

Exercices : Suites numériques

EXERCICE 1

Dans un cabinet médical, chaque mois 20 nouvelles fiches de clients s'ajoutent au fichier. Le jour de votre arrivée, le premier mai, il y a $u_0 = 1460$ fiches.

- 1) Calculez le nombre de fiches u_1 au bout d'un mois.
- 2) Calculez le nombre de fiches u_2 au bout de deux mois.
- 3) Calculez u_3, u_4, u_5, u_6 .
- 4) Comment trouve-t-on u_5 à partir de u_4 (donnez une formule) ? Même question pour u_6 . Quelle est la formule permettant de calculer u_{n+1} à partir de u_n ? (remarque : $u_5 = u_{4+1}$ et $u_6 = u_{5+1}$)
- 5) Comment calculer directement u_2 à partir de u_0 ? Ne pas effectuer le calcul : écrire seulement le calcul qu'il faudrait effectuer. Même question pour u_3, u_4 et u_5 .
- 6) Calculez u_n en fonction de u_0 et de n .
- 7) (facultatif) Le classeur peut contenir 2000 fiches. Au bout de combien de temps sera-t-il plein ?

EXERCICE 2

Dans cet exercice, on étudie les arbres généalogique. Chaque être humain a deux parents (on s'intéresse à l'aspect biologique, rien d'autre).

- 1) Combien avez-vous de grand-parents ?
- 2) Combien avez-vous d'arrière-grand-parents ? Combien avez-vous d'arrière-arrière-grand-parents ?
- 3) On suppose désormais que tous les membres de l'arbre généalogique sont distincts (pas de cousins qui se marient ensemble, par exemple). On note u_1 le nombre d'ancêtres à la première génération (parents), u_2 le nombre d'ancêtres à la deuxième génération, u_3 le nombre d'ancêtres à la troisième génération, etc... Calculez u_1, u_2, u_3 et u_4 .
- 4) Comment trouve-t-on u_{n+1} à partir de u_n ?
- 5) Calculez u_n en fonction de n .
- 6) De combien de membres se compose l'arbre généalogique au bout de 3 générations (commencer par l'exprimer en fonction de u_0, u_1, u_2 et u_3) ? Au bout de 4 générations ? au bout de n générations ?

EXERCICE 3

Une balle en caoutchouc est lâchée d'une hauteur de 100 cm au-dessus du sol. Elle rebondit plusieurs fois et perd de l'énergie à chaque rebond. La hauteur atteinte à chaque rebond est égale aux $\frac{9}{10}$ de la hauteur du précédent rebond.

On désigne par h_n la hauteur en centimètres du n -ième rebond et par $h_0 = 100$ la hauteur d'où elle est lâchée.

- 1) Calculez u_1, u_2, u_3 .
- 2) Exprimez u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la valeur de u_n en fonction de n .

- 3) Calculez la hauteur du dixième rebond.
- 4) On estime la balle immobile dès que la hauteur du rebond est inférieure à 1 cm. Combien la balle a-t-elle accompli de rebonds ? Quelle distance totale a-t-elle parcourue.

EXERCICE 4

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{aligned} u_0 &= 5 \\ u_{n+1} &= u_n - 2 \end{aligned}$$

- 1) Calculez u_1, u_2, u_3
- 2) Exprimez u_n en fonction de n .
- 3) Calculez u_{100} .

EXERCICE 5

Complétez les suites suivantes :

- 1) 1, 3, 6, 10, 15, ...
- 2) 11, 14, 17, 20, ...
- 3) 6, 12, 24, 48, ...
- 4) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

EXERCICE 6

Important :

on rappelle qu'augmenter une quantité de $t\%$ revient à multiplier cette quantité par $\left(1 + \frac{t}{100}\right)$.

Extrait de Bac 2005 (Pondichéry) STT Partie B

Durant l'année 2004, le nombre de familles qui ont loué un emplacement au «Camping de la plage» est 500. Le directeur prévoit pour l'avenir une augmentation annuelle de 5%. On désigne par u_0 le nombre de familles reçues par le camping en 2004 ($u_0 = 500$), u_1 le nombre de familles reçues par le camping en 2005, u_2 le nombre de familles reçues par le camping en 2006, u_n le nombre de familles reçues par le camping en $2004 + n$.

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.
- 3) En supposant que la tendance se poursuive, combien de familles le directeur peut-il espérer pour l'année 2011 ?