

## Exercices : Révisions



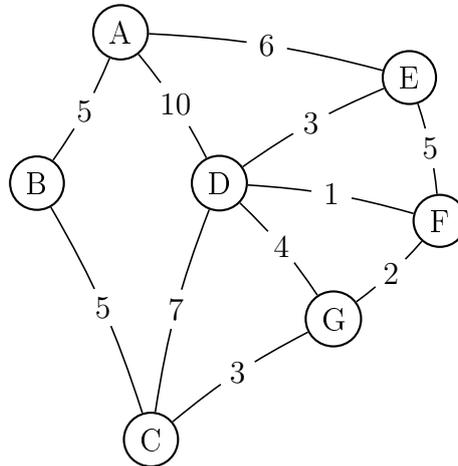
### Exercice 1 (Amérique du Sud, novembre 2008)

#### Partie A

Laurent s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux d'une grande entreprise.

Le graphe ci-dessous représente les différents parcours qu'il peut faire pour distribuer le courrier dans les bureaux A, B, C, D, E, F et G.

Le poids de chaque arête indique le nombre d'obstacles (portes, escaliers, machines à café... ) qui nuisent à la distribution du courrier.



Laurent se voit confier par le bureau A un colis à livrer au bureau G.

Indiquer un parcours qui permette à Laurent de partir du bureau A pour arriver au bureau G en rencontrant le minimum d'obstacles.

#### Partie B

Pris par le temps, il n'est pas rare de voir Laurent oublier de livrer le courrier du matin !

On considère que :

- Si Laurent a distribué le courrier du matin un certain jour, la probabilité qu'il y pense le lendemain est de 0,7.
- Si Laurent a oublié de distribuer le courrier du matin un certain jour, la probabilité pour qu'il oublie à nouveau le lendemain est de 0,8.

Le lundi matin 1<sup>er</sup> octobre, Laurent a bien distribué le courrier.

On note  $a_n$  la probabilité que Laurent distribue le courrier le  $n$ -ième jour de travail (on considère donc que le lundi 1<sup>er</sup> octobre est le premier jour et que  $a_1 = 1$ ).

- 1) Traduire les données de cet exercice à l'aide d'un graphe probabiliste. Préciser la matrice de transition associée à ce graphe.
- 2) Démontrer que, pour tout  $n \geq 1$ , on a :  $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$ .
- 3) On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout  $n \geq 1$ , par  $u_n = a_n - 0,4$ .
  - a. Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison 0,5. Calculer son premier terme.
  - b. En déduire, pour tout  $n \geq 1$ , la valeur de  $a_n$  en fonction de  $n$ .

### Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie, novembre 2008)

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante :

« Le premier jour, nous vous offrons 100 euros puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5% de plus que la veille et une somme fixe de 20 euros.

Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 euros ? »

- 1) Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $u_n$  le montant total en euros versé à Marc le  $n$ -ième jour. Ainsi,  $u_1 = 100$ .
  - a. Calculer  $u_2$ .
  - b. Justifier que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$ .
- 2) Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on pose  $v_n = u_n + 400$ .
  - a. Calculer  $v_1$ .
  - b. Démontrer que la suite  $(v_n)$  est une suite géométrique et préciser sa raison.
  - c. Exprimer  $v_n$  en fonction de  $n$  puis en déduire que  $u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$ .
  - d. Déterminer, en fonction de  $n$ , la somme  $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ .
- 3) Quelle réponse Marc doit-il donner ?

### Exercice 3 (Asie, juin 2008)

On considère la surface  $S$  d'équation

$$z = y \times \ln(x)$$

où  $x$  appartient à l'intervalle  $[0,5; 5]$  et  $y$  appartient l'intervalle  $[-3 ; 5]$ . Cette surface  $S$  est représentée sur l'annexe correspondant à cet exercice qui est à rendre avec la copie.

Les cinq questions sont indépendantes l'une de l'autre.

- 1) On note  $P$  le plan d'équation  $z = 3,5$ . Quelle est la nature de l'intersection de la surface  $S$  et du plan  $P$  ?
- 2) On désigne par  $\mathcal{C}_2$  l'intersection de la surface  $S$  avec le plan d'équation  $y = 2$ . Représenter la courbe  $\mathcal{C}_2$  dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
- 3) Placer sur la surface  $S$  le point  $A$  d'abscisse 2 et d'ordonnée 4. Calculer sa cote.
- 4) Lire les coordonnées du point  $B$  situé sur la surface  $S$ .
- 5) On considère la section  $\mathcal{C}$  de la surface  $S$  par le plan d'équation  $z = 1$ .
  - a. Calculer l'ordonnée du point  $D$  d'abscisse 4 situé sur la section  $\mathcal{C}$ . On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à  $10^{-1}$  près. Placer le point  $D$  sur la surface  $S$ .
  - b. Arthur pense que la nature de la section  $\mathcal{C}$  est un morceau de parabole. A-t-il raison ? Pourquoi ?