Programme de colle 8

Classe de PT

Semaine du lundi 7 au jeudi 10 novembre

Liste des questions de cours
• Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme (les *deux*). • Pour tout $(f, g) \in \mathscr{L}(E)^2$ qui commutent, $g(\text{Ker } f) \subset \text{Ker } f$ et $g(\text{Im } f) \subset \text{Im } f$. • Pour tout $(u, v) \in \mathscr{L}(E)^2$, $\quad \text{Ker}\,(v \circ u) = \text{Ker } u \iff \text{Ker } v \cap \text{Im } u = \{0\}$ • et les questions de cours de la semaine précédente.

1 Intégration

1.1 Intégrales sur un intervalle quelconque

1.1.1 Intégrales à paramètre

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme.

2 Généralités sur les espaces vectoriels

2.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\text{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes et sommes directes finies de sous-espaces vectoriels. Projecteurs et symétries.

2.2 Familles et bases

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Base canonique de $\mathbb{K}[X]$. Toute famille de polynômes non nuls échelonnée en degré est libre.
Théorème de la base incomplète.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i \in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i \in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections.

2.3 Dimension finie

Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Caractérisation d'une base.
Base adaptée à une décomposition en somme directe. Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$.
Rang d'une famille de vecteurs.
Hyperplans et systèmes.
$\boxed{\textbf{Théorème du rang}}$.