

Programme de colle 19

Classe de PT

Semaine du lundi 17 au vendredi 21 février

Liste des questions de cours

- Liberté des familles orthogonales de vecteurs non nuls
- Un projecteur p est un projecteur orthogonal si et seulement si $\forall x \in E \|p(x)\| \leq \|x\|$.
- Si $f \in \mathcal{L}(E)$ est endomorphisme symétrique, ses sous-espaces propres sont deux à deux orthogonaux
- Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. $S = {}^tAA$ est une matrice symétrique dont toutes les valeurs propres sont positives.

1 Algèbre bilinéaire

1.1 Euclidiens

Existence de bases orthonormales ; méthode de Schmidt. Calculs dans une base orthonormale.

Projection orthogonale sur un sous-espace de dimension finie ; distance à un tel sous-espace.

Principe des méthodes de moindres carrés.

1.2 Isométries

Définition et valeurs propres d'une isométrie (ou endomorphisme orthogonal). Groupe $\mathcal{O}(E)$.

Définition et déterminant d'une matrice orthogonale. Groupes $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$ et $SO_n(\mathbb{R})$.

Description dans le cas des dimensions 2 et 3, études pratiques. En particulier détermination de l'axe et de l'angle d'une rotation de \mathbb{R}^3 .

1.3 Endomorphismes symétriques

Définition d'un endomorphisme et d'une matrice symétrique. Théorèmes de réduction des endomorphismes symétrique et de diagonalisation des matrices symétriques.