

Programme de colle 21

Classe de PT

Semaine du lundi 13 au vendredi 17 mars

Liste des questions de cours

- L'application $(x, y) \mapsto \frac{xy}{x^2 + y^2}$ n'a pas de limite en $(0, 0)$. L'application $(x, y) \mapsto \frac{x^2y}{x^2 + y^2}$ et $(0, 0) \mapsto 0$ est continue en $(0, 0)$.
- Points réguliers de $x(x^2 + y^2) - x^2 + y^2 = 0$. Équation de la tangente en $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2\sqrt{3}})$.
- Plan tangent en un point régulier d'une nappe paramétrée $(u, v) \mapsto \vec{F}(u, v)$, d'une surface d'équation cartésienne $f(x, y, z) = 0$. Vecteur tangent à une courbe définie par deux équations cartésiennes (énoncés).
- Équation paramétrique du conoïde Σ : Soit \mathcal{C} le cercle de centre $A(0, 1, 1)$ et de rayon 1 contenu dans le plan $y = 1$. La surface Σ est l'union des droites passant par un point de \mathcal{C} et son projeté sur (Oz) .
- Équation paramétrique d'une surface réglée donnée par ses génératrices, d'une surface de révolution autour de l'axe (Oz) (énoncés). Équation cartésienne d'une surface de révolution (théorème sur la condition d'élimination).

1 Fonctions de plusieurs variables

1.1 Limite et continuité

Limite en un point adhérent.

Fonctions continues de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^m , opérations algébriques, composition. L'image d'un fermé borné par une application continue est fermé borné (cas des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} : bornée et atteint ses bornes).

1.2 Calcul différentiel

Dérivées partielles, applications \mathcal{C}^1 , formule de Taylor à l'ordre 1. Cas des fonctions à valeurs dans \mathbb{R} : Gradient (∇).

Formule de composition, applications aux EDP.

Dérivées partielles d'ordre supérieur, théorème de Schwarz. EDP d'ordre 2, avec changement de variable (donné).

Fonctions de $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ouvert dans \mathbb{R} : formule de Taylor-Young à l'ordre 2. Étude des extrema locaux : points critiques, hessienne, nature lorsque la hessienne est inversible via l'étude des valeurs propres.

1.3 Courbes du plan définies par une équation cartésienne

Point régulier, équation de la tangente en un point régulier. Cas des lignes de niveau $f(x, y) = \lambda$.

2 Surfaces

2.1 Généralités

2.1.1 Définitions

Définition d'une surface à l'aide d'une équation paramétrique ou cartésienne. Recherche d'équation cartésienne. Courbe tracée sur une surface.

Définition et équation du plan tangent dans les cas paramétrique et cartésien. Droite tangente à une courbe tracée sur une surface.

2.1.2 Courbes comme intersection de deux surfaces

Condition suffisante d'existence, tangente.

2.2 Surfaces usuelles

2.2.1 Surfaces d'équation $z = g(x, y)$

Plan tangent. Si g est de classe \mathcal{C}^2 , position par rapport au plan tangent en un point critique.

2.2.2 Surfaces réglées

Définition géométrique, équation paramétrique. Le plan tangent en un point contient les génératrices passant par ce point.

2.2.3 Surfaces de révolution

Définition géométrique, équations paramétrique et cartésienne d'une surface de révolution. Méridienne, parallèle. Savoir reconnaître une surface (donnée par son équation cartésienne) de révolution lorsque l'axe de révolution est un axe de coordonnées.