Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Humaines
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2013-2014

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.-G. Carpentier

Correction de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

N.B. Calculatrices, tables des lois statistiques et résumé de cours autorisés.

Exercice 1

Strahilevitz et Lowenstein (1998) ont mené une expérience avec trois groupes de sujets pour examiner l'effet de "l'histoire de propriété" sur la valeur accordée aux objets. Ils ont fait l'hypothèse que la simple possession d'un objet accroît nos perceptions de sa valeur.
Ces deux chercheurs ont créé une situation expérimentale dans laquelle il a été demandé aux sujets de donner une valeur numéraire à plusieurs items (un mug, un t-shirt, une boîte de confiserie, etc.). L'expérience avait été conçue pour durer 50 minutes. Trois conditions sont créées :
– Dans la condition $P0$ (aucune possession), les sujets n'ont reçu aucun des items ;
– Dans la condition PB (possession brève), les sujets recevaient le mug comme cadeau de participation, mais on leur donnait le mug à la fin de l'expérience, juste avant qu'ils attribuent une valeur à tous les items ;
– Dans la condition PL (possession longue), les sujets ont reçu le mug au début de l'expérience.
Dans chacun des groupes on observe les estimations suivantes de la valeur du mug (en unités monétaires fictives) :

$P0$	PB	PL	$P0$	PB	PL	$P0$	PB	PL
2,5	5,1	4,3	1,8	3,4	6,8	4,5	2,1	3,3
1,3	2,8	0,2	3	4,2	3,5	1,5	2,6	6
0,7	7,5	5	1,1	8,6	4,6	3,9	3,1	6
2,3	0,5	4,1	1,5	2,2	2,1	1,9	3,7	2,6
0	4,5	0	1,4	6,3	5,4	2,3	4,7	4,1
3,4	7,6	9,4	3,6	2,2	6,1	4,4		3,3
5,8	7	3,7	0	3,6	5,7	3,6		9,8
2,4	3,4	6,7	3	4	3,2	3,6		6,2
4,2	0	8	1,8	0	3,6	3,7		2
1,9	3,2	8,2	0,7	1,9	5,5	5,2		5,5
0	3,1	5,2	2,2	2,7	7,4	4,1		5,9
3,2	2,1	2,8	3,3	2	7,5	4,8		3,9
3,5	2	0	1,1	4,6	5,1	4,1		3,7
0,8	2,7	9	1,3	5,3	4,9	0,4		1,9
2,9	6,7	3,2	3,8	7,8	2,5	3,6		7,9
5,3	0	7,3	2,5	2,9	3,7	4,4		9

Les paramètres descriptifs des données dans les trois groupes sont donnés par :

	$P0$	PB	PL
Nombre de sujets	48	37	48
Moyenne	2.67	3.68	4.91
Variance	2.23	4.87	5.70
Variance corrigée	2.28	5.01	5.82

1) L'estimation de la valeur du mug dans la condition PL est-elle significativement plus élevée que dans la condition $P0$? Répondre à cette question à l'aide d'un test paramétrique unilatéral de comparaison de moyennes, au seuil de 5%.

Soient μ_{P0} et μ_{PL} les moyennes de la variable dépendante sur la population parente des groupes $P0$ et PL. Les hypothèses du test sont donc les suivantes :

- $H_0 : \mu_{P0} = \mu_{PL}$
- $H_1 : \mu_{P0} < \mu_{PL}$

Compte tenu de la taille des échantillons, la statistique de test est $Z = \dfrac{\overline{x}_{P0} - \overline{x}_{PL}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s^2_{c,P0}}{n_{P0}} + \dfrac{s^2_{c,PL}}{n_{PL}}$. Elle suit une loi normale centrée réduite. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ unilatéral, la valeur critique lue dans la table est $z_c = 1.645$. Les valeurs observées, consistantes avec l'hypothèse H_1, conduisent à une valeur négative de cette statistique. La règle de décision est donc :

– Si $Z \geq -1.645$, on retient H_0 ;
– Si $Z < -1.645$, on retient H_1.

Les calculs donnent ici :
$E^2 = \dfrac{5.82 + 2.28}{48} = 0.1688$, $E = \sqrt{0.1688} = 0.4108$ et $z_{obs} = \dfrac{2.67 - 4.91}{0.4108} = -5.45$.
Cette valeur est inférieure à -1.645 et on retient donc H_1 : la valeur attribuée au mug est significativement plus élevée dans la condition PL que dans la condition $P0$.

2) On utilise un logiciel de traitement statistique pour comparer les valeurs estimées dans les conditions PB et PL puis dans les conditions $P0$ et PB. Les résultats produits sont les suivants :

```
Two Sample t-test

data:  valeur.estimee by condition
t = -2.4123, df = 83, p-value = 0.01806
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -2.2516645 -0.2165787
sample estimates:
mean in group PB mean in group PL
        3.678378         4.912500

Two Sample t-test

data:  valeur.estimee by condition
t = -2.4706, df = 83, p-value = 0.01554
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.8149219 -0.1960015
sample estimates:
mean in group P0 mean in group PB
        2.672917         3.678378
```

Interpréter les résultats fournis par le logiciel en indiquant avec précision la nature des tests effectués.

Dans les deux cas, on effectue un test de Student sur des groupes indépendants. Il s'agit de tests bilatéraux (cf. "alternative hypothesis : true difference in means is not equal to 0").
Le premier test compare les conditions PB et PL. La p-value obtenue (p-value=0.018=1.8%) permet de conclure à une différence significative entre ces deux conditions, au seuil de 5%.
Le deuxième test compare les conditions $P0$ et PB. La p-value obtenue (p-value=0.016=1.6%) permet également de conclure à une différence significative entre ces deux conditions, au seuil de 5%.

3) Comment les auteurs peuvent-ils interpréter les résultats de cette étude ?

Les résultats des trois tests montrent que les trois conditions diffèrent significativement entre elles. D'une part, la valeur estimée du mug est plus élevée dans les conditions de possession que dans la condition de non possession de l'objet. D'autre part, la durée de possession semble également avoir un effet, puisque l'estimation de la valeur est plus élevée dans le cas d'une possession longue que dans le cas d'une possession brève.

Exercice 2

Des chercheurs ont cherché à évaluer physiologiquement les réactions de conducteurs automobiles confrontés à des événements surprenants lors de la conduite sur simulateur. Un des objectifs de cette étude est d'éprouver la validité écologique de la simulation à la conduite en faisant usage de paramètres physiologiques. L'un des paramètres étudiés est la fréquence cardiaque maximale des participants lors de la survenue d'un événement affectant la trajectoire du véhicule.
Trois événements surprenants ont été utilisés dans cette étude :
- Une voiture qui démarre de l'accotement et s'insère devant le véhicule conduit ($A1$) ;
- Un feu tricolore qui passe du vert au rouge à l'arrivée du véhicule conduit ($A2$) ;
- Un feu tricolore qui passe du vert au rouge immédiatement avant l'arrivée du véhicule conduit ($A3$).

Pour cette expérience, 8 sujets sont utilisés et sont soumis aux trois conditions.
Les résultats de fréquence cardiaque maximale (battements par minute) observés sont les suivants :

Participant	$A1$	$A2$	$A3$
s1	61	65	71
s2	62	66	86
s3	75	67	87
s4	72	71	84
s5	79	85	75
s6	71	65	78
s7	70	66	79
s8	64	77	82

1) Calculer la moyenne des fréquences cardiaques observées dans chacune des conditions $A1$ et $A3$. Formuler une conclusion au niveau descriptif.

On trouve : $\overline{x}_{A1} = 69.25$; $\overline{x}_{A3} = 80.25$. Il semble donc que le rythme cardiaque soit plus élevé dans la condition $A3$ que dans la condition $A1$.

2) Faire un test unilatéral de comparaison de moyennes pour étudier si les deux conditions $A1$ et $A3$ induisent des fréquences cardiaques significativement différentes (seuil : 5%).

Soient μ_{A1} et μ_{A3} les moyennes de la variable dépendante "rythme cardiaque" sur la population parente des groupes $A1$ et $A3$. Compte tenu du résultat de la question précédente, nous prendrons comme hypothèses pour le test unilatéral :

- $H_0 : \mu_{A1} = \mu_{A3}$
- $H_1 : \mu_{A1} < \mu_{A3}$

Convenons de calculer les différences individuelles dans le sens (condition $A3$ - condition $A1$). La statistique de test est $t = \frac{\overline{d}}{E}$ avec $E^2 = \frac{s_c^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à 7 *ddl*. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ unilatéral, la valeur critique lue dans la table est $t_{lue} = 1.89$. Comme la moyenne des différences observées est positive et que l'hypothèse alternative a été prise en cohérence avec les observations, la valeur critique est $t_{crit} = 1.89$ et la règle de décision est donc :

– Si $t_{obs} \leq 1.89$, on retient H_0 ;
– Si $t_{obs} > 1.89$, on retient H_1.

Afin de calculer la valeur observée de la statistique de test, calculons la variance corrigée des différences individuelles :

Participant	$A1$	$A3$	d_i	d_i^2
s1	61	71	10	100
s2	62	86	24	576
s3	75	87	12	144
s4	72	84	12	144
s5	79	75	-4	16
s6	71	78	7	49
s7	70	79	9	81
s8	64	82	18	324
Total			88	1434

D'où : $\overline{d} = \frac{88}{8} = 11$; $s^2 = \frac{1434}{8} - 11^2 = 58.25$; $s_c^2 = \frac{8}{7} \times 58.25 = 66.57$; $E = \sqrt{\frac{66.57}{8}} = 2.885$;
Et enfin : $t_{obs} = \frac{11}{2.885} = 3.81$.
D'après la règle de décision indiquée ci-dessus, on conclut sur H_1 : le rythme cardiaque est significativement plus élevé en condition $A3$.

3) Comparer les conditions $A2$ et $A3$ à l'aide d'un test non paramétrique de Wilcoxon (test unilatéral au seuil de 5%).

Convenons de calculer les différences individuelles dans le sens (condition $A3$ - condition $A2$) et construisons le protocole des rangs signés.

Part.	$A2$	$A3$	d'_i	$\lvert d'_i \rvert$	R_i	R_i+	R_i-
s1	65	71	6	6	2	2	
s2	66	86	20	20	7.5	7.5	
s3	67	87	20	20	7.5	7.5	
s4	71	84	13	13	5	5	
s5	85	75	-10	10	3		3
s6	65	78	13	13	5	5	
s7	66	79	13	13	5	5	
s8	77	82	5	5	1	1	
Total						33	3

Au niveau descriptif, on constate sur l'échantillon que la médiane des différences individuelles est positive. On introduit la médiane θ des différences individuelles sur la population parente et on prend les hypothèses du test sous la forme :

- $H_0 : \theta = 0$
- $H_1 : \theta > 0$

La statistique de test est $T = \min(33, 3) = 3$. Au seuil de 5% unilatéral, on lit dans la table : $T_{crit} = 5$. Comme $T < T_{crit}$, on retient l'hypothèse H_1 : le rythme cardiaque est significativement plus élevé en condition $A3$ qu'en condition $A2$.

Exercice 3

Le tableau ci-dessous résume les réponses d'un échantillon de 1000 sujets à 3 items du test LSAT (Law School Admissions Test). Pour chaque item, la réponse est dichotomique (1 : succès, 0 : échec).

Q1	Q2	Q3	Effectif
0	0	0	22
0	0	1	9
0	1	0	25
0	1	1	20
1	0	0	134
1	0	1	126
1	1	0	266
1	1	1	398

On souhaite étudier si les 3 items présentent des niveaux de difficulté différents.

1) Calculer la fréquence de réponses correctes à chacun des items. Formuler une conclusion au niveau descriptif.

En additionnant les effectifs des lignes correspondant à la modalité "1" de Q1, on obtient : $134 + 126 + 266 + 398 = 924$ succès sur les 1000 réponses échantillonnées, soit une fréquence de réponses correctes égale à $F_1 = 0.924 = 92.4\%$.
Pour Q2 et Q3, on obtient de même : $F_2 = 0.709 = 70.9\%$, $F_3 = 0.553 = 55.3\%$.
Il semblerait donc que les questions Q1, Q2 et Q3 soient rangées par difficulté croissante.

2) En utilisant un test statistique bilatéral au seuil de 5%, étudier si la conclusion formulée au niveau descriptif pour les items Q1 et Q2 est confirmée au niveau inférentiel.

Il s'agit ici de comparer deux proportions sur des groupes appariés. Nous utiliserons donc le test de MacNemar.
Soient $p_{1,0}$ et $p_{0,1}$ les proportions des discordances "succès en Q1, échec en Q2" et "échec en Q1, succès en Q2" par rapport à la discordance totale dans la population parente. Les hypothèses du test peuvent s'écrire :

- $H_0 : p_{1,0} = p_{0,1}$
- $H_1 : p_{1,0} \neq p_{0,1}$

Le tableau 2x2 relatif au test est le suivant :

		Q1	
		1	0
Q2	1	664	45
	0	260	31

Avec la correction de Yates, on obtient : $\chi^2_{MN} = \dfrac{(260 - 45 - 1)^2}{260 + 45} = 150.15$.
Au seuil de 1%, la valeur critique lue dans la table est $\chi^2_c = 6.64$. Comme $\chi^2_{MN} > 6.64$, on conclut sur H_1, c'est-à-dire sur une différence significative entre les niveaux de difficulté des deux questions.