Programme de colle Fonctions à valeurs complexes et fonctions usuelles

Classe de MPSI

Lycée du Parc

Exercice 1
Expression sans $\sum$ de $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\cos(na)}{n!\sin^n a} x^n$ et $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\sin(na)}{n!\sin^n a} x^n$, avec $a \notin \pi\mathbb{Z}$.

Exercice 2
Montrer : $2 \operatorname{Arctan}\left(\sqrt{1+x^2} - x\right) + \operatorname{Arctan} x = \dfrac{\pi}{2}$; $\operatorname{Arcsin} x = \operatorname{Arctan} \dfrac{x}{\sqrt{1-x2}}$ (pour $x \in I$ à déterminer).
$2 \operatorname{Argth} x = \operatorname{Argth}\left(\dfrac{2x}{1+x^2}\right)$

Exercice 3 (ddl)
Soit $G : \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[\to \mathbb{R}$ définie par $G(t) = \operatorname{argsh}(\tan t)$.
Montrer que G est dérivable et que pour tout $t \in \left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$, $G'(t) = \operatorname{ch} G(t)$.

Exercice 4 (ddl)
Etudier la parité de la fonction f définie par

$$f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)$$