexe C

Critical Density of Asperities Allowing Unstable Slip of the Strengthening Barriers

In this section, we focus on the case of a fault containing both velocity weakening asperities and velocity strengthening areas, and we derive the critical proportion of velocity weakening material (or critical density of asperities) allowing seismic events that rupture dynamically the entire fault. The necessary condition for such events to occur is to make creeping segments accelerate up to seismic velocities. Furthermore, we have observed in our simulations that such acceleration occurs when the density of velocity weakening asperities is large enough on the fault. Therefore, we want to find the minimum density of asperities allowing acceleration.

Starting from the velocity-strengthening spring-block, [Perfettini and Ampuero, 2008] showed that a velocity-strengthening fault subjected to a positive stress perturbation $\Delta\tau_s$ affecting an area much larger than L_b will undergo a creep transient that first accelerates, then relaxes to the background loading velocity. The fault, if obeying aging state evolution law, initially creeping at v_p , reaches after acceleration the maximum sliding velocity v_{max} given by :

$$v_{max} = v_p \exp \left[\frac{\Delta\tau_s}{(a-b)_s \sigma} \right]. \quad (\text{C.1})$$

Considering that velocity strengthening barriers between asperities creeping at v_p roughly behave like the spring-block in response to a stress perturbation, we deduce from equation (C.1) that the creeping portions of the fault will accelerate towards the seismic velocity v_{sis} if the coseismic stress perturbation $\Delta\tau_s$ associated with the rupture of the asperities is on average larger than $\Delta\tau_s^*$ given by :

$$\Delta\tau_s^* = (a-b)_s \sigma \ln \frac{v_{sis}}{v_p}. \quad (\text{C.2})$$

Therefore, equation (C.2) provides the critical average stress perturbation allowing the seismic rupture of velocity strengthening segments. This critical threshold depends on the steady-state velocity-strengthening friction parameter $(a-b)_s$, and equation (C.2) could be written in a different way :

$$(a-b)_s^* = \frac{\Delta\tau_s}{\sigma \ln (v_{sis}/v_p)}, \quad (\text{C.3})$$

showing that for some level of stress perturbation $\Delta\tau_s$, there is a critical value of $(a-b)_s$ called $(a-b)_s^*$ allowing large acceleration to develop in velocity strengthening segments. In a second time, we need to estimate the link between $\Delta\tau_s$ and the average stress drop on asperities $\Delta\tau_a$. To do that, we use the result first derived by [Zheng and Rice, 1998] in the elastodynamic case and further used by [Kaneko et al., 2010] to develop their condition allowing a seismic rupture to propagate through a velocity strengthening barrier. According to the expression of quasi-dynamic stress (4.8), the stress on the fault plane is of the form :

$$\tau(\mathbf{x}, t) = \tau^* + f(\mathbf{x}, t) - \eta v(\mathbf{x}, t), \quad (\text{C.4})$$

where τ^* is the stress acting on the fault in the absence of displacement, f represents the effect of elastic interactions at point $\mathbf{x} = (x, y)$ and time t due to differential slip on the fault, and ηv is the radiation damping term. Following the derivation of [Zheng and Rice, 1998] and [Geubelle and Rice, 1995] in the elastodynamic case, it could be shown that in the case of static interactions, the integral of f over the entire fault surface S vanishes. Therefore, integrating equation (C.4) leads to the following property :

$$\int \int_S [\tau(\mathbf{x}, t) - \tau^*] dS - \eta \int \int_S v(\mathbf{x}, t) = 0. \quad (\text{C.5})$$

According to [Kaneko et al., 2010], as long as the sliding velocity is small enough, the second term in (C.5) can be neglected. Assuming that this is the case before and after a seismic event, we end up with the following equality :

$$\int \int_S [\tau_{af} - \tau_{be}] dS = \int \int_{S_a} [\tau_{af} - \tau_{be}] dS + \int \int_{S_s} [\tau_{af} - \tau_{be}] dS = 0 \quad (\text{C.6})$$

where τ_{af} and τ_{be} respectively refer to the shear stress after and before the earthquake, S_a is the velocity weakening area (asperities), and S_s is the velocity strengthening area. This last result indicates that the stress drop integrated over the velocity weakening asperities balances the stress perturbation integrated over the velocity strengthening area. Considering the average stress variations, equation (C.6) leads to :

$$S_a \Delta\tau_a = S_s \Delta\tau_s = (S - S_a) \Delta\tau_s, \quad (\text{C.7})$$

where $\Delta\tau_a$ is the mean value of the stress drop $\tau_{be} - \tau_{af}$ on one asperity, $\Delta\tau_s$ is the average stress increase $\tau_{af} - \tau_{be}$ over the velocity strengthening area, and S is the total area of the fault. The ratio of velocity weakening area S_a over total area S is the density of asperity ρ_a as defined by equation (4.15), and we end up with the following relation between $\Delta\tau_s$ and $\Delta\tau_a$:

$$\Delta\tau_s = \frac{\rho_a}{1 - \rho_a} \Delta\tau_a. \quad (\text{C.8})$$

In our derivation of (C.7) and (C.8), we have assumed that all the asperities have ruptured, and therefore, $\Delta\tau_s$ is the maximum average stress perturbation that could experience the strengthening barriers on the fault. Re-injecting equation (C.8) into (C.3) leads to the following expression of $(a-b)_s^*$, as a function of the density of asperity :

$$(a-b)_s^* = \frac{\Delta\tau_a}{\sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \frac{\rho_a}{1 - \rho_a}. \quad (\text{C.9})$$

Annexe C. Critical Density of Asperities Allowing Unstable Slip of the Strengthening Barriers165

One could rearrange equation (C.9), to get, for a given stress drop $\Delta\tau_a$ on the asperities and a given friction parameter $(a - b)_s$ the critical density of asperities ρ_a^* allowing dynamic rupturing of the stable strengthening segments. Thus, from equation (C.9) we have :

$$\rho_a^* = \left[1 + \frac{\Delta\tau_a}{(a - b)_s \sigma \ln(v_{sis}/v_p)} \right]^{-1}. \quad (C.10)$$

If we relax the assumption that the ruptures of all the asperities contribute to $\Delta\tau_s$, we end up with a smaller mean stress perturbation on the strengthening segments of the fault, and the transition between the two regimes occurs at a lower $(a - b)_s^*$ for a given density of asperity. Therefore, we expect to have as many destabilizing transitions as asperities on the fault : the most unstable regime would appear for a value of $(a - b)_s$ small enough to allow the rupture of a single asperity to destabilize the entire fault. In this framework, equations (C.9) and (C.10) indicate the first global destabilization that occurs in a multiple asperity system that evolves in the $((a - b)_s, \rho_a)$ space from a stable situation with an independent regime of seismicity.

Annexe D

Post Seismic Sliding of an Asperity Surrounded by Creep

D.1 Effective friction

In this section, we derive an analytical expression for the evolution of the mean post-seismic cumulative displacement on an asperity surrounded by stable creep in response to a coseismic Coulomb stress step Δcff . The system is characterized by a density of asperities ρ_a defined as the ratio between velocity weakening ($(a - b)_w < 0$) and velocity strengthening area ($(a - b)_s > 0$) on the fault. After the stress step, aftershocks will occur on the asperity and we define t_n as the timing of earthquake n . Furthermore, we call T_n the time delay between earthquake n and $n + 1$, and we define a non dimensional parameter ω that corresponds to the percentage of one seismic cycle. Thus y is given by :

$$\omega = \frac{t - t_n}{T_n}, \quad (\text{D.1})$$

where t is the time after the stress perturbation. In order to simplify the notations used in the following developments, we will write the quantities averaged in time over the seismic cycle n with an over-bar and a subscript n , and the quantities averaged in space over the entire fault plane with the average symbol. For instance, the different average values of the function $f(\mathbf{x}, t)$ that both depend on position \mathbf{x} along the fault and time t will be defined by :

$$\bar{f}_n = \frac{1}{T_n} \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(\mathbf{x}, t) dt,$$
$$\langle f \rangle = \frac{1}{S} \int_S f(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x},$$

where S denotes the area of the fault.

In the following, we will consider that the entire fault segment behaves like a spring-block system forced at a constant rate v_p , and undergoing rate-and-state friction. On each point of the fault, the frictional strength $\tau(\mathbf{x}, t)$ depends on the sliding velocity v and the state variable Θ as given by the rate-and-state friction law (5.1). The evolution of v and Θ after a positive stress perturbation are represented in figures D.1a and D.1d respectively. As suggested by the trajectories of the system in the phase diagrams of figures 5.3 and 5.4, the relaxation of v and Θ are also presented in a re-scaled way in figures D.1b, D.1c, D.1e and D.1f, and from these latter plots, it appears that their evolution is well described by a single periodic function (ν or ϑ) that is modulated by a slow varying function that relaxes towards a constant shape, leading to the Omori law for the number of aftershocks on the asperity. In order to separate

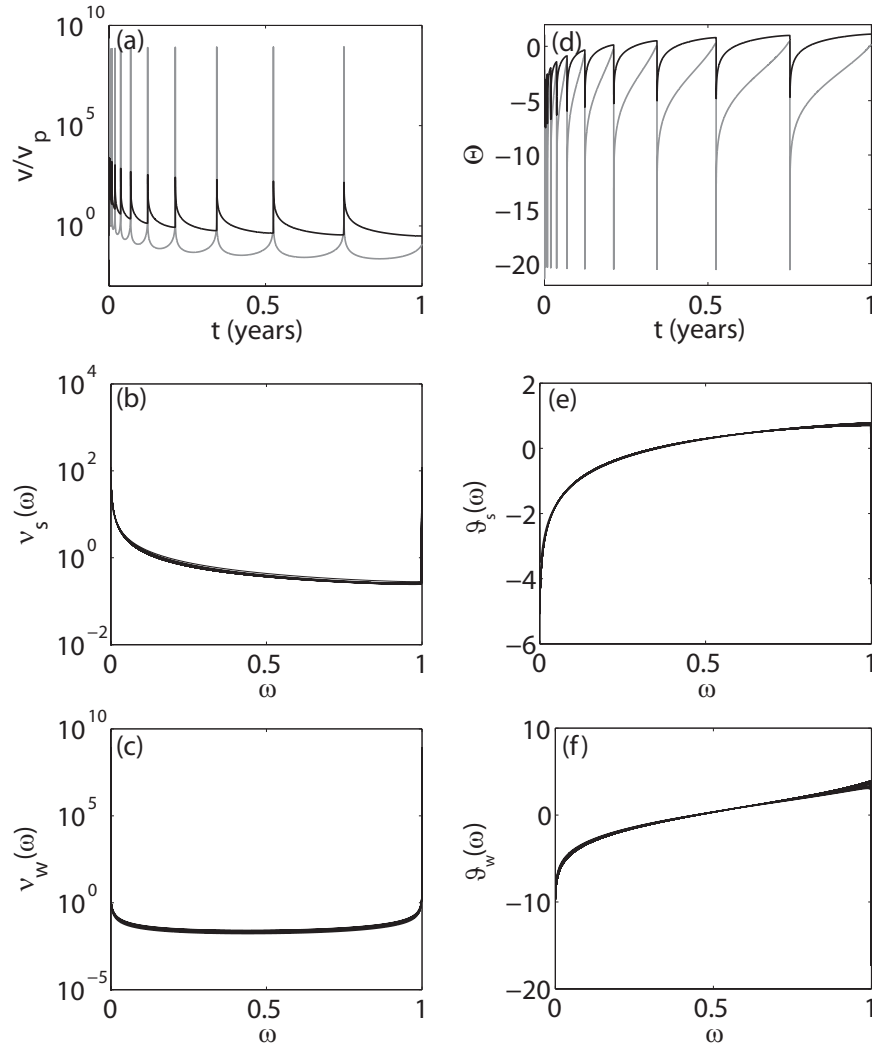


FIGURE D.1 : Sliding velocity v and state variable Θ after a positive Coulomb stress perturbation. (a) : Velocity as a function of time t since the stress perturbation at the center of the asperity (gray) and on the anti-asperity (black). (b) : Normalized sliding velocity $\nu_w = v/\bar{v}_n$ at the center of the asperity, where \bar{v}_n is the mean velocity during seismic cycle n as a function of percentage ω of seismic cycle n . (c) : Normalized sliding velocity ν_s on a point of the anti-asperity. The normalization is the same as in figure (b). (d) : State variable as a function of time since the stress perturbation. The colors have the same meaning than in figure (a). (e) : Difference between state variable and mean value of the state variable $\bar{\Theta}_n$ during seismic cycle n ($\vartheta_w = \Theta - \bar{\Theta}_n$) as a function of percentage ω of seismic cycle n , at the center of the asperity. (f) : same diagram as (e) but for a point on the anti-asperity, as indicated by the subscript s in ϑ_s . These results are obtained for a density of asperities $\rho_a = 0.3$, and a stress perturbation $\Delta cff = 0.8$ MPa.

the long term evolution of the mean level from the periodic component, we will use the normalization presented in figure D.1 by assuming a sliding velocity and a state variable of the form :

$$\begin{cases} v(\mathbf{x}, t) &= \bar{v}_n \nu(\mathbf{x}, \omega) \\ \Theta(\mathbf{x}, t) &= \bar{\Theta}_n(\mathbf{x}) + \vartheta(\mathbf{x}, \omega). \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

Here we consider that \bar{v}_n and $\bar{\Theta}_n$ are constant between t_n and t_{n+1} , but evolve from one cycle to another and thus depend on n . Furthermore, \bar{v}_n does not depend on \mathbf{x} , because otherwise the fault would accumulate stress from one cycle to another. The spatial variability and the temporal evolution at the timescale of the seismic cycle n are taken into account by the periodic functions ν and ϑ which correspond to the functions plotted in figure D.1. From the definition of \bar{v}_n and $\bar{\Theta}_n$, we have :

$$\bar{\nu} = 1, \bar{\vartheta} = 0.$$

Re-injecting (D.2) into the expression (5.1) of the rate-and-state frictional strength and averaging the result over the seismic cycle n we get :

$$\bar{\tau}_n(\mathbf{x}) = \mu_0 \sigma_1 + a(\mathbf{x}) \sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + a(\mathbf{x}) \sigma_1 C_0(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x}) \sigma_1 \bar{\Theta}_n(\mathbf{x}),$$

where σ_1 is the normal stress right after the perturbation, and C_0 is a constant given by :

$$C_0(\mathbf{x}) = \ln \bar{\nu}_n = \int_0^1 \ln [\nu(\mathbf{x}, \omega)] d\omega,$$

Similarly, making use of (D.2) into the state evolution law (5.2) between t_n and t_{n+1} , and assuming constant normal stress leads to :

$$\dot{\Theta} = \frac{1}{T_n} \dot{\vartheta} = -\frac{\bar{v}_n \nu}{d_c} \left[\bar{\Theta}_n(\mathbf{x}) + \vartheta + \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \ln \nu \right].$$

Furthermore, since ϑ is periodic, the mean value of $\dot{\vartheta}$ over a cycle vanishes and we get, after averaging :

$$\bar{\Theta}_n(\mathbf{x}) = -\ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} - C_1(\mathbf{x}) - C_2(\mathbf{x}), \quad (\text{D.3})$$

where C_1 and C_2 are given by :

$$C_1(\mathbf{x}) = \int_0^1 \nu(\mathbf{x}, \omega) \ln [\nu(\mathbf{x}, \omega)] d\omega,$$

$$C_2(\mathbf{x}) = \int_0^1 \nu(\mathbf{x}, \omega) \vartheta(\mathbf{x}, \omega) d\omega.$$

Note that expression (D.3) also holds for the aging law. Making use of the separable solution (D.2) indeed leads to :

$$\dot{\Theta} = \frac{1}{T_n} \dot{\vartheta} = \frac{v_p}{d_c} e^{-\bar{\Theta}_n - \vartheta} - \frac{\bar{v}_n \nu}{d_c}.$$

After simplification and averaging, this latter expression becomes :

$$\bar{\Theta}_n(\mathbf{x}) = -\ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \ln D(\mathbf{x}) \quad (\text{D.4})$$

where $D(\mathbf{x})$ is given by :

$$D(\mathbf{x}) = \int_0^1 e^{-\vartheta(\mathbf{x}, \omega)} d\omega.$$

Finally, we end up with the following expression of $\bar{\tau}_n$ in the case of the slip law :

$$\bar{\tau}_n(\mathbf{x}) = \mu_0\sigma_1 + [a(\mathbf{x}) - b(\mathbf{x})] \sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \sigma_1 C(\mathbf{x}), \quad (\text{D.5})$$

where C is defined by :

$$C(\mathbf{x}) = a(\mathbf{x})C_0(\mathbf{x}) - b(\mathbf{x}) [C_1(\mathbf{x}) + C_2(\mathbf{x})].$$

The most important point highlighted by equation (D.5) is that the mean stress $\bar{\tau}_n$ is equal to the steady state frictional stress when the system slips at \bar{v}_n , and it is heterogeneous on the fault only if the friction parameter $(a - b)$ and the constant C are heterogeneous. The frictional strength $\langle \bar{\tau}_n \rangle$ averaged over the fault plane is given by :

$$\langle \bar{\tau}_n \rangle = \mu_0\sigma_1 + A_{eff}\sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \sigma_1 \langle C(\mathbf{x}) \rangle. \quad (\text{D.6})$$

where A_{eff} is an effective friction coefficient defined as the average value of $(a - b)$ over the entire fault plane, so that :

$$A_{eff} = \langle [a(\mathbf{x}) - b(\mathbf{x})] \rangle = \rho_a(a - b)_w + (1 - \rho_a)(a - b)_s. \quad (\text{D.7})$$

we have derived the spatially averaged frictional strength of the equivalent spring and slider system characterizing the fault with a density of asperities ρ_a . In order to obtain an expression for the evolution of the mean displacement over the fault, we will equate this frictional stress to the average quasi-static elastic stress $\langle \bar{\tau}_n^e \rangle$. For that we will derive successively two expressions of $\langle \bar{\tau}_n^e \rangle$: first in the case of an infinite fault plane that corresponds to the periodic geometry used in our simulations, then, in the more realistic case of a finite fault where slip vanishes at a distance $L/2$ from the center of the asperity.

D.2 Mean Displacement on a Periodic Fault Plane in response to a stress step $\Delta\tau$

From equation (5.5) for a constant and uniform $\Delta\tau$ and after neglecting the damping term, we have :

$$\bar{\tau}_n^e(\mathbf{x}) = \mu_0\sigma - \frac{G}{w} [\bar{\delta}_n - \bar{\delta}_n^l] + [\bar{\delta}_n - \bar{\delta}_n^l] \int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 + \Delta\tau,$$

where δ and δ^l are respectively the cumulative displacement on the fault S and the loading displacement imposed at a distance $w/2$ in the fault-normal direction, and $\Delta\tau$ is the amplitude of the constant and uniform shear stress perturbation step. We also assumed in equation (D.9), that $\tau^* = \mu_0\sigma$, which is necessary to have a balance between elastic and frictional strength when the fault is sliding at the steady velocity v_p before any perturbation. Furthermore, since $\bar{\delta}_n$ and $\bar{\delta}_n^l$ are independent of \mathbf{x}_0 , they have been taken out from the elastic interactions term in equation 5.5. Noting that κ is a periodic kernel, its integral over the fault vanishes (homogeneous unit slip on an infinite planar fault does not produce any stress) so that :

$$\int_S \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = 0. \quad (\text{D.8})$$

After using this latter simplification and an averaging over the entire fault, we end up with the following expression of $\langle \bar{\tau}_n^e \rangle$:

$$\langle \bar{\tau}_n^e \rangle = \mu_0\sigma - \frac{G}{w} [\langle \bar{\delta}_n \rangle - \langle \bar{\delta}_n^l \rangle] + \Delta\tau, \quad (\text{D.9})$$

The quasi-static equilibrium of the equivalent spring and slider system ($\langle \bar{\tau}_n^e \rangle = \langle \bar{\tau}_n \rangle$) finally leads to the following equation :

$$A_{eff}\sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \langle C(\mathbf{x}) \rangle \sigma_1 = -k_t(\bar{\delta}_n - \bar{\delta}_n^l) + \Delta c f f,$$

where $k_t = G/w$, and after assuming $\langle \bar{v}_n \rangle = \bar{v}_n$, $\langle \bar{\delta}_n \rangle = \bar{\delta}_n$ and $\langle \bar{\delta}_n^l \rangle = \bar{\delta}_n^l$ since \bar{v}_n , $\bar{\delta}_n$ and $\bar{\delta}_n^l$ do not depend on \mathbf{x} . Before the onset of any stress perturbation, the mean displacement during one seismic cycle is equal to the mean displacement of the loading point, so that the quasi static equilibrium leads to $\langle C(\mathbf{x}) \rangle = 0$. This latter property indicates that the average frictional stress is at steady state, which was already outlined by the crosses the phase diagrams of figures 5.3 and 5.4. Thus, we end up with :

$$A_{eff}\sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} = -k_t(\bar{\delta}_n - \bar{\delta}_n^l) + \Delta cff. \quad (D.10)$$

In the following, we will use $\bar{v}(t)$ and $\bar{\delta}(t)$ instead of \bar{v}_n and $\bar{\delta}_n$, and we will replace $\bar{\delta}_n^l$ by $v_p t$. The solution of equation (D.10) is simply :

$$\bar{\delta}(t) = v_p t_r \ln \left[1 + e^{\Delta cff/A_{eff}\sigma_1} \left(e^{t/t_r} - 1 \right) \right], \quad (D.11)$$

where t_r is a characteristic timescale that characterizes the relaxation of the mean cumulative displacement on the fault and thus the duration of the aftershock sequence on the asperity. It appears that this duration depends on the effective friction parameter A_{eff} in the following way :

$$t_r = \frac{A_{eff}\sigma_1}{k_t v_p}. \quad (D.12)$$

For $t \gg t_r$, the mean cumulative displacement reaches the asymptotic regime $\bar{\delta}_\infty$ defined by :

$$\bar{\delta}_\infty(t) = v_p t + \frac{\Delta cff}{k_t} \quad (D.13)$$

D.3 Mean Displacement on a Finite Fault Plane in response to a stress step $\Delta\tau$

Instead of considering an infinite repetition of the creep and asperity system of figure 5.1, we focus on the particular situation of a single portion of fault composed of an asperity and its creeping environment, with vanishing slip on the remaining fault plane. We will denote by S_0 the area occupied by the asperity and its creeping surroundings, and \bar{S}_0 the area of the fault where $\delta = 0$. In these conditions, equation (5.5) could be written as :

$$\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{x}, t) &= \tau^* - \frac{G}{w} [\delta(\mathbf{x}, t) - v_p t] \\ &+ \int_{S_0} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) [\delta(\mathbf{x}_0, t) - v_p t] d\mathbf{x}_0 \\ &- v_p t \int_{\bar{S}_0} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 \\ &- \eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p] + \Delta\tau(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (D.14)$$

where $\kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ is the shear stress on \mathbf{x} associated with motion on \mathbf{x}_0 . κ_{np} differs from κ in the sense that it is not periodic. The fourth term on the right hand side of (D.14) corresponds to the boundary effect. Note that we still have the following condition on κ_{np} :

$$\int_{S_0 + \bar{S}_0} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) d\mathbf{x}_0 = 0,$$

so that equation (D.14) reduces to :

$$\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{x}, t) = \tau^* & - \frac{G}{w} [\delta(\mathbf{x}, t) - v_p t] \\ & + \int_{S_0} \kappa_{np}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \delta(\mathbf{x}_0, t) d\mathbf{x}_0 \\ & - \eta [v(\mathbf{x}, t) - v_p] + \Delta\tau(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Averaging equation (D.15) in time and over S_0 leads to, after neglecting the radiation damping term :

$$\langle \bar{\tau}_n^e \rangle = \mu_0 \sigma - \frac{G}{w} \left[\langle \bar{\delta}_n \rangle - \langle \bar{\delta}_n^l \rangle \right] - \Delta\tau_{S_0} + \Delta\tau,$$

where $\Delta\tau_{S_0}$ is the mean stress drop associated with mean slip $\langle \bar{\delta}_n \rangle$ on the fault S . Assuming that S_0 is circular of radius R_0 and that the displacement profile $\bar{\delta}_n(\mathbf{x}_0)$ on S_0 is elliptical, the circular crack solution of [Eshelby, 1957] leads to the following expression for $\Delta\tau_{S_0}$:

$$\Delta\tau_{S_0} = k_l \langle \bar{\delta}_n \rangle = \frac{7\pi G}{24R_0} \langle \bar{\delta}_n \rangle,$$

where $k_l = 7\pi G/24R_0$ is the equivalent stiffness associated with the interaction with the locked boundary.

The quasi-static equilibrium of the equivalent spring-and-slider system is here given by

$$A_{eff} \sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \langle C(\mathbf{x}) \rangle \sigma_1 = -k_t (\bar{\delta}_n - \bar{\delta}_n^l) - k_l \bar{\delta}_n + \Delta c f f, \quad (\text{D.16})$$

which leads to the following expression of the mean cumulative displacement on the fault :

$$\bar{\delta}(t) = v_{pl} t_r \ln \left[1 + \left(1 + \frac{k_l}{k_t} \right) e^{\Delta c f f_l / A_{eff} \sigma_1} \left(e^{t/t_r} - 1 \right) \right], \quad (\text{D.17})$$

where t_r is the characteristic defined by (D.12), $\Delta c f f_l = \Delta c f f - \langle C(\mathbf{x}) \rangle \sigma_1$, and v_{pl} is a characteristic velocity given by :

$$v_{pl} = \frac{k_t}{k_t + k_l} v_p, \quad (\text{D.18})$$

that reduces to v_p when $k_l = 0$. For $t \gg t_r$, the asymptotic behavior of the cumulative displacement becomes :

$$\bar{\delta}_\infty(t) = v_{pl} t + v_{pl} t_r \left[\ln \left(1 + \frac{k_l}{k_t} \right) + \frac{\Delta c f f_l}{A_{eff} \sigma_1} \right]. \quad (\text{D.19})$$

It is important to note that if expression (1.30) is used instead of the approximation (1.32), the quasi-static equilibrium (D.16) becomes :

$$A_{eff} \sigma_1 \ln \frac{\bar{v}_n}{v_p} + \langle C(\mathbf{x}) \rangle \sigma_1 = k_t \bar{\delta}_n^l - k_l \bar{\delta}_n + \Delta c f f, \quad (\text{D.20})$$

because, as mentionned in the second chapter of this manuscript, the mean value of δ over the infinite fault plane vanishes. In these conditions, the mean cumulative displacement is :

$$\bar{\delta}(t) = v_{pl} t_r \ln \left[1 + \frac{k_l}{k_t} e^{\Delta c f f_l / A_{eff} \sigma_1} \left(e^{t/t_r} - 1 \right) \right], \quad (\text{D.21})$$

and v_{pl} is given by :

$$v_{pl} = \frac{k_t}{k_l} v_p. \quad (\text{D.22})$$

However, (D.21) and (D.22) are approximately the same as (D.17) and (D.18) as long as $k_t \ll k_l$, that is $R_0 \ll w$.

Glossaire

A	asperity region / macroscopic contact area (section 1.2.1)
A_0	constant stress level
A_{c0}	initial microscopic contact area during normal stress experiments
A_c	microscopic contact area
A_{eff}	effective steady-state friction parameter
$C_{\Omega \gg 1}^a$	non dimensional constant associated with the acceleration of slip during a nucleation process on the asperity governed by the aging-law
$C_{\Omega \gg 1}^s$	non dimensional constant associated with the acceleration of slip during a nucleation process on the asperity governed by the slip-law
E	general activation energy
E_1	activation energy
G	shear modulus
H_{S_0}	mapping function of fault segment S_0
H_S	mapping function of fault S
L	spatial periodicity, dimension of fault S
L'_ν	characteristic dimension of slip localization during nucleation under slip-law with small a/b
L'_b	modified L_b for the slip-law nucleation at small a/b
L_0	dimension of fault segment S_0
L_∞	maximum dimension of slip localization during nucleation under aging-law with large a/b
L_ν	characteristic dimension of slip localization during nucleation under aging-law with small a/b
L_{bs}	characteristic dimension L_b defined on the anti-asperity region
L_b	critical dimension for slip localization under rate-and-state friction
M	total number of computational cells
M_{0e}	seismic moment of a single event
M_0	seismic moment
M_w	moment magnitude
N	number of fault repetition in one direction
R	asperity radius
R_0	radius of a circular fault segment S_0
R_c	critical radius of asperity allowing the occurrence of unstable slip according to linear stability analysis
R_c^*	critical radius of asperity allowing the occurrence of unstable slip according to the nucleation theory, in the case of the aging-law
S	surface on the main fault segment
S_0	fault segment
S_a	asperity area
S_{ij}	image (i, j) of the fault segment S
S_s	anti-asperity area

T	temperature
T_0	typical duration of the seismic cycle on a spring-and-slider system
T_c	duration of a seismic cycle
T_n	duration of seismic cycle n
ΔT_c	variation of seismic cycle duration
$\Delta \Theta$	Θ perturbation
$\Delta \sigma$	normal stress perturbation
$\Delta \tau$	shear stress perturbation / amplitude of the stationary wave of shear stress at the boundary of a finite elastic medium (sections 1.3.2.7 and 1.3.2.8)
$\Delta \tau_L$	stress drop of a square dislocation of dimension L
$\Delta \tau_{S_0}$	average stress drop on a circular fault S_0 surrounded by locked boundaries
$\Delta \tau_\infty$	amplitude of the stationary wave of shear stress at the boundary of an infinite elastic medium
$\Delta \tau_a$	stress drop on an asperity
$\Delta \tau_{eff}$	effective stress drop
$\Delta \tau_i$	shear stress perturbation at the center of the computational cell i
$\Delta \tau_i^*$	normalized shear stress perturbation at the center of the computational cell i
$\Delta \tau_s$	mean stress perturbation on the anti-asperity associated with the rupture of a single asperity
Δcff	coulomb stress perturbation
Δcff_l	modified coulomb stress perturbation
Δt	computational time step
Δu	amplitude of dislocation slip
Δv	sliding velocity perturbation
Δx	x dimension of a rectangular cell of the fault plane
Δy	y dimension of a rectangular cell of the fault plane
Ω	distance from steady-state
Ω_0	activation volume
Θ	logarithm of the state variable
Θ_0	initial value of Θ
Θ_1	perturbed value of Θ
Θ_i	logarithm of the state variable at the center of the computational cell i
Θ_i^*	normalized Θ at the center of the computational cell i
Θ_{ss}	steady-state value of Θ
α	parameter of the normal stress dependence of the rate-and-state friction
α_0	non dimensional function of Lamé parameters
\bar{A}	anti-asperity region
\bar{S}_0	complementary part of S_0 on an infinite fault plane
$\bar{\delta}$	mean cumulative displacement
\bar{f}_n	average value of quantity f over the seismic cycle n
\bar{v}	sliding velocity averaged over one seismic cycle under constant loading
\bar{v}_a	minimum sliding velocity allowing to consider stress as a constant in the case of the aging-law
\bar{v}_s	minimum sliding velocity allowing to consider stress as a constant in the case of the slip-law
β	non dimensional parameter for the tectonic contribution to stress / second parameter of the gamma distribution (section 4.5)
χ	first parameter of the time step-maximum sliding velocity relation
δ	fault slip
δ_∞	asymptotic cumulative displacement

δ_a	slip on the anti-asperity region
δ_{ij}	kronecker symbol
δ_l	load point displacement
δ_m	spatially averaged cumulative displacement
δ_n	Cumulative displacement over the seismic cycle n
\dot{M}_{0s}	threshold value of moment rate allowing the radiation of elastic waves
$\dot{\bar{\tau}}$	total mean stressing rate at the center of a circular asperity surrounded by accelerated creep and undergoing constant tectonic loading
$\dot{\bar{\tau}}_0$	total mean stressing rate at the center of a circular asperity surrounded by steady creeping areas and undergoing constant tectonic loading
$\dot{\tau}_{anti}$	stressing rate at the center of an asperity associated with the forcing of the anti-asperity region
$\dot{v}_a(0)$	initial value of the deceleration of slip during the post-seismic phase of an asperity governed by the aging-law
$\dot{v}_s(0)$	initial value of the deceleration of slip during the post-seismic phase of an asperity governed by the slip-law
ϵ_N	error associated with the truncation of the periodic elastostatic kernel
ϵ_w	error on the green function associated with the use of a finite dimension medium
η	radiation damping
γ	exponent in the time step-maximum sliding velocity relation / first parameter of the gamma distribution (section 4.5)
κ	periodic elastostatic kernel
κ_N	truncated periodic elastostatic kernel
κ_{np}	non periodic elastostatic kernel
λ	Lame parameter
λ_i	eigenvalue i of the linearized differential system
λ_m	eigenvalue of maximum amplitude
$\langle dt \rangle$	mean time delay between successive earthquakes
$\langle f \rangle$	spatially average of quantity f
A	block matrix of the jacobian matrix J
B	block matrix of the jacobian matrix J
C	block matrix of the jacobian matrix J
D	block matrix of the jacobian matrix J
J	Jacobian matrix of the differential system
T_e	elastic traction
T_f	frictional traction
u	displacement
v	velocity
x_{0ij}	image (i, j) of x₀ in the periodic geometry
x₀	position along the fault plane
x	position along the fault plane
\mathcal{V}	fluctuation of sliding velocity around the spatial average
μ	friction coefficient
μ_0	coulombian friction coefficient
μ_d	dynamic friction coefficient
μ_i	friction coefficient at the center of the computational cell i
μ_s	static friction coefficient
ν	sliding velocity fluctuation for an unperturbed seismic cycle
ν_s	sliding velocity fluctuation on the anti-asperity for an unperturbed seismic cycle

ν_w	sliding velocity fluctuation on the asperity for an unperturbed seismic cycle
ω	percentage of seismic cycle
ϕ_0	non dimensional function of characteristic stiffness
ϕ_1	non dimensional function of characteristic stiffness
ψ	normalized shear stress
ψ^*	arbitrary constant level of ψ
ψ_{ss}	normalized steady-state shear stress
ρ_a	density of asperities
ρ_a^{**}	modified critical density of asperities
ρ_a^*	critical density of asperities
σ	normal stress
σ_0	initial normal stress
σ_1	perturbed normal stress
σ_c	normal stress at real microscopic contact points
σ_i	sliding velocity at the center of the computational cell i
σ_i^*	normalized shear stress at the center of the computational cell i
τ	shear stress
τ^*	arbitrary constant level of stress
τ_i^{ss}	steady-state shear stress at the center of the computational cell i
τ_0	initial shear stress
τ_1	perturbed shear stress
$\tau_{L,L}$	shear stress at the center of a square dislocation of dimensions L by L
τ_N	residual stress associated with the truncation of the periodic elastostatic kernel
τ_{R_1,R_2}	shear stress at the center of a annular dislocation between radii R_1 and R_2
τ_R	shear stress at the center of a circular dislocation of radius R
$\tau_{\Delta x \Delta y}$	shear stress associated with a rectangular dislocation of dimensions Δx by Δy
τ_∞	shear stress stationary wave associated with the displacement stationary wave at the boundary of a semi-infinite elastic half space
τ_{af}	shear stress right after a seismic event
τ_{be}	shear stress right before a seismic event
τ_c	shear stress at real microscopic contact points
τ_d	dynamic frictional shear stress
τ_{es}	elastostatic shear stress interaction
τ_e	quasi-dynamic elastic shear stress on the fault S
τ_f	frictional shear stress on the fault S
τ_f^{ss}	steady-state rate-and-state frictional stress
τ_{ij}	shear stress at $(0, 0)$ associated with a circular dislocation at the center of image S_{ij} of the fault S
τ_{in}	approximation of the inertial stress
τ_i	shear stress at the center of the computational cell i
τ_{ss}	steady-state shear stress
τ_s	static frictional shear stress
τ_s^{max}	maximum value of stress associated with the rupture of the images of the asperity in a periodic geometry
τ_{tect}	tectonic contribution to elastic shear stress
$\tau_{xz,i}$	(x, z) component of the elastic stress tensor at the center of the computational cell i
τ_{xz}	(x, z) component of the elastic stress tensor

τ_{zz}	(z, z) component of the elastic stress tensor
θ	state variable of the rate-and-state friction law
$\theta_{ss}(v)$	steady state value of the state variable
\tilde{dt}	normalized time delay between successive earthquakes
φ	logarithm of the normalized sliding velocity
φ^*	arbitrary constant level of φ
φ_0	logarithm of normalized v_{dyn}
φ_a	minimum value of φ allowing to consider stress as a constant in the case of the aging-law
φ_s	minimum value of φ allowing to consider stress as a constant in the case of the slip-law
ς	non dimensional constant associated with the acceleration of slip of a rate-and-state spring and-slider system
ϑ	Θ fluctuation for an unperturbed seismic cycle
ϑ_s	Θ fluctuation on the anti-asperity for an unperturbed seismic cycle
ϑ_w	Θ fluctuation on the asperity for an unperturbed seismic cycle
a	friction parameter for the velocity dependence of the rate-and-state friction law
a_{ij}	component (i, j) of matrix A
a_i	rate-and-state a parameter at the center of the computational cell i
a_s	a parameter of the rate-and-state friction law characterizing the anti-asperity
a_w	a parameter of the rate-and-state friction law characterizing the asperities
$(a - b)_s^*$	critical $(a - b)_s$ parameter allowing destabilization of fault creep
b	friction parameter for the state dependence of the rate-and-state friction law
b^*	b value of the Gutenberg-Richter distribution
b_{ij}	component (i, j) of matrix B
b_i	rate-and-state b parameter at the center of the computational cell i
b_s	b parameter of the rate-and-state friction law characterizing the anti-asperity
b_w	b parameter of the rate-and-state friction law characterizing the asperities
c_{ij}	component (i, j) of matrix C
c_s	shear wave speed
d	interasperity distance in multi-asperity systems
d_c	characteristic slip of the rate-and-state friction law
d_{ij}	component (i, j) of matrix D
dt	time delay between successive earthquakes
f_0^a	functional expression of the sliding acceleration in the case of the aging-law
f_0^s	functional expression of the sliding acceleration in the case of the slip-law
f_i^a	functional expression of the sliding acceleration at the center of the computational cell i in the case of the aging-law
f_i^s	functional expression of the sliding acceleration at the center of the computational cell i in the case of the slip-law
g_0^a	functional expression of the logarithmic state rate in the case of the aging-law
g_0^s	functional expression of the logarithmic state rate in the case of the slip-law

g_i^a	functional expression of the logarithmic state rate at the center of the computational cell i in the case of the aging-law
g_i^s	functional expression of the logarithmic state rate at the center of the computational cell i in the case of the slip-law
h	computational cell y dimension
k	spring stiffness / wave number (sections 1.3.2.7 and 1.3.2.8)
k_B	Boltzmann constant
k_a	effective stiffness at the center of an annular dislocation
k_b	critical stiffness for slip acceleration under rate-and-state friction
k_c	critical stiffness for slip instability under rate-and-state friction
k_{ij}	discrete kernel for elastostatic interactions between the computational cell i and the computational cell j
k_{ij}^*	normalized interaction kernel between the computational cell i and the computational cell j
k_l	effective stiffness of a circular crack
k_t	stiffness associated with the tectonic loading
k_w	effective stiffness of a 2D fault segment between two asperities in the periodic geometry
m	moment magnitude
n_x	number of computational cells in the x dimension
n_y	number of computational cells in the y dimension
p	exponent of the generalized Omori decay
p^*	asymptotic exponent of the decay of the distribution of successive time delays between earthquakes
q	aspect ratio of computational cells
r	seismicity rate
r_0	background seismicity rate
r_{ss}	ratio of velocity strengthening to velocity weakening steady-state frictional parameters
t	time
t^*	normalized time
t_0	characteristic timescale of initial acceleration of slip in an Omori process
t_0^*	characteristic timescale of acceleration of slip during nucleation process on an asperity
t_1	characteristic time of instability of a velocity-weakening rate-and-state spring and-slider system if the loading rate is neglected
t_1^*	characteristic timescale of post-seismic deformation on an asperity governed by the aging-law
t_2^*	characteristic timescale of post-seismic deformation on an asperity governed by the slip-law
t_a	characteristic time of the acceleration of a rate-and-state spring and-slider system
t_i	instant of seismic instability / characteristic time of instability of a velocity-weakening rate-and-state spring and-slider system (appendix B)
t_{max}	duration of the acceleration phase of a creep transient
t_n	occurrence time of event n
t_p	perturbation onset time
t_{r0}	characteristic timescale of relaxation of a creep transient on for velocity strengthening properties
t_r	characteristic timescale for relaxation of Omori law on a bimodal interface

v_0	constant sliding velocity of the rate-and-state friction
v_0	initial sliding velocity
v_1	perturbed sliding velocity
v_a	sliding velocity on the anti-asperity region
v_{dyn}	minimum sliding velocity allowing the inertial effects to dominate over the direct velocity effect of the rate-and-state friction law
v_f	asymptotic sliding velocity on a velocity strengthening fault bordered by locked asperities
v_i	sliding velocity at the center of the computational cell i
v_i^*	normalized sliding velocity at the center of the computational cell i
v_l	imposed sliding velocity on the boundaries of the fault segment S_0
v_{max}	maximum sliding velocity of a creep transient
v_{min}	minimum sliding velocity on the fault S
v_m	spatially averaged sliding velocity over the fault plane S
v_{pl}	asymptotic average sliding velocity on a fault segment S_0 surrounded by steadily sliding boundaries
v_{prop}	propagation velocity of a creep front
v_p	loading rate
v_{sis}	1 cm.s^{-1}
w	elastic slab thickness
$(x_i y_j)$	$(x y)$ coordinates of the corners of a rectangular dislocation of dimensions Δx by Δy
$(x y z)$	cartesian coordinates

Bibliographie

- Thomas J Ader, Jean-Paul Ampuero, and Jean-Philippe Avouac. The role of velocity-neutral creep on the modulation of tectonic tremor activity by periodic loading. *Geophysical Research Letters*, 39(16), 2012.
- Bettina P Allmann and Peter M Shearer. Spatial and temporal stress drop variations in small earthquakes near parkfield, california. *Journal of Geophysical Research*, 112(B4) :B04305, 2007.
- Charles J Ammon, Thome Lay, Hiroo Kanamori, and Michael Cleveland. A rupture model of the 2011 off the pacific coast of tohoku earthquake. *Earth Planets and Space*, 63(7) :693, 2011.
- J.P. Ampuero and A.M. Rubin. Earthquake nucleation on rate and state faults : Aging and slip laws. *J. Geophys. Res*, 113 :B01302, 2008a.
- J.P. Ampuero and A.M. Rubin. Earthquake nucleation on rate and state faults : Aging and slip laws. *J. Geophys. Res*, 113 :B01302, 2008b.
- K. Ariyoshi, T. Matsuzawa, J.P. Ampuero, R. Nakata, T. Hori, Y. Kaneda, R. Hino, and A. Hasegawa. Migration process of very low-frequency events based on a chain-reaction model and its application to the detection of preseismic slip for megathrust earthquakes. *Earth Planets and Space*, 64(8) :693–702, 2012.
- Keisuke Ariyoshi, Takane Hori, Jean-Paul Ampuero, Yoshiyuki Kaneda, Toru Matsuzawa, Ryota Hino, and Akira Hasegawa. Influence of interaction between small asperities on various types of slow earthquakes in a 3-d simulation for a subduction plate boundary. *Gondwana Research*, 16(3) :534–544, 2009.
- W.E. Arnoldi. The principle of minimized iterations in the solution of the matrix eigenvalue problem. *Quart. J. Applied Mathematics*, 9 :17–29, 1951.
- E Bayart, AM Rubin, and C Marone. Evolution of fault friction following large velocity jumps. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, volume 1, page 0180, 2006.
- NM Beeler, TE Tullis, and JD Weeks. The roles of time and displacement in the evolution effect in rock friction. *Geophysical Research Letters*, 21(18) :1987–1990, 1994.
- ME Belardinelli, A. Bizzarri, and M. Cocco. Earthquake triggering by static and dynamic stress changes. *Journal of Geophysical Research*, 108(B3) :2135, 2003.
- P. Bernard, H. Lyon-Caen, P. Briole, A. Deschamps, K. Pitilakis, M. Manakou, F. Boudin, C. Berge, K. Makropoulos, D. Diagourtas, P. Papadimitriou, F. Lemeille, G. Patau, H. Billiris, H. Castarède, O. Charade, A. Necessian, A. Avallone, J. Zahradnik, S. Sacks, and A. Linde. Seismicity, deformation and seismic hazard in the western rift of corinth : New insights from the corinth rift laboratory (crl). *Tectonophysics*, 426 :7–30, 2006.
- Michael L Blanpied, David A Lockner, and James D Byerlee. Frictional slip of granite at hydrothermal conditions. *Journal of Geophysical Research*, 100(B7) :13045–13, 1995.

- ML Blanpied, CJ Marone, DA Lockner, JD Byerlee, and DP King. Quantitative measure of the variation in fault rheology due to fluid-rock interactions. *Journal of geophysical research*, 103(B5) :9691–9712, 1998.
- M. Bouchon, H. Karabulut, M. Aktar, S. Özalaybey, J. Schmittbuhl, and M.P. Bouin. Extended nucleation of the 1999 mw 7.6 izmit earthquake. *Science*, 331(6019) :877, 2011.
- S. Bourouis and P. Bernard. Evidence for coupled seismic and aseismic fault slip during water injection in the geothermal site of soultz (france), and implications for seismogenic transients. *Geophysical Journal International*, 169(2) :723–732, 2007.
- S Bourouis and FH Cornet. Microseismic activity and fluid fault interactions : some results from the corinth rift laboratory (crl), greece. *Geophysical Journal International*, 178(1) :561–580, 2009.
- Stephen R Brown, Christopher H Scholz, and John B Rundle. A simplified spring-block model of earthquakes. *Geophysical Research Letters*, 18(2) :215–218, 1991.
- R. Bürgmann, D. Schmidt, RM Nadeau, M. d’Alessio, E. Fielding, D. Manaker, TV McEvelly, and MH Murray. Earthquake potential along the northern hayward fault, california. *Science*, 289(5482) : 1178–1182, 2000.
- R. Burridge and L. Knopoff. Model and theoretical seismicity. *Bulletin of the seismological society of america*, 57(3) :341–371, 1967.
- JM Carlson and JS Langer. Mechanical model of an earthquake fault. *Physical Review A*, 40(11) :6470, 1989.
- JM Carlson, JS Langer, BE Shaw, and C Tang. Intrinsic properties of a burridge-knopoff model of an earthquake fault. *Physical Review A*, 44(2) :884, 1991.
- T. Chen and N. Lapusta. Scaling of small repeating earthquakes explained by interaction of seismic and aseismic slip in a rate and state fault model. *J. Geophys. Res.*, 114 :B01311, 2009.
- A Cochard and R Madariaga. Complexity of seismicity due to highly rate-dependent friction. *Journal of Geophysical Research*, 101(B11) :25321–25, 1996.
- Alain Cochard and Raúl Madariaga. Dynamic faulting under rate-dependent friction. *Pure and Applied Geophysics*, 142 :419–445, 1994. ISSN 0033-4553. 10.1007/BF00876049.
- J. Dieterich. A constitutive law for rate of earthquake production and its application to earthquake clustering. *J. Geophys. Res.*, 99 :2601–2618, 1994.
- J. H. Dieterich. Modeling of rock friction-1. experimental results and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 84 :2161–2168, 1979.
- J. H. Dieterich. Earthquake nucleation on faults with rate and state-dependent strength. *Tectonophysics*, 211 :115–134, 1992.
- James H Dieterich. Time-dependent friction in rocks. *Journal of Geophysical Research*, 77(20) :3690–3697, 1972.
- James H Dieterich. Time-dependent friction and the mechanics of stick-slip. *Pure and Applied Geophysics*, 116(4-5) :790–806, 1978.
- James H Dieterich and Brian D Kilgore. Direct observation of frictional contacts : New insights for state-dependent properties. *Pure and Applied Geophysics*, 143(1-3) :283–302, 1994.

- JH Dieterich. Earthquake simulations with time-dependent nucleation and long-range interactions. *Non-linear Processes in Geophysics*, 2(3/4) :109–120, 1995.
- D. Dreger, R.M. Nadeau, and A. Chung. Repeating earthquake finite source models : Strong asperities revealed on the san andreas fault. *Geophys. Res. Lett*, 34 :L23302, 2007.
- Douglas S Dreger, Hrvoje Tkalčić, and Malcolm Johnston. Dilational processes accompanying earthquakes in the long valley caldera. *Science*, 288(5463) :122–125, 2000.
- P. Dublanchet, P. Bernard, and P. Favreau. Interactions and triggering in a 3-d rate-and-state asperity model. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(5) :2225–2245, 2013a. doi : 10.1002/jgrb.50187.
- P Dublanchet, P Bernard, and P Favreau. Creep modulation of omori law generated by a coulomb stress perturbation in a 3-d rate-and-state asperity model. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 118(9) :4774–4793, 2013b.
- J.D. Eshelby. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 241(1226) : 376–396, 1957.
- Åke Fagereng and Richard H Sibson. Melange rheology and seismic style. *Geology*, 38(8) :751–754, 2010.
- Andrew M Freed. Afterslip (and only afterslip) following the 2004 parkfield, california, earthquake. *Geophysical Research Letters*, 34(6), 2007.
- Philippe H. Geubelle and James R. Rice. A spectral method for three-dimensional elastodynamic fracture problems. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(11) :1791 – 1824, 1995. ISSN 0022-5096. doi : DOI : 10.1016/0022-5096(95)00043-I.
- Abhijit Ghosh, John E Vidale, and Kenneth C Creager. Tremor asperities in the transition zone control evolution of slow earthquakes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 117(B10), 2012.
- J. Gomberg, NM Beeler, ML Blanpied, and P. Bodin. Earthquake triggering by transient and static deformations. *Journal of Geophysical Research*, 103 :24, 1998.
- J. Gomberg, N. Beeler, and M. Blanpied. On rate-state and coulomb failure models. *J. Geophys. Res*, 105(14) :7857–7872, 2000.
- J. Gomberg, P. Reasenber, M. Cocco, and ME Belardinelli. A frictional population model of seismicity rate change. *J. Geophys. Res*, 110 :B05S03, 2005.
- Joan Gomberg and Scott Davis. Stress-strain changes and triggered seismicity at the geysers, california. *Journal of Geophysical Research*, 101(B1) :733–749, 1996.
- J.C. Gu, J.R. Rice, A.L. Ruina, and S.T. Tse. Slip motion and stability of a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 32(3) :167–196, 1984.
- B. Gutenberg and C.F. Richter. Magnitude and energy of earthquakes. *Annali di Geofisica*, 9(1), 1956.
- S. Hainzl, F. Scherbaum, and C. Beauval. Estimating background activity based on interevent-time distribution. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(1) :313–320, 2006.
- R.A. Harris. Introduction to special section : Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard. *Journal of Geophysical Research*, 103(24) :347–358, 1998.

- R.A. Harris and P. Segall. Detection of a locked zone at depth on the parkfield, california, segment of the san andreas fault. *Journal of Geophysical Research*, 92(B8) :7945–7962, 1987.
- R.A. Harris and R.W. Simpson. Suppression of large earthquakes by stress shadows : A comparison of coulomb and rate-and-state failure. *Journal of Geophysical Research*, 103(B10) :24439–24, 1998.
- Yoshinari Hayashi and Yuichi Morita. An image of a magma intrusion process inferred from precise hypocentral migrations of the earthquake swarm east of the izu peninsula. *Geophysical Journal International*, 153(1) :159–174, 2003.
- A. Helmstetter and B. E. Shaw. Afterslip and aftershocks in the rate-and-state friction law. *J. Geophys. Res.*, 2007. doi : :10.1029/.
- A. Helmstetter and B.E. Shaw. Afterslip and aftershocks in the rate-and-state friction law. *Journal of Geophysical Research*, 114(B1) :B01308, 2009.
- A. Helmstetter and D. Sornette. Diffusion of epicenters of earthquake aftershocks, omori’s law, and generalized continuous-time random walk models. *Physical Review E*, 66(6) :061104, 2002.
- David P Hill, John O Langbein, and Stephanie Prejean. Relations between seismicity and deformation during unrest in long valley caldera, california, from 1995 through 1999. *Journal of volcanology and geothermal research*, 127(3) :175–193, 2003.
- DP Hill, PA Reasenber, A Michael, WJ Arabaz, G Beroza, D Brumbaugh, JN Brune, R Castro, S Davis, WL Ellsworth, et al. Seismicity remotely triggered by the magnitude 7.3 landers, california, earthquake. *Science*, 260(5114) :1617–1623, 1993.
- G Hillers, Y Ben-Zion, and PM Mai. Seismicity on a fault controlled by rate-and state-dependent friction with spatial variations of the critical slip distance. *Journal of Geophysical Research*, 111(B1) :B01403, 2006.
- Franklin G Horowitz and Andy Ruina. Slip patterns in a spatially homogeneous fault model. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 94(B8) :10279–10298, 1989.
- Y.J. Hsu, M. Simons, J.P. Avouac, J. Galetzka, K. Sieh, M. Chlieh, D. Natawidjaja, L. Prawirodirdjo, and Y. Bock. Frictional afterslip following the 2005 nias-simeulue earthquake, sumatra. *Science*, 312 (5782) :1921–1926, 2006.
- T. Igarashi, T. Matsuzawa, and A. Hasegawa. Repeating earthquakes and interplate aseismic slip in the northeastern japan subduction zone. *J. Geophys. Res.*, 108(10.1029) :2002, 2003.
- Kazutoshi Imanishi, William L Ellsworth, and Stephanie G Prejean. Earthquake source parameters determined by the safod pilot hole seismic array. *Geophysical Research Letters*, 31(12), 2004.
- K.M. Johnson, R. Bürgmann, and K. Larson. Frictional properties on the san andreas fault near parkfield, california, inferred from models of afterslip following the 2004 earthquake. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(4B) :S321–S338, 2006.
- Y.Y. Kagan and L. Knopoff. Stochastic synthesis of earthquake catalogs. *Journal of Geophysical Research*, 86(B4) :2853–2862, 1981.
- YY Kagan and L. Knopoff. Statistical short-term earthquake prediction. *Science*, 236(4808) :1563–1567, 1987.
- H. Kanamori. The energy release in great earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 82(20) :2981–2987, 1977.
- Y. Kaneko and N. Lapusta. Variability of earthquake nucleation in continuum models of rate-and-state faults and implications for aftershock rates. *J. Geophys. Res.*, 113(B12) :B12312, 2008.

- Y. Kaneko, J.P. Avouac, and N. Lapusta. Towards inferring earthquake patterns from geodetic observations of interseismic coupling. *Nature Geoscience*, 3(5) :363–369, 2010.
- N. Kato. Repeating slip events at a circular asperity : Numerical simulation with a rate-and state-dependent friction law. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 78 :151–166, 2003.
- N. Kato. Interaction of slip on asperities : Numerical simulation of seismic cycles on a two-dimensional planar fault with nonuniform frictional property. *Journal of Geophysical Research*, 109(B12) :B12306, 2004. doi : :10.1029/2004JB003001.
- N. Kato. Expansion of aftershock areas caused by propagating post-seismic sliding. *Geophysical Journal International*, 168(2) :797–808, 2007.
- Naoyuki Kato and Shingo Yoshida. A shallow strong patch model for the 2011 great tohoku-oki earthquake : A numerical simulation. *Geophysical Research Letters*, 38(7), 2011.
- Brian D Kilgore, Michael L Blanpied, and James H Dieterich. Velocity dependent friction of granite over a wide range of conditions. *Geophysical Research Letters*, 20(10) :903–906, 1993.
- G.C.P. King, R.S. Stein, and J. Lin. Static stress changes and the triggering of earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 84(3) :935–953, 1994.
- Iu I Kosterin and IV Kragel'skii. Relaxation oscillations in elastic friction systems. *Friction and Wear in Machinery. ASME, New York*, pages 111–134, 1960.
- R.B. Lehoucq, D.C. Sorensen, and C. Yang. *ARPACK users' guide : solution of large-scale eigenvalue problems with implicitly restarted Arnoldi methods*, volume 6. Siam, 1998.
- O. Lengliné, D. Marsan, et al. Inferring the coseismic and postseismic stress changes caused by the 2004 mw= 6 parkfield earthquake from variations of recurrence times of microearthquakes. *J. Geophys. Res.*, 114 :B10303, 2009.
- James J Lienkaemper, Jon S Galehouse, and Robert W Simpson. Long-term monitoring of creep rate along the hayward fault and evidence for a lasting creep response to 1989 loma prieta earthquake. *Geophysical Research Letters*, 28(11) :2265–2268, 2001.
- M. F. Linker and J. H. Dieterich. Effects of variable normal stress on rock friction : Observations and constitutive equations. *J. Geophys. Res.*, 97 :4923–4940, 1992.
- Yajing Liu and James R Rice. Aseismic slip transients emerge spontaneously in three-dimensional rate and state modeling of subduction earthquake sequences. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 110(B8), 2005.
- C. Marone. Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 26(1) :643–696, 1998.
- Chris Marone, C Barry Raleigh, and CH Scholz. Frictional behavior and constitutive modeling of simulated fault gouge. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 95(B5) :7007–7025, 1990.
- Chris J Marone, CH Scholtz, and Roger Bilham. On the mechanics of earthquake afterslip. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 96(B5) :8441–8452, 1991.
- D. Marsan and O. Lengline. Extending earthquakes' reach through cascading. *Science*, 319(5866) : 1076–1079, 2008.
- T. Maruyama. 16. statical elastic dislocations in an infinite and semi-infinite medium. *Bull. Earthq. Res. Inst.*, 42 :289–368, 1964.

- T. Matsuzawa, T. Igarashi, and A. Hasegawa. Characteristic small-earthquake sequence off sanriku, northeastern honshu, japan. *Geophysical Research Letters*, 29(11) :1543, 2002.
- G. Molchan. Interevent time distribution in seismicity : a theoretical approach. *Pure and Applied Geophysics*, 162(6) :1135–1150, 2005.
- JR Murray, P. Segall, P. Cervelli, W. Prescott, and J. Svarc. Inversion of gps data for spatially variable slip-rate on the san andreas fault near parkfield, ca. *Geophys. Res. Lett.*, 28(2) :359–362, 2001.
- R.M. Nadeau and L.R. Johnson. Seismological studies at parkfield vi : Moment release rates and estimates of source parameters for small repeating earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(3) :790–814, 1998.
- RM Nadeau and TV McEvelly. Seimological studies at parkfield v : Characteristic microearthquake sequences as fault-zone drilling targets. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 87(6) : 1463–1472, 1997.
- R.M. Nadeau and T.V. McEvelly. Fault slip rates at depth from recurrence intervals of repeating microearthquakes. *Science*, 285(5428) :718–721, 1999.
- RM Nadeau, W. Foxall, and T.V. McEvelly. Clustering and periodic recurrence of microearthquakes on the san andreas fault at parkfield, california. *Science*, 267(5197) :503–507, 1995.
- Masao Nakatani. Conceptual and physical clarification of rate and state friction : Frictional sliding as a thermally activated rheology. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 106(B7) : 13347–13380, 2001.
- Hiroyuki Noda and Nadia Lapusta. Stable creeping fault segments can become destructive as a result of dynamic weakening. *Nature*, 493(7433) :518–521, 2013.
- Kazushige Obara, Hitoshi Hirose, Fumio Yamamizu, and Keiji Kasahara. Episodic slow slip events accompanied by non-volcanic tremors in southwest japan subduction zone. *Geophysical Research Letters*, 31(23), 2004.
- Y. Ogata. Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical Association*, pages 9–27, 1988.
- Paul G Okubo. Dynamic rupture modeling with laboratory-derived constitutive relations. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 94(B9) :12321–12335, 1989.
- F. Omori. On after-shocks. 1894.
- P.S. Pacheco. *Parallel programming with MPI*. Morgan Kaufmann, 1997.
- Z. Peng and Y. Ben-Zion. Spatiotemporal variations of crustal anisotropy from similar events in after-shocks of the 1999 m7. 4 izmit and m7. 1 düzce, turkey, earthquake sequences. *Geophysical Journal International*, 160(3) :1027–1043, 2005.
- Z. Peng and P. Zhao. Migration of early aftershocks following the 2004 parkfield earthquake. *Nature Geoscience*, 2(12) :877–881, 2009.
- H. Perfettini and J.P. Ampuero. Dynamics of a velocity strengthening fault region : Implications for slow earthquakes and postseismic slip. *J. Geophys. Res.*, 113 :B09411, 2008.
- H. Perfettini and JP Avouac. Postseismic relaxation driven by brittle creep : A possible mechanism to reconcile geodetic measurements and the decay rate of aftershocks, application to the chi-chi earthquake, taiwan. *J. Geophys. Res.*, 109(10.1029), 2004.

- H Perfettini, J Schmittbuhl, and A Cochard. Shear and normal load perturbations on a two-dimensional continuous fault : 2. dynamic triggering. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 108(B9), 2003a.
- H Perfettini, J Schmittbuhl, and A Cochard. Shear and normal load perturbations on a two-dimensional continuous fault : 1. static triggering. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 108(B9), 2003b.
- H. Perfettini, J.P. Avouac, and J.C. Ruegg. Geodetic displacements and aftershocks following the 2001 $m_w = 8.4$ peru earthquake : Implications for the mechanics of the earthquake cycle along subduction zones. *Journal of Geophysical Research B*, 110(B9) :Art–No, 2005.
- H. Perfettini, JP Avouac, et al. Modeling afterslip and aftershocks following the 1992 landers earthquake. *J. Geophys. Res.*, 112(B7) :B07409, 2007.
- William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes Source Code CD-ROM 3rd Edition : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 3 edition, 2007. ISBN 0521706858, 9780521706858.
- K. Ranjith and JR Rice. Stability of quasi-static slip in a single degree of freedom elastic system with rate and state dependent friction. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47(6) :1207–1218, 1999.
- J. R. Rice. Spatio-temporal complexity of slip on a fault. *J. Geophys. Res.*, 98 :9885–9907, 1993.
- J. R. Rice and A. L. Ruina. Stability of steady frictional slipping. *J. Appl. Mech.*, 50 :343–349, 1983.
- J. R. Rice, N. Lapusta, and K. Ranjith. Rate and state dependent friction and the stability of sliding between elastically deformable solids. *Journal of the Mechanics and Physics of solids.*, 49 :1865–1898, 2001.
- James R Rice. Constitutive relations for fault slip and earthquake instabilities. *Pure and Applied Geophysics*, 121(3) :443–475, 1983.
- James R Rice and Yehuda Ben-Zion. Slip complexity in earthquake fault models. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 93(9) :3811–3818, 1996.
- J.R. Rice. Fault stress states, pore pressure distributions, and the weakness of the san andreas fault. *International Geophysics Series*, 51 :475–475, 1992.
- Allan M Rubin, Dominique Gillard, and Jean-Luc Got. A reinterpretation of seismicity associated with the january 1983 dike intrusion at kilauea volcano, hawaii. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 103(B5) :10003–10015, 1998.
- A.M. Rubin and J.P. Ampuero. Earthquake nucleation on (aging) rate and state faults. *J. Geophys. Res.*, 110 :B11312, 2005.
- A. L. Ruina. Slip instability and state variable friction laws. *J. Geophys. Res.*, 88 :10,359–10,370, 1983.
- D.P. Schaff, G.C. Beroza, and B.E. Shaw. Postseismic response of repeating aftershocks. *Geophys. Res. Lett.*, 25(24) :4549–4552, 1998.
- P. Segall and J.R. Rice. Does shear heating of pore fluid contribute to earthquake nucleation ? *Journal of Geophysical Research*, 111 :B09316, 2006.
- Paul Segall. *Earthquake and volcano deformation*. Princeton University Press, 2010.

- Paul Segall, Emily K Desmarais, David Shelly, Asta Miklius, and Peter Cervelli. Earthquakes triggered by silent slip events on k&imacr ; lauea volcano, hawaii. *Nature*, 442(7098) :71–74, 2006.
- Bruce E Shaw. Complexity in a spatially uniform continuum fault model. *Geophysical Research Letters*, 21(18) :1983–1986, 1994.
- Bruce E Shaw. Frictional weakening and slip complexity in earthquake faults. *Journal of Geophysical Research*, 100(B9) :18239–18, 1995.
- Bruce E Shaw, JM Carlson, and JS Langer. Patterns of seismic activity preceding large earthquakes. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth (1978–2012)*, 97(B1) :479–488, 1992.
- David R Shelly, Gregory C Beroza, and Satoshi Ide. Non-volcanic tremor and low-frequency earthquake swarms. *Nature*, 446(7133) :305–307, 2007.
- RM Skarbek, AW Rempel, and DA Schmidt. Geologic heterogeneity can produce aseismic slip transients. *Geophysical Research Letters*, 39(21), 2012.
- D.C. Sorensen. Implicit application of polynomial filters in ak-step arnoldi method. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 13(1) :357–385, 1992.
- R.S. Stein. The role of stress transfer in earthquake occurrence. *Nature*, 402(6762) :605–609, 1999.
- R.S. Stein, A.A. Barka, and J.H. Dieterich. Progressive failure on the north anatolian fault since 1939 by earthquake stress triggering. *Geophysical Journal International*, 128(3) :594–604, 2007.
- P.N. Swarztrauber. *Vectorizing the Fast Fourier Transforms, in Parallel Computations*. Garry Rodrigue, Academic Press, 1982. ISBN 0125921012.
- P.N. Swarztrauber. Fft algorithms for vector computers. *Parallel Computing*, 1(1) :45–63, 1984.
- S.J. Titus, C. DeMets, and B. Tikoff. Thirty-five-year creep rates for the creeping segment of the san andreas fault and the effects of the 2004 parkfield earthquake : constraints from alignment arrays, continuous global positioning system, and creepmeters. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(4B) :S250–S268, 2006.
- S. Toda, R.S. Stein, P.A. Reasenberg, J.H. Dieterich, and A. Yoshida. Stress transferred by the 1995 m (w)= 6. 9 kobe, japan, shock- effect on aftershocks and future earthquake probabilities. *Journal of Geophysical Research*, 103(B10) :24–543, 1998.
- S. Toda, R.S. Stein, K. Richards-Dinger, and S.B. Bozkurt. Forecasting the evolution of seismicity in southern california : Animations built on earthquake stress transfer. *Journal of Geophysical Research*, 110(B5) :B05S16, 2005.
- S.T. Tse and J.R. Rice. Crustal earthquake instability in relation to the depth variation of frictional slip properties. *J. Geophys. Res.*, 91(B9) :9452–9472, 1986.
- Akito Tsutsumi and Toshihiko Shimamoto. High-velocity frictional properties of gabbro. *Geophysical Research Letters*, 24(6) :699–702, 1997.
- T. Utsu. Aftershocks and earthquake statistics (3) : Analyses of the distribution of earthquakes in magnitude, time and space with special consideration to clustering characteristics of earthquake occurrence (1). *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University. Series 7, Geophysics*, 3(5) :379–441, 1972.
- T. Utsu, Y. Ogata, and R.S. Matsu'ura. The centenary of the omori formula for a decay law of aftershock activity. *Journal of Physics of the Earth*, 43(1) :1–33, 1995.

- JE Vidale, WL Ellsworth, A Cole, and C Marone. Variations in rupture process with recurrence interval in a repeated small earthquake. *Nature*, 368(6472) :624–626, 1994.
- G. Zheng and J.R. Rice. Conditions under which velocity-weakening friction allows a self-healing versus a cracklike mode of rupture. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 88(6) :1466–1483, 1998.
- A. Ziv and A. Cochard. Quasi-dynamic modeling of seismicity on a fault with depth-variable rate-and state-dependent friction. *J. Geophys. Res*, 111 :B08310, 2006.
- A. Ziv and AM Rubin. Implications of rate-and-state friction for properties of aftershock sequence : Quasi-static inherently discrete simulations. *J. Geophys. Res*, 108(2051) :21, 2003.
- A. Ziv, AM Rubin, and D. Kilb. Spatiotemporal analyses of earthquake productivity and size distribution : Observations and simulations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 93((5)) :2069–2081, 2003.
- Alon Ziv. On the nucleation of creep and the interaction between creep and seismic slip on rate-and state-dependent faults. *Geophysical Research Letters*, 34(15), 2007.