

Exercices : Révisions



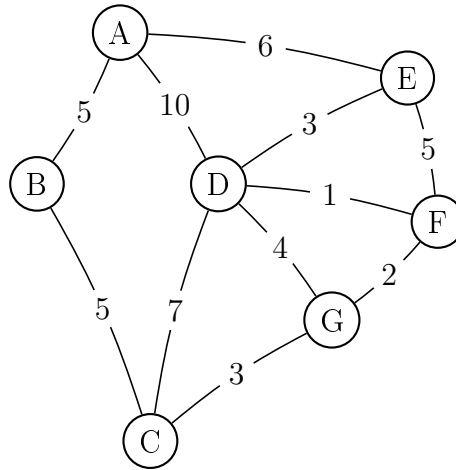
Exercice 1 (Amérique du Sud, novembre 2008)

Partie A

Laurent s'occupe de distribuer le courrier dans les bureaux d'une grande entreprise.

Le graphe ci-dessous représente les différents parcours qu'il peut faire pour distribuer le courrier dans les bureaux A, B, C, D, E, F et G.

Le poids de chaque arête indique le nombre d'obstacles (portes, escaliers, machines à café...) qui nuisent à la distribution du courrier.



Laurent se voit confier par le bureau A un colis à livrer au bureau G.

Indiquer un parcours qui permette à Laurent de partir du bureau A pour arriver au bureau G en rencontrant le minimum d'obstacles.

Partie B

Pris par le temps, il n'est pas rare de voir Laurent oublier de livrer le courrier du matin !

On considère que :

- Si Laurent a distribué le courrier du matin un certain jour, la probabilité qu'il y pense le lendemain est de 0,7.
- Si Laurent a oublié de distribuer le courrier du matin un certain jour, la probabilité pour qu'il oublie à nouveau le lendemain est de 0,8.

Le lundi matin 1^{er} octobre, Laurent a bien distribué le courrier.

On note a_n la probabilité que Laurent distribue le courrier le n -ième jour de travail (on considère donc que le lundi 1^{er} octobre est le premier jour et que $a_1 = 1$).

- 1) Traduire les données de cet exercice à l'aide d'un graphe probabiliste. Préciser la matrice de transition associée à ce graphe.
- 2) Démontrer que, pour tout $n \geq 1$, on a : $a_{n+1} = 0,5a_n + 0,2$.
- 3) On considère la suite (u_n) définie, pour tout $n \geq 1$, par $u_n = a_n - 0,4$.
 - a. Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,5. Calculer son premier terme.
 - b. En déduire, pour tout $n \geq 1$, la valeur de a_n en fonction de n .

Exercice 2 (Nouvelle-Calédonie, novembre 2008)

Lors d'un jeu, Marc doit répondre à la question suivante :

« Le premier jour, nous vous offrons 100 euros puis chaque jour suivant, nous vous offrons 5% de plus que la veille et une somme fixe de 20 euros.

Au bout de combien de jours aurez-vous gagné 10 000 euros ? »

- 1) Pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le montant total en euros versé à Marc le n -ième jour. Ainsi, $u_1 = 100$.
 - a. Calculer u_2 .
 - b. Justifier que, pour tout entier naturel n non nul, $u_{n+1} = 1,05u_n + 20$.
- 2) Pour tout entier naturel n non nul, on pose $v_n = u_n + 400$.
 - a. Calculer v_1 .
 - b. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique et préciser sa raison.
 - c. Exprimer v_n en fonction de n puis en déduire que $u_n = 500 \times 1,05^{n-1} - 400$.
 - d. Déterminer, en fonction de n , la somme $v_1 + v_2 + \dots + v_n$.
- 3) Quelle réponse Marc doit-il donner ?

Exercice 3 (Asie, juin 2008)

On considère la surface S d'équation

$$z = y \times \ln(x)$$

où x appartient à l'intervalle $[0,5; 5]$ et y appartient l'intervalle $[-3 ; 5]$. Cette surface S est représentée sur l'annexe correspondant à cet exercice qui est à rendre avec la copie.

Les cinq questions sont indépendantes l'une de l'autre.

- 1) On note P le plan d'équation $z = 3,5$. Quelle est la nature de l'intersection de la surface S et du plan P ?
- 2) On désigne par \mathcal{C}_2 l'intersection de la surface S avec le plan d'équation $y = 2$. Représenter la courbe \mathcal{C}_2 dans un repère orthonormal d'unité 2 cm.
- 3) Placer sur la surface S le point A d'abscisse 2 et d'ordonnée 4. Calculer sa cote.
- 4) Lire les coordonnées du point B situé sur la surface S .
- 5) On considère la section \mathcal{C} de la surface S par le plan d'équation $z = 1$.
 - a. Calculer l'ordonnée du point D d'abscisse 4 situé sur la section \mathcal{C} . On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-1} près. Placer le point D sur la surface S .
 - b. Arthur pense que la nature de la section \mathcal{C} est un morceau de parabole. A-t-il raison ? Pourquoi ?