

```
# -*- coding: utf-8 -*-  
"""
```

```
Created on Fri Nov 18 14:56:35 2022
```

```
@author: dconduche  
"""
```

```
# ex 2 : Version récursive descendante, naïve. Complexité :  $e^n$   
# (C'est donc comme s'il n'y avait pas d'algorithme)
```

```
def fibo_naif(n):  
    if n <= 1:  
        return n  
    else:  
        return fibo_naif(n-2) + fibo_naif(n-1)
```

```
def fibo_compteur(n):  
    compteur = 0  
  
    def fibo(n):  
        nonlocal compteur  
        compteur += 1  
        if n <= 1:  
            return n  
        else:  
            return fibo(n-2) + fibo(n-1)  
    fibo(n)  
    return compteur
```

```
def fibo_compteur2(n, c=0):  
    if n <= 1:  
        return n, 1  
    else:  
        return fibo_naif(n-2, c+1) + fibo_naif(n-1, c+1), c
```

```
# ex 3 : Version ascendante, itérative. Complexité en  $O(n)$   
# Toujours préférer une boucle for (qui termine toujours)  
# à une boucle while (qui peut ne pas se terminer)
```

```
def fibo_iter(n):  
    # Les variables u et v représentent  $u_{(n-1)}$  et  $u_n$   
    #  $u, v = v, u + v$  permet de faire
```

```

# u <- v  v <- u+v sans variable intermédiaire pour garder
# valeur de v
if n == 0:
    return 0
u, v = 0, 1
for i in range(1, n):
    u, v = v, u + v
return v

```

*# ex 4 : version descendante, avec mémoïsation = programmation
Complexité en $O(n)$*

```

def fibo_memo(n):
    U = {0: 0, 1: 1}

    def fibo(n):
        if n not in U:
            U[n] = fibo(n-2) + fibo(n-1)
        return U[n]
    return fibo(n)

```

*# ex 5 : idem, avec une autre formule de récurrence
Complexité en $O(\log n)$
Cette formule de récurrence s'obtient via une identité mat
https://fr.wikipedia.org/wiki/Suite_de_Fibonacci#Expressions*

```

def fibo_memo2(n):
    U = {0: 0, 1: 1}

    def fibo(n):
        if n not in U:
            p = n//2
            if n % 2 == 0:
                U[n] = 2*fibo(p-1)*fibo(p) + fibo(p)**2
            else:
                U[n] = fibo(p)**2 + fibo(p+1)**2
        return U[n]
    return fibo(n)

```