

Licence de Psychologie - Semestre N° 5 - TD n° 3

Echange de données entre Statistica et Excel

Test du khi-2 - Tests statistiques non paramétriques

15 Travail sur un tableau de contingence - Test du khi-2

15.1 Enoncé

Une étude a été menée en 1990-91 sur les facteurs pouvant influencer sur le port de la ceinture de sécurité par les conducteurs et les passagers de voitures de tourisme et de véhicules utilitaires. De nombreuses observations ont été effectuées (9434 au total), et ont donné lieu au relevé des éléments suivants :

- Nature du véhicule (voiture de tourisme / véhicule utilitaire)
- Age du conducteur (trois classes d'âge)
- Sexe (M / F)
- Port de la ceinture (port / non port)
- Présence d'un passager avant (oui / non)
- Le cas échéant, âge, sexe et port de la ceinture pour le passager
- Présence de passagers arrière (oui / non)

On s'intéresse tout d'abord à l'effet du type d'occupation du véhicule (conducteur seul, conducteur + passagers avant, conducteur + passagers arrière, conducteur + passagers avant et arrière) sur le port de la ceinture par le conducteur. On dispose de 8374 observations concernant cette partie de l'étude. Les données sont les suivantes :

	Port ceinture	non port de ceinture
Seul	2825	3468
Cond. + pass. avant	729	815
Cond. + pass. arrière	80	113
Cond. + pass. av. et arr.	168	176

On souhaite en particulier tester l'existence d'un lien entre les deux variables "Type d'occupation" et "Port de la ceinture" à l'aide d'un test du khi-2.

15.2 Mise en oeuvre du test du khi-2

Nous pouvons être amenés à réaliser un test du khi-2 sur des données structurées de différentes façons : tableau de contingence (c'est généralement le cas lorsque les données sont issues d'un exercice de TD), tableau du protocole (par exemple, vous avez saisi les réponses que vous avez recueillies à un questionnaire), tableau recensé comportant une colonne d'effectifs observés pour chaque combinaison de modalités. Nous allons donc étudier comment réaliser un test du khi-2 dans chacun de ces cas.

15.2.1 Le test du khi-2 à partir d'un tableau protocole

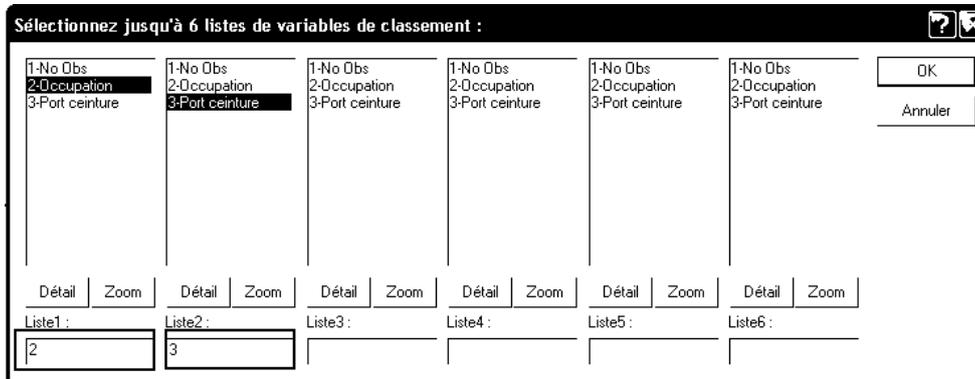
En général, une ligne d'une feuille de données Statistica correspond à **une** observation. Autrement dit, nous devons ici avoir 8374 lignes du type suivant :

N° obs	Type d'occupation	Port ceinture
1	Seul	Oui
2	Seul	Oui
...
8374	Cond. + pass. av. et arr.	Non

Ouvrez le classeur Ceinture.stw et affichez la feuille de données Ceinture-protocole. Observez la façon dont elle a été constituée.

15.2.1.1 Vérifier la saisie des données

La feuille de données Ceinture-protocole correspond-elle à l'énoncé ci-dessus ? On peut le vérifier en utilisant le menu : Statistiques - Statistiques élémentaires - Tableaux et tris croisés, et en sélectionnant l'onglet Tableaux croisés ou l'onglet Tris croisés. Pour l'onglet Tableaux croisés, le bouton "Spécifier les tables (sélection des variables)" permet d'avoir accès au dialogue suivant :

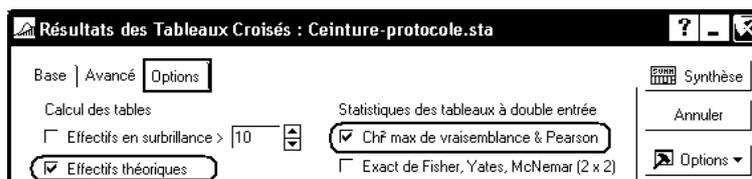


Avec l'onglet Tris croisés, le bouton "Spécifier les tables" affiche un dialogue analogue, mais beaucoup plus simple. On sélectionne alors des deux variables "Occupation" et "Port ceinture". Après avoir validé ce dialogue, on peut cliquer sur le bouton "Synthèse" pour obtenir un tableau de contingence du type suivant :

Occupation	Port ceinture Oui	Port ceinture Non	Totaux Ligne
Seul	2825	3468	6293
Avant	729	815	1544
Arrière	80	113	193
Avant et arrière	168	176	344
Ts Grpes	3802	4572	8374

15.2.1.2 Test du khi-2 sur un tableau protocole - Première méthode

Le test du khi-deux sur ce tableau de contingence peut être obtenu comme résultat supplémentaire de l'étude en cours. Pour cela, reprenez l'analyse en cours, activez l'onglet "Options" et cochez les cases "Chi² max de vraisemblance et Pearson" et un autre item de l'onglet, "Effectifs théoriques", par exemple).



Outre les effectifs théoriques, on obtient comme résultat la valeur de la statistique du khi-2 ($\chi^2 = 5,56$) et son niveau de significativité ($p=0,13$) :

Occupation	Port ceinture Oui	Port ceinture Non	Totaux Ligne
Seul	2857,175	3435,825	6293,000
Avant	701,014	842,986	1544,000
Arrière	87,627	105,373	193,000
Avant et arrière	156,184	187,816	344,000
Ts Grpes	3802,000	4572,000	8374,000

Lecture du résultat. Le niveau de significativité ($p=0,1349=13,5\%$) indique qu'on ne peut pas rejeter l'hypothèse d'une indépendance entre le mode d'occupation du véhicule et le fait, pour le conducteur de porter la ceinture ou non.

15.2.1.3 Test du khi-2 sur un tableau protocole - variante

Une deuxième méthode pour obtenir le khi-2, avec une meilleure présentation, est de procéder comme suit :

- Utiliser le menu Statistiques - Statistiques élémentaires - Tableaux et tris croisés
- Sélectionner l'onglet "Tableaux croisés" ou l'onglet "Tris croisés".
- Cliquer sur le bouton "Spécifier les tables (sélection des variables)" et spécifier "Occupation" comme première variable et "Port ceinture" comme deuxième variable.
- Après avoir validé, afficher l'onglet "Options" et cocher la case "Chi² max de vraisemblance et Pearson"
- Enfin, afficher l'onglet "Avancé" et cliquer sur le bouton "Tableaux détaillés à double entrée".

On obtient alors parmi les résultats la feuille de données suivante :

Statistique	Stats : Occupation(4) x Port ceinture(2) (Ceinture-protocole.sta)		
	Chi ²	dl	p
Chi ² de Pearson	5,563066	dl=3	p=,13492
Chi ² Max-Vr.	5,561035	dl=3	p=,13504

15.2.2 Le test du khi-2 à partir d'un tableau d'effectifs

Si les données que nous devons traiter sont des données que nous avons nous-mêmes recueillies, nous disposons sans doute d'un tableau protocole, et le traitement précédent convient. Cependant, si nous disposons au départ d'un tableau d'effectifs ou d'un tableau de contingence, il est évidemment très fastidieux de composer une feuille de données du type précédent.

Cependant, comme nous l'avons vu dans un paragraphe précédent, Statistica permet de travailler sur des données **pondérées**. Nous allons donc saisir nos données de la façon suivante :

	Type occupation	Ceinture	Effectif
1	seul	oui	2825
2	avant	oui	729
3	arrière	oui	80
4	avant et arrière	oui	168
5	seul	non	3468
6	avant	non	815
7	arrière	non	113
8	avant et arrière	non	176

Saisissez ces données dans une nouvelle feuille du classeur Ceinture.stw, nommez cette feuille Ceinture-effectifs et rendez-la active.

Vérifiez bien que vous définissez exactement 4 modalités pour la variable "Type d'occupation" et 2 modalités pour la variable "ceinture". Pour cela, faites un double-clic sur la colonne correspondante, puis cliquez sur le bouton : Valeurs/Stats...

Les pondérations peuvent aussi bien être définies comme propriété de la feuille elle-même que comme propriété de l'une des analyses.

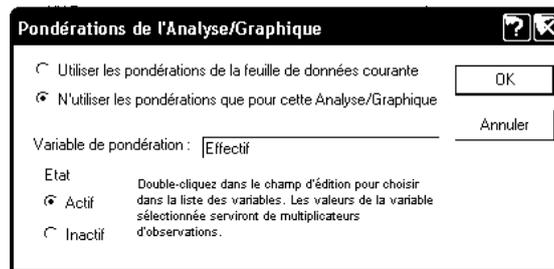
Dans le cas où l'on souhaite attacher les pondérations à la feuille elle-même, on affiche la feuille de données et

on utilise le bouton "pondérations" de la barre d'outils : . Les pondérations s'appliquent alors à toutes les analyses utilisant cette feuille.

Dans le cas où l'on souhaite que les pondérations ne soient prises en compte que pour l'analyse en cours, on

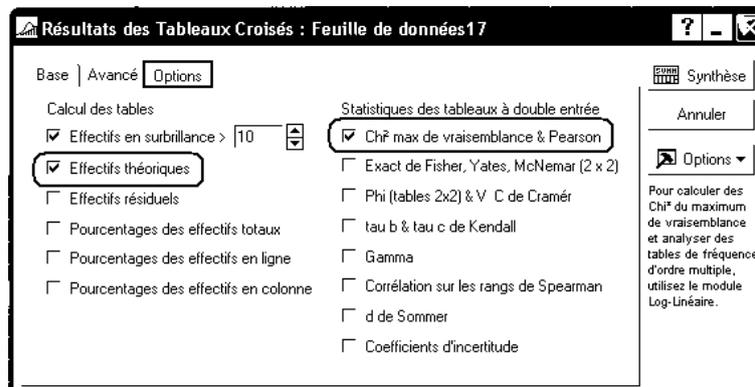
utilise le menu Statistiques Élémentaires et on clique sur le bouton "pondérations"  de la fenêtre de dialogue. Les pondérations ne concerneront alors que l'analyse en cours.

Indiquez que la variable 3 (Effectif) est la variable de pondération :



Le reste du traitement peut alors être réalisé de la même façon que pour un tableau-protocole. Pour réaliser un test du khi-2, utilisez l'item Tableaux et tris croisés. Indiquez Type occupation comme variable dans la première liste, Ceinture dans la deuxième, puis cliquez sur le bouton OK. La fenêtre de dialogue "Résultats des tableaux croisés" s'affiche pour nous permettre de sélectionner les résultats dont nous souhaitons le calcul.

Affichez l'onglet Options et sélectionnez "Effectifs théoriques" et "Chi² ...".



Statistica affiche alors un tableau de contingence classique, le tableau des effectifs théoriques et le résultat du test du khi-2 :

Synthèse : Effectifs Théoriques (Feuille de données17)			
Effectifs en surbrillance > 10			
Chi ² de Pearson : 5,56307, dl=3, p=,134922			
Type occupation	Ceinture oui	Ceinture non	Totaux Ligne
seul	2857,175	3435,825	6293,000
avant	701,014	842,986	1544,000
arrière	87,627	105,373	193,000
avant et arrière	156,184	187,816	344,000
Ts Grpes	3802,000	4572,000	8374,000

Ici, le khi-2 observé vaut 5,56, et son niveau de significativité est de 13,5%. Comme indiqué précédemment, on retient donc l'hypothèse H₀ d'absence de lien entre les variables.

15.2.3 Le test du khi-2 à partir d'un tableau de contingence

On peut aussi fournir à Statistica un tableau de contingence, sous la forme suivante :

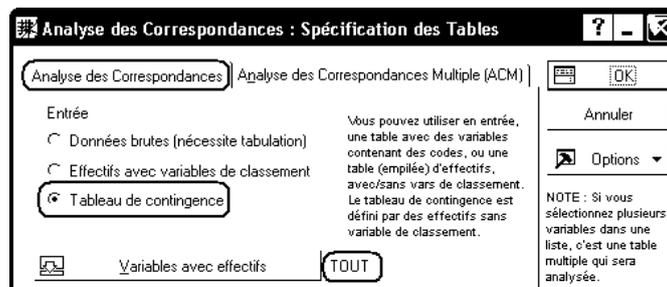
Occupation	Port ceinture	
	Oui	Non
Seul	2825	3468
Avant	729	815
Arrière	80	113
Avant et arrière	168	176

Attention, dans le tableau ci-dessus, les modalités de la variable "Occupation" peuvent éventuellement être saisies dans la première variable de la feuille. *En revanche, les modalités de la variable "Port ceinture" ne doivent pas constituer la première observation de la feuille.*

Parmi les méthodes d'analyse qui sont présentes dans le menu Statistiques, l'une d'elles accepte des données structurées sous cette forme, et calcule un khi-deux de contingence comme résultat annexe. C'est la méthode "Techniques exploratoires multivariées - Analyse de correspondances".

On pourra procéder de la manière suivante :

- Saisir les données dans une nouvelle feuille de données du classeur Ceinture.stw, et la nommer Ceinture-contingence.
- Rendre active la feuille Ceinture-contingence.
- Utiliser le menu Statistiques - Techniques exploratoires multivariées - Analyse de correspondances
- Activer l'onglet "Analyse des correspondances" et compléter la fenêtre de dialogue comme suit :



- Cliquer sur le bouton OK
- La valeur du khi-2 et son niveau de significativité apparaissent alors dans l'en-tête de la fenêtre de dialogue suivante :

Nombre de variables (colonnes de la table) : 2
 Nombre d'observations actives (lignes de la table) : 4

Valeurs propres : ,0007
 Chi² Total = 5,56307 dl = 3 p = ,1349

- Pour obtenir des détails sur la manière dont ce khi-2 a été obtenu (effectifs théoriques, ou contributions au khi-2), on pourra activer l'onglet "Etude".

Remarque : Cette méthode permet également d'obtenir le calcul du khi-2 à partir du tableau protocole ou du tableau d'effectifs utilisé au paragraphe précédent, et en évitant de définir des pondérations.

Pour travailler à partir du tableau des effectifs, par exemple :

- Chargez la feuille de données Ceinture-effectifs.sta saisie au paragraphe précédent
- Utilisez le menu Statistiques - Techniques exploratoires multivariées - Analyse de correspondances
- Cochez "Effectifs avec variables de classement" comme type de données d'entrée.

Rassemblez au besoin les différentes feuilles de résultats dans le même classeur et enregistrez-le et refermez-le.

15.2.4 Exercice :

1) On s'intéresse, pour les conducteurs non accompagnés, au lien entre le sexe et le port de la ceinture. Les données sont les suivantes :

	Port ceinture	non port de ceinture
Homme	1981	2647
Femme	844	821

Saisissez ces données dans une feuille de données Statistica.

Représentez graphiquement le taux de port de la ceinture selon le sexe à l'aide d'un graphique à barres.

Réalisez, de même, un test du khi-2 pour déterminer si le port de la ceinture par le conducteur dépend ou non du sexe du conducteur.

2) On se limite ici aux véhicules dans lesquels se trouvaient des passagers. On s'intéresse d'une part au port de la ceinture par la paire conducteur/passager avant et d'autre part au type de véhicule. Les données sont les suivantes :

	Véh. de tourisme	Véh. utilitaire
Cond. sans ceint., pass avec ceint.	199	11
Cond. et pass. sans ceinture	596	111
Cond. et pass. avec ceinture	549	24
Cond. avec ceinture, pass. sans ceinture	161	10

Ouvrez un nouveau document Statistica et saisissez les données ci-dessus.

Représenter par un diagramme circulaire la répartition des paires d'occupants de véhicules de tourisme selon les 4 modalités de la variable "port de la ceinture".

Réalisez un test du khi-2 pour déterminer si les variables "comportement des occupants vis-à-vis du port de la ceinture" et "nature du véhicule" sont indépendantes ou non.

16 Importer un fichier Excel

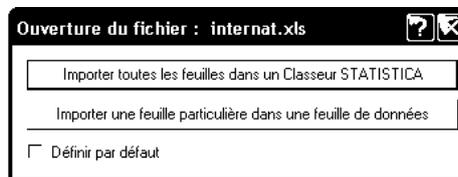
16.1 Exemple

Statistica peut également importer des données en provenance d'une feuille de calcul Excel, convenablement structurée.

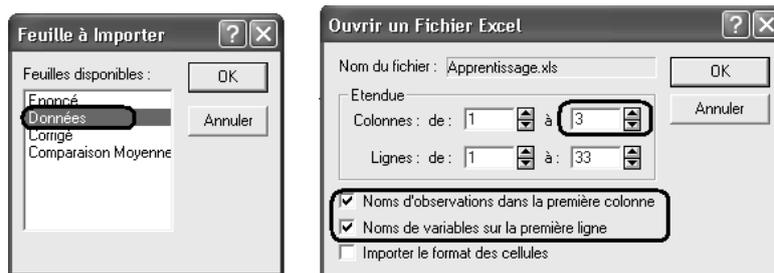
Ouvrez à l'aide d'Excel le fichier Apprentissage.xls. Notez la façon dont les données sont organisées : données dans la feuille "Données", noms des variables en ligne 1, noms des observations en colonne A, données dans les colonnes A à C et jusqu'en ligne 33.

Revenez à Statistica et utilisez le menu Fichier-Ouvrir, sélectionnez "Fichiers Excel (*.xls)" dans la zone d'édition "Fichiers de type".

Sélectionnez alors le fichier Apprentissage.xls, puis cliquez sur le bouton "Importer une feuille particulière dans une feuille de données" :



Dans le dialogue suivant, sélectionnez la feuille "Données", puis indiquez les rôles de la première ligne et de la première colonne :



Insérez ensuite cette feuille de données dans un nouveau classeur et réalisez une comparaison de moyennes entre les conditions "Avant" et "Après". Enregistrer le classeur sous le nom Apprentissage.stw.

16.2 Exercice

Des chercheurs ont réalisé une expérience visant à mettre en évidence l'effet d'une séance d'intervention motivante brève sur le comportement relatif à la consommation d'alcool.

Soixante sujets, qui ont déclaré avoir bu occasionnellement à 2 reprises ou plus au cours du mois précédant l'expérience ont été affectés au hasard soit dans un groupe contrôle, sans traitement (31 sujets) soit dans un groupe expérimental dit "groupe d'intervention brève" ou "groupe IB" (29 sujets).

Le comportement des sujets est mesuré par la variable "nombre de verres bus par semaine".

Les sujets sont évalués avant l'expérience (condition de référence). Chacun des sujets du groupe d'intervention brève bénéficie d'un entretien personnalisé relatif aux problèmes liés à l'alcool. Six semaines après l'entretien, l'ensemble des sujets est de nouveau évalué.

Les observations sont regroupées dans le classeur Excel Intervention-breve.xls.

Définissez un nouveau classeur Statistica et créez un rapport contenu dans ce classeur.

Vous placerez dans le classeur une feuille de données, avec les données convenablement organisées.

Effectuez ensuite les tests de comparaison de moyennes suivants :

- groupe IB v/s groupe contrôle en situation de référence,
- groupe IB v/s groupe contrôle lors de l'étude de suivi,
- situation de référence v/s étude de suivi pour le groupe IB).

Interprétez les résultats de ces tests en indiquant votre conclusion dans le rapport.

17 Tests non paramétriques sur deux groupes indépendants

17.1 Test de la médiane

Nurcombe et al. ont mené en 1984 une étude sur les enfants présentant un poids réduit à la naissance (PRN). Ces enfants posent des problèmes particuliers à leurs parents parce qu'ils sont, en apparence, apathiques et imprévisibles; en outre, ils risquent de connaître des problèmes physiques et comportementaux. L'étude a porté sur trois groupes d'enfants ;

- Un groupe expérimental de 25 enfants PRN dont les mères bénéficiaient d'un apprentissage particulier : elles étaient sensibilisées aux signaux émis par ces enfants, afin de leur permettre de mieux répondre à leurs besoins ;
- Un groupe témoin de 31 enfants PRN dont les mères ne bénéficiaient d'aucun programme particulier ;
- Un groupe d'enfants dont le poids à la naissance était normal.

Le tableau ci-dessous représente une partie des données, saisies dans une feuille de données Statistica.

Il indique d'une part, l'indice de développement mental (IDM) à 6 mois et à 24 mois pour le groupe témoin PRN, ainsi que la différence entre les deux indices et d'autre part l'IDM à 24 mois pour le groupe expérimental PRN.

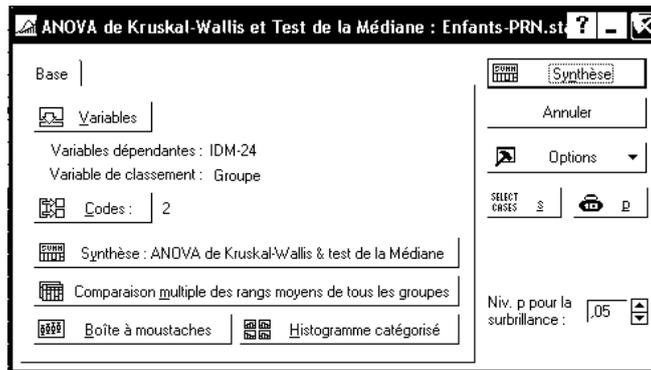
Ouvrez le classeur Statistica Enfants-PRN.stw.

On veut comparer l'IDM à 24 mois dans le groupe témoin et dans le groupe expérimental à l'aide d'un test de la médiane.

Rappel de la méthode : on construit un tableau de contingence en croisant les variables "Groupe" et "Position par rapport à la médiane" et on réalise un test du khi-deux sur le tableau de contingence obtenu.

En utilisant, par exemple, le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Statistiques ordinales, vérifiez que la médiane des IDM à 24 mois est égale à 111,5.

Dans le cours, le test de la médiane a été présenté avec une variable "Groupe" à deux modalités. Cependant, la méthode peut s'étendre sans difficultés au cas où la variable "Groupe" comporte plus de deux modalités. C'est pourquoi Statistica range ce test dans le menu : Statistiques - Tests non paramétriques - Comparaison de plusieurs échantillons indépendants :



Spécifiez la variable dépendante et la variable de classement, puis cliquez sur le bouton "Synthèse : ANOVA de Kruskal-Wallis & test de la Médiane". On obtient le résultat suivant :

	Test Médiane, Méd. Globale = 111,500; IDM-24 (Enfants-PRN.sta) Var. indépendante (classement) : Groupe Chi-Deux = 3,540645 dl = 1 p = ,0599		
Dépendant : IDM-24	Témoin	Expérimental	Total
<= Médiane : observ.	19,00000	9,00000	28,00000
théorique	15,50000	12,50000	
obs.-thé.	3,50000	-3,50000	
> Médiane : observée	12,00000	16,00000	28,00000
théorique	15,50000	12,50000	
obs.-thé.	-3,50000	3,50000	
Total : observé	31,00000	25,00000	56,00000

Lecture du résultat. La valeur du khi-2 ainsi que son niveau de significativité sont indiqués dans l'en-tête de la feuille de résultats. On a ici khi-2 = 3,54 et p-value = 5,99%. Au seuil de 5%, ce test ne met donc pas mis en évidence de différence entre les deux groupes.

Remarques:

1. Le test de la médiane ne met pas en évidence de différence entre les deux groupes. En revanche, un test unilatéral de comparaison de moyennes établit une différence au bénéfice du groupe expérimental. Mais le test de la médiane est moins puissant, et c'est nécessairement un test bilatéral.
2. La méthode fournit également le résultat d'un autre test, celui de Kruskal-Wallis. Dans le cas de deux groupes, la statistique obtenue est le carré de la statistique Z obtenue à l'aide du test de Mann Whitney. Elle suit une loi du khi-2 et conduit à un résultat analogue à celui que nous obtenons dans le paragraphe suivant.

17.2 Protocoles de rangs et test de Wilcoxon Mann Whitney

17.2.1 Le test de Wilcoxon Mann Whitney - Groupes indépendants

La comparaison précédente peut être reprise à l'aide d'un test de Wilcoxon Mann Whitney. Reprenez le menu Statistiques - Tests non paramétriques. Sélectionnez l'item "Comparaison de deux échantillons indépendants". Si nécessaire, spécifiez de nouveau la variable dépendante et la variable de classement, puis cliquez sur le bouton "Test U de Mann-Whitney". Vous devriez obtenir comme résultat :

	Test U de Mann-Whitney (Enfants-PRN.sta) Par var. Groupe Tests significatifs marqués à p <,05000									
variable	SommeRgs Témoin	SommeRgs Expérimental	U	Z	niv. p	Z ajusté	niv. p	N Actif Témoin	N Actif Expérimental	
IDM-24	731,5000	864,5000	235,5000	-2,50522	0,012238	-2,51430	0,011927	31	25	

La statistique calculée par Statistica est-elle la même statistique que celle indiquée en cours ?

Statistica calcule les sommes des rangs W_1 et W_2 . On peut vérifier que la valeur Z indiquée (-2,505) correspond bien à la formule du cours :

$$Z = \frac{\bar{R}_1 - \bar{R}_2}{E} \quad \text{avec :} \quad E^2 = \frac{(n_1 + n_2 + 1)(n_1 + n_2)^2}{12n_1n_2}$$

En effet, on a ici : $\bar{R}_1 = \frac{731,5}{32} = 23,60$ et $\bar{R}_2 = \frac{864,5}{25} = 34,58$;

$$E^2 = \frac{(31 + 25 + 1)(31 + 25)^2}{12 \times 31 \times 25} = 19,22, \quad E = 4,38 \text{ et enfin : } Z = \frac{23,60 - 34,58}{4,38} = -2,505$$

En revanche, Statistica calcule aussi une autre statistique : le U de Mann-Whitney.

Lecture du résultat du test. Pour des échantillons pas trop petits (31 et 25 observations ici) et une variable comportant quelques ex aequo, la statistique la plus pertinente est celle indiquée dans la colonne "Z ajusté", et on lit son niveau de significativité dans la colonne située à sa droite. Ainsi, sur notre exemple, pour le test de Mann Whitney, la différence est significative au seuil de 1,22 %.

17.2.2 Détermination du protocole des rangs

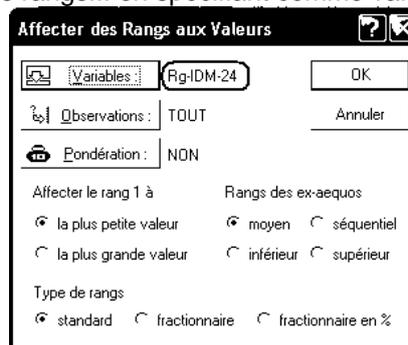
Pour la mise en œuvre du test de Mann Whitney, la détermination préalable du protocole des rangs n'est pas nécessaire. Cependant, il peut être intéressant de le déterminer pour contrôler, par exemple, que les ex-æquo ne sont pas trop nombreux...

Le menu Données - Affecter les rangs... permet de déterminer le protocole des rangs. Mais, le protocole obtenu remplace le protocole observé à partir duquel il a été déterminé. Si nous voulons conserver à la fois le protocole des rangs et le protocole observé, nous devons au préalable faire une copie de ce dernier.

Insérez une nouvelle variable après la variable IDM-24. Cette nouvelle variable sera nommée Rg-IDM-24.

Recopiez les données de la colonne IDM-24 dans la colonne Rg-IDM-24.

Utilisez le menu Données - Affecter les rangs... en spécifiant comme variable : Rg-IDM-24 :



Au besoin, modifiez les caractéristiques de la variable Rg-IDM-24 de façon que les données s'affichent avec au moins une décimale.

On observe la présence d'assez nombreux ex-æquo dans ce protocole.

17.2.3 Le test de Mann Whitney sur de petits échantillons

Exemple.

Un psychologue qui gère un foyer pour délinquants juvéniles doit montrer qu'il parvient effectivement à réduire la délinquance. Il prélève un échantillon de 9 adolescents vivant chez eux et identifiés par la police comme des adolescents à problèmes, neuf enfants similaires vivant dans une famille adoptive et neuf adolescents vivant dans son foyer. La variable indicatrice est le nombre de jours d'absentéisme scolaire, chiffre obtenu grâce aux fichiers des écoles. Sur la base des données suivantes, tirez les conclusions qui s'imposent.

Les données sont contenues dans le classeur : Delinquance-Juvenile.stw

On compare les deux groupes "Maison des parents" et "Foyer".

Réalisez un test de Mann-Whitney : vous devriez obtenir le résultat suivant :

	Test U de Mann-Whitney (Délinquance dans Delinquance-Juvenile.stw)									
	Par var. Domicile									
	Tests significatifs marqués à $p < ,05000$									
variable	SommeRgs Maison des parents	SommeRgs Foyer	U	Z	niv. p	Z ajusté	niv. p	N Actif Maison des parents	N Actif Foyer	2*(1-p) p exact
Absentéisme	101	70	25	1,37	0,17	1,37	0,17	9	9	0,190251

Compte tenu de la faible taille des échantillons, ce n'est pas le niveau de la statistique Z qu'il faut ici prendre en compte, mais la valeur indiquée dans la dernière colonne : $2*(1-p) - p$ exact.
 Pour vérifier cette valeur, on peut se servir des "tables statistiques en ligne" accessibles à l'adresse <http://geai.univ-brest.fr/~carpenti/statistiques/table1.php> :

Test des rangs de Wilcoxon (groupes indépendants)
 Calcul de W critique :

Alpha :

N.B. : Prendre l'échantillon le plus petit comme 1er échantillon

Taille 1er éch. :

Taille 2nd éch. :

Nature du test :

Test unilatéral

Test bilatéral

W critique "à gauche" : 71

N.B : H1 retenue pour W strictement inférieur à W critique

W critique "à droite" : 100

N.B : H1 retenue pour W strictement supérieur à W critique

Calculer W | Annuler

Pour le niveau de significativité calculé par Statistica, les valeurs indiquées par les tables en ligne (calculées par le logiciel de Statistiques R) sont compatibles avec les sommes de rangs observées.

En revanche, on remarquera que Statistica ne fait pas de correction pour tenir compte des ex æquo. D'autres logiciels (Statgraphics, Minitab) font cette correction, et affichent $W=56$, avec un niveau de significativité de 0,1844.

17.2.4 Exercice

Dans une expérience, on s'est intéressé à la relation entre contextes de rappel et d'apprentissage. Dans un premier temps, deux groupes de huit et dix participants devaient apprendre une liste de 30 mots dans une pièce orange. Dans un second temps, les participants devaient se remémorer ces mots. La pièce dans laquelle le rappel avait lieu était la même que celle d'apprentissage pour le premier groupe et une pièce totalement différente pour le second groupe.

Groupe 1 Contexte similaire	Groupe 2 Contexte différent
16	12
20	22
19	10
22	7
25	8
13	15
14	12
25	6
	9
	19

En utilisant un test non paramétrique portant sur les rangs, étudier si un contexte similaire à celui d'apprentissage favorise la remémoration (utiliser un test unilatéral et un seuil de 5%).

18 Tests non paramétriques sur deux groupes appariés

18.1 Test de comparaison de deux proportions sur des groupes appariés

Pour comparer deux proportions sur des groupes appariés, nous avons vu en cours de statistiques le test du khi-2 de Mac Nemar ou son équivalent exprimé à l'aide d'une loi normale. Statistica permet de réaliser l'un ou l'autre de ces tests, de différentes façons.

18.1.1 Le test du khi-2 de Mac Nemar sur un tableau protocole : utiliser la méthode "Tableaux et tris croisés"

Dans le cadre d'une étude sur la mémoire, on dispose des 184 photos d'une promotion d'étudiants. On soumet un enseignant à une épreuve de reconnaissance d'une part, deux semaines après la fin des cours, d'autre part 1 an après la fin des cours. Dans chacune des deux conditions, chaque photo peut être reconnue (1) ou non reconnue (0).

Ouvrez le classeur Reconnaissance-Portraits.stw. Dans la feuille de données contenue dans ce classeur, le protocole des 184 photos a été saisi.

Utilisez le menu Statistiques - Statistiques élémentaires puis la méthode "Tableaux et tris croisés"
Activez l'onglet "Tris croisés"

Indiquez "Deux semaines" comme variable de la première liste et "Un an" comme variable de la seconde liste. et cliquez sur le bouton "OK" de la fenêtre de dialogue "Tableaux et tris croisés".

Dans la fenêtre de dialogue "Résultats des tableaux croisés", activez l'onglet "Options" et cochez la boîte "Exact de Fisher, Yates, Mc Nemar (2x2)".

Affichez l'onglet "Avancé" et cliquez sur le bouton "Tableaux détaillés à double entrée".

Deux feuilles de résultats sont produites :

- La première feuille montre que les effectifs à prendre en compte dans le calcul du test de Mc Nemar se trouvent en positions b et c du tableau d'effectifs:

Tableau de Synthèse : Effectifs Observé			
Effectifs en surbrillance > 10			
	Un an	Un an	Totaux
Deux semaines	0	1	Ligne
0	49	8	57
1	46	81	127
Total	95	89	184

- La seconde feuille fournit les valeurs de différentes statistiques (adaptées ou non à la situation que nous étudions). La valeur du khi-2 de Mc Nemar se trouve sur la dernière ligne :

Stats : Deux semaines(2) x Un an(2)			
	Chi²	dl	p
Chi² de Pearson	38,98270	dl=1	p=,00000
Chi² Max-Vr.	42,35633	dl=1	p=,00000
Chi² de Yates	37,01625	dl=1	p=,00000
Exact Fisher, unilatéral			p=,00000
bilatéral			p=,00000
Chi² de McNemar (A/D)	7,392308	dl=1	p=,00655
(B/C)	25,35185	dl=1	p=,00000

Statistica calcule le khi-2 à l'aide de la formule suivante, légèrement différente de celle du cours, puisqu'elle comporte la correction de Yates :

$$\chi^2 = \frac{(b - c - 1)^2}{b + c}$$

La p-value, inférieure ici à 1 sur 100 000, indique une différence très significative entre la reconnaissance à 2 semaines et la reconnaissance à 1 an.

18.1.2 Le test du khi-2 de Mac Nemar sur un tableau d'effectifs

Les 184 observations sont résumées par le tableau suivant :

		1 an	
		Reconnu	Non reconnu
Deux semaines	Reconnu	81	46
	Non reconnu	8	49

Utilisez le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Tables 2x2.

Indiquez les effectifs ci-dessus dans la fenêtre de dialogue et cliquez sur le bouton "Synthèse".

Statistica nous sert en vrac différents résultats : khi-deux "classique", phi-deux, khi-deux de Mac Nemar... A nous de savoir choisir le résultat qui nous intéresse (et qui a un sens par rapport à nos données) :

	Colon. 1	Colon. 2	Totaux Bruts
Effectifs, ligne 1	81	46	127
%age du total	44,022%	25,000%	69,022%
Effectifs, ligne 2	8	49	57
%age du total	4,348%	26,630%	30,978%
Totaux colonne	89	95	184
%age du total	48,370%	51,630%	
Chi-deux (dl=1)	38,98	p= ,0000	
V-deux (dl=1)	38,77	p= ,0000	
Chi ² corrigé de Yates	37,02	p= ,0000	
Phi-deux	,21186		
p exact Fisher, unilatéral		p= ,0000	
bilatéral		p= ,0000	
Chi ² de McNemar (A/D)	7,39	p= ,0066	
Chi-deux (B/C)	25,35	p= ,0000	

18.1.3 Comparaison de deux proportions sur des groupes appariés : le test utilisant la loi normale

On pourra remarquer que le test de comparaison de deux variables dichotomiques sur des groupes appariés vu en cours de statistiques est en fait un cas particulier du test du signe. On peut ainsi le mettre en oeuvre comme suit.

Utilisez le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Comparaison de deux échantillons appariés.

Indiquez "Deux semaines" et "Un an" comme variables et cliquez sur le bouton "Test des signes". Vous devriez obtenir le résultat suivant :

	Nbe Non ex-aequo	%age v < V	Z	niv. p
Deux semaines & Un an	54	14,81	5,035	0,000

La statistique Z indiquée par Statistica est presque identique à celle donnée dans le cours. La seule différence est l'introduction d'une correction de continuité ; la formule exacte est ainsi :

$$Z = \frac{|b - c| - 1}{\sqrt{b + c}}$$

18.1.4 Utilisation du test Q de Cochran

On peut aussi remarquer que le test Q de Cochran (comparaison de plusieurs conditions expérimentales sur des groupes appariés, avec une variable dépendante dichotomique) est identique au test du khi-2 de Mac Nemar lorsque le nombre de conditions est égal à 2. On peut ainsi le mettre en oeuvre comme suit.

Utilisez le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Test Q de Cochran.
Indiquez "Deux semaines" et "Un an" comme variables et cliquez sur le bouton "Synthèse". Vous devriez obtenir le résultat suivant :

	Test Q de Cochran Nbre d'obs. actives :184 Q = 26,74074, dl = 1, p < ,000000		
Variable	Somme	%age 0	%age 1
Deux semaines	127,0000	30,9783	69,0217
Un an	89,0000	51,6304	48,3696

Dans ce cas, la statistique Q qui est calculée est simplement :

$$Q = \frac{(b - c)^2}{b + c}$$

On obtient donc un résultat légèrement plus élevé qu'avec les méthodes 1 et 2.

18.2 Test du signe - Groupes appariés

On reprend le classeur Enfants-PRN.stw et on se propose de comparer l'IDM à 6 mois et l'IDM à 24 mois dans le groupe témoin.

On veut essayer de montrer que le nombre de différences négatives est significativement grand, ou, de manière symétrique, que le nombre de différences positives est suffisamment faible pour montrer une baisse de l'IDM entre 6 et 24 mois, dans la population dont est tiré l'échantillon.

On va donc utiliser un test du signe pour comparer les scores des enfants du groupe témoin à 6 mois et à 24 mois.

Utilisez le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Comparaison de deux échantillons appariés.

Indiquez IDM-6 et IDM-24 comme variables et cliquez sur le bouton "Test des signes".

Vous devriez obtenir le résultat suivant :

	Test des Signes (Enfants-PRN.sta) Tests significatifs marqués à p <,05000			
Couple de variables	Nbe Non ex-aequo	%age v < V	Z	niv. p
IDM-6 & IDM-24	31	38,70968	1,077632	0,281198

Statistica nous indique que 38,71% des paires sont telles que IDM-6 est inférieur à IDM-24. Il calcule l'approximation par une loi normale donnée par :

$$Z = \frac{2D - 1 - N}{\sqrt{N}} \quad \text{où } D = \text{Max}(D_+, D_-)$$

et indique que le niveau de significativité de cette statistique est de 28% pour un test bilatéral.

Conclusion : on n'a pas démontré de différence significative entre l'IDM à 6 mois et l'IDM à 24 mois pour la population d'où a été tiré l'échantillon d'enfants du groupe témoin.

Remarques.

1. Nos données comprennent 31 observations pour IDM-6 (le groupe témoin seul), mais 56 pour IDM-24 (groupe témoin et groupe expérimental). Remarquez que Statistica réalise le test en ne considérant que les 31 paires "complètes" : les valeurs manquantes sont ignorées.
2. Statistica ne prévoit ici aucune procédure pour traiter le cas des petits échantillons, et l'aide renvoie à l'ouvrage de Siegel et Castellan pour traiter les cas où n < 20...

18.3 Test de Wilcoxon - Groupes appariés

18.3.1 Le test des rangs signés de Wilcoxon

La comparaison des scores IDM-6 et IDM-24 peut également être effectuée à l'aide d'un test de Wilcoxon (test des rangs signés).

Utilisez le menu Statistiques - Tests non paramétriques - Comparaison de deux échantillons appariés. Indiquez IDM-6 et IDM-24 comme variables et cliquez sur le bouton "Test de Wilcoxon, échantillons appariés". Vous devriez obtenir le résultat suivant :

Test de Wilcoxon pour Ech. Appariés (Enfants-PRN.sta)				
Tests significatifs marqués à p <,05000				
	N	T	Z	niv. p
Couples de variables	Actifs			
IDM-6 & IDM-24	31	177,5000	1,381556	0,167109

On vérifie que la statistique calculée par Statistica est :

$$Z = \frac{T - \frac{N(N+1)}{4}}{E} \text{ avec } E^2 = \frac{N(N+1)(2N+1)}{24}$$

où T est le maximum des deux sommes de rangs des différences positives et négatives. Cette statistique est pratiquement celle donnée en cours.

Il faut également remarquer que, comme précédemment :

- Il n'est tenu compte des ex æquo : Statgraphics, qui introduit une correction pour les ex æquo, trouve $Z=1,48944$ au lieu de $1,3815$.
- Il n'est pas prévu de procédure pour traiter le cas des petits échantillons.

Lecture du résultat. Statistica nous donne la valeur de la statistique T de Wilcoxon ($T=177,5$) et la valeur de la statistique calculée afin de se ramener à une loi normale ($Z=1,38$). Il donne également le niveau de significativité de cette dernière statistique pour un test bilatéral (niv.p = $0,167=16,7\%$). Cette p-value étant supérieure au seuil de 5%, on conclut que l'on n'a pas mis en évidence de différence entre les scores IDM-6 et IDM-24 sur le groupe étudié.

Remarque.

Le traitement des différences nulles est particulièrement mal pris en compte par le test de Wilcoxon mis en œuvre dans Statistica. On pourra, par exemple, reprendre le fichier de données précédent et modifier les données en introduisant de plus en plus de différences nulles. Celles-ci ne seront éliminées (N actifs inférieur à 31) que dans de rares occasions.

18.3.2 Calcul du protocole des rangs signés

Il est possible de calculer le protocole des rangs signés à l'aide de Statistica. Pour cela :

- Ajoutez 4 colonnes supplémentaires en fin de tableau de données. Ces colonnes pourront être nommées : Diff, RgDiffAbs, RgPlus, RgMoins.
- Pour la colonne Diff, introduisez la formule : = V3-V4
- Pour la colonne RgDiffAbs, introduisez la formule =abs(Diff), puis transformez les valeurs en rangs.
- Pour la colonne RgPlus, introduisez la formule : = iif(Diff >0; RgDiffAbs; -9999)
- Pour la colonne RgMoins, introduisez la formule : = iif(Diff <0; RgDiffAbs; -9999).

Remarques.

1. La formule de calcul de la colonne RgDiffAbs reste mémorisée avec la feuille de données. Si on doit demander un recalcul des autres colonnes, il faudra éviter que le recalcul concerne cette colonne, ou refaire le calcul des rangs.
2. Remarquez l'utilisation de la valeur -9999 comme code pour les valeurs manquantes.
3. Le calcul précédent est correct en l'absence de différences nulles. S'il y avait des différences nulles, la formule de la colonne RgDiffAbs devrait être remplacée par : = iif(Diff<>0;abs(Diff);-9999)

Exercice

Ouvrez le fichier Wilcoxon.xls à l'aide d'Excel.

Recopiez les données dans une nouvelle feuille de données Statistica et faites un test de Wilcoxon pour étudier s'il existe une différence significative entre l'aîné et le cadet du point de vue de la variable étudiée.

Vous devriez obtenir une statistique Zobs égale à 2,18, et donc conclure à une différence significative entre les deux conditions.