Programme de colle 17

Classe de PC

Semaine du lundi 3 au vendredi 7 février

Liste des questions de cours

- (Loi conditionnelle) Une grenouille pond X oeufs selon une loi de poisson de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}_+$, chaque oeuf éclot de façon indépendante selon une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$. Loi du nombre Y d'oeufs éclos.
- (Loi de couple) On effectue une suite de lancers indépendants avec une pièce non équilibrée (probabilité $p \in]0, 1[$ d'avoir pile). Donner la loi de la longueur X de la première chaîne, et Y de la deuxième chaîne.
- Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes :
 - Loi de $X + Y$ lorsque $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ et $Y \sim \mathcal{P}(\mu)$, avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}_+^*$.
 - Loi de $Z = \min(X, Y)$ lorsque $X \sim \mathcal{G}(p)$ et $Y \sim \mathcal{G}(q)$, avec $p, q \in]0, 1[$.
- Énoncé et preuve du lemme d'Abel.

1 Probabilités

Ensemble du chapitre, en mettant l'accent sur : système complet d'événements, formule des probabilités totales, et ce qui suit.

1.1 Variables aléatoires discrètes

1.1.1 Moments : espérance, variance

Variable aléatoire discrète d'espérance finie. Théorème du transfert. Théorème de majoration. Linéarité, positivité, croissance de l'espérance (sous réserve d'existence). Espérance d'un produit de variables aléatoires discrètes indépendantes.

Variance, propriétés. Variables centrées réduites. $V(aX + b)$.

Inégalités de Markov, de Bienaymé-Tchebychev.

1.1.2 Couple : covariance

Covariance. Inégalité de Cauchy-Schwarz.

Variance d'une somme de deux variables aléatoires ; cas de variables indépendantes.

1.2 Loïs usuelles

Lois uniforme, de Bernoulli $\mathcal{B}(p)$, binomiale $\mathcal{B}(n, p)$, géométrique $\mathcal{G}(p)$ et de Poisson $\mathcal{P}(\lambda)$.

Espérance et variance dans chacun des cas.

Loi faible des grands nombres.

2 Séries numériques

Révisions : convergence absolue, critères de comparaison, séries de Riemann.

Produit de Cauchy. Critère de D'Alembert.