

Exercices : tableaux de signes (suite)**Exercice 1**

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (7x + 5)(-3x + 2) \quad g(x) = (7x + 5)(2x + 7)$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentant la fonction f , et \mathcal{C}_g la courbe représentant la fonction g . Le but est d'étudier la position relative de ces deux courbes (quand est-ce que \mathcal{C}_f est en dessous de \mathcal{C}_g ?).

- 1) Décrire le problème par une inéquation, se ramener à une étude de signe.
- 2) Factoriser $f(x) - g(x)$.
- 3) Dresser le tableau de signe de $f(x) - g(x)$.
- 4) En déduire les solutions de l'inéquation trouvée au 1).
- 5) Étudier la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Exercice 2

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (1 - x)(x - 2) \quad g(x) = (1 - x)(x + 7)$$

On note \mathcal{C}_f la courbe représentant la fonction f , et \mathcal{C}_g la courbe représentant la fonction g . Le but est d'étudier la position relative de ces deux courbes (quand est-ce que \mathcal{C}_f est en dessous de \mathcal{C}_g ?).

- 1) Décrire le problème par une inéquation, se ramener à une étude de signe.
- 2) Factoriser $f(x) - g(x)$.
- 3) Dresser le tableau de signe de $f(x) - g(x)$.
- 4) En déduire les solutions de l'inéquation trouvée au 1).
- 5) Étudier la position relative de \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

Exercice 3

Positions relatives des courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g dans les cas suivants :

- 1) $f(x) = (x + 1)(2x + 3)$ et $g(x) = (2x - 3)(2x + 3)$.
- 2) $f(x) = (4x + 1)^2$ et $g(x) = x^2$.
- 3) $f(x) = (4x + 4)x^2$ et $g(x) = x + 1$. (remarquer que $4x + 4 = 4(x + 1)$ et que $4x^2 = 2^2x^2 = (2x)^2$).
- 4) $f(x) = \frac{1}{x}$ et $g(x) = x$.
- 5) $f(x) = \frac{3 - x}{x + 3}$ et $g(x) = x + 1$ (en désespoir de cause, on peut toujours développer pour factoriser ensuite).

Exercice 4

Étudier le signe des expressions suivantes :

- 1) $(x^2 + 1)(2x + 1)$ 2) $-3x(x^2 - 4)(1 - x)$ 3) $\left(\frac{4}{9}x^2 - 1\right)(-x + 3)^2$

Exercice 5 (facultatif)

Résoudre les inéquations suivantes :

- 1) $\frac{x^2 - 2}{x^2 - 1} \geq 2$ 2) $\frac{x + 21}{2x} \leq 4$ 3) $\frac{2 - x}{x + 2} \leq x + 1$

La méthode est toujours la même : tout passer d'un seul côté pour se ramener à une comparaison à 0, mettre au même dénominateur, factoriser, étudier le signe.