

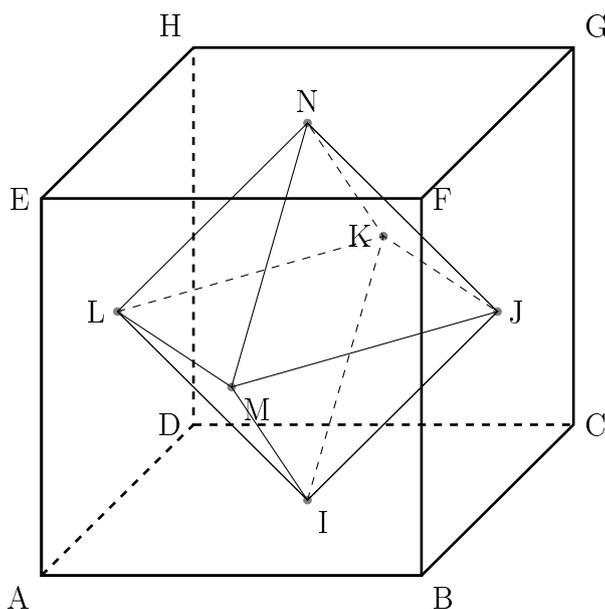
Toutes les affirmations doivent être justifiées.



Exercices 15 et 16 page 194.

Exercice 3

Soit $ABCDEFGH$ un cube, et I, J, K, L, M et N les centres respectifs des faces $ABCD, BCGF, DCGH, ADHE, ABFE$ et $EFGH$. Nous allons étudier l'octaèdre (de *octa-*, huit : solide à huit faces) $IJKLMN$.



- 1) On note a la longueur de l'arête du cube. Calculer la longueur HF .
- 2)
 - a. Faire une figure dans le plan (AFH) représentant tous les points appartenant à ce plan.
 - b. Que peut-on dire des points N, M et L ?
 - c. Montrer que (LM) est parallèle à (FH) et que $LM = \frac{1}{2}HF$.
 - d. Montrer que le triangle LMN est équilatéral.
- 3) Montrer que :
 - toutes les faces de l'octaèdre sont des triangles équilatéraux ;
 - le quadrilatère $JKLM$ est un losange¹ (ainsi que $IKNM$ et $LIJN$) ;
 - les diagonales $(LJ), (IN)$ et (KM) sont concourantes au centre du cube et deux à deux perpendiculaires.

L'octaèdre ainsi obtenu est appelé un octaèdre régulier. Si on relie les centres des faces d'un polyèdre régulier, on obtient toujours un autre polyèdre régulier.
- 4) calculer le volume de l'octaèdre régulier en fonction de la longueur a du côté du cube.

¹On peut en fait montrer que c'est un carré, mais nous n'avons pas encore vu les notions d'*orthogonalité* dans l'espace.