Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Humaines
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2010-2011

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.-G. Carpentier

Correction de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

N.B. Calculatrices, tables des lois statistiques et résumé de cours autorisés.

Exercice 1

Un candidat à une élection (le candidat A) a été élu avec 54% des suffrages. Quelques mois après son élection, un sondage est réalisé auprès de 1050 personnes prises au hasard parmi les votants du scrutin précédent.
A la question : "Si un nouveau scrutin avait lieu aujourd'hui, voteriez-vous pour le candidat A ?", les réponses sont les suivantes :

Oui : 512 ; Non : 538.

L'opinion des électeurs semble-t-elle avoir changé depuis le scrutin ? Répondre à cette question d'abord au niveau descriptif, puis à l'aide d'un test statistique unilatéral au seuil de 5%.

Au niveau descriptif, on observe sur l'échantillon interrogé une proportion d'intention de votes égale à $f = \frac{512}{1050} = 48.76\%$.
Lors du scrutin, le score du candidat avait été de 54%. Il semblerait donc que l'opinion des électeurs ait changé en défaveur de ce candidat.
Un test de comparaison d'une proportion à la norme constituée par le score de 54% observé lors du scrutin va permettre d'étudier si la différence observée au niveau descriptif est significative.
Soit p la proportion d'intentions de votes dans la population, au moment du sondage. Les hypothèses du test s'écrivent :

- $H_0 : p = 54\%$
- $H_1 : p < 54\%$.

La statistique de test est : $Z = \dfrac{f - 0.54}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{0.54 \times (1 - 0.54)}{1050}$. Sous H_0, cette statistique suit une loi normale centrée réduite. Au seuil unilatéral de 5%, on lit dans la table : $Z_{lue} = 1.645$.
La valeur critique est donc $Z_{crit} = -1.645$ et la règle de décision est :

- Si $Z_{obs} \geq -1.645$, on retient H_0 ;
- Si $Z_{obs} < -1.645$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = 0.0002366$; $E = 0.01538$; $Z_{obs} = \dfrac{0.4876 - 0,54}{0.01538} = -3.40$.
Comme $Z_{obs} < -1.645$, l'hypothèse H_1 est retenue : l'opinion des électeurs a significativement évolué en défaveur du candidat depuis le scrutin.

Exercice 2

Réf. : Vrij, A. et al., Drawings as an Innovative and Successful Lie Detection Tool, Applied Cognitive Psychology No 24, pp. 587-594, 2010.

Une équipe de chercheurs s'est intéressée aux outils de détection du mensonge dans les témoignages. Dans l'une des expériences menées dans ce cadre, 31 sujets doivent témoigner d'une scène devant un agent. Pour 15 d'entre eux (groupe "vérité"), cet agent est présenté comme membre d'une organisation amie, et il convient donc de faire un témoignage conforme à la réalité. Pour les 16 autres sujets (groupe "mensonge"), l'agent est présenté comme membre d'une organisation ennemie, et il convient de délivrer un témoignage crédible mais inexact.

Le témoignage est délivré d'une part sous forme verbale, d'autre part sous forme d'un schéma (dessin) représentant la scène. Deux juges sont ensuite chargés d'évaluer la plausibilité des témoignages verbaux et graphiques sur une échelle de Lickert en 7 points (1 : très peu plausible à 7 : tout à fait plausible). Pour chaque forme de témoignage, la variable dépendante utilisée est la moyenne des scores attribués par les deux juges.

1) Pour les témoignages sous forme de dessins, les scores de plausibilité observés dans les deux groupes sont les suivants :

	Groupe "Vérité"		Groupe "Mensonge"
s1	1.5	s'1	1
s2	3	s'2	1.5
s3	3.5	s'3	1.5
s4	4	s'4	3
s5	4	s'5	3
s6	4	s'6	3
s7	4	s'7	3
s8	4	s'8	3
s9	4	s'9	3
s10	4.5	s'10	3.5
s11	4.5	s'11	3.5
s12	5	s'12	4
s13	5	s'13	4
s14	5.5	s'14	4
s15	5.5	s'15	4.5
		s'16	5

Les paramètres de la variable "score de plausibilité" sur les deux échantillons sont les suivants :

	Groupe "Vérité"	Groupe "Mensonge"
Effectif	15	16
Moyenne	4.13	3.16
Ecart type	0.97	1.06
Ecart type corrigé	1.01	1.09
Variance	0.95	1.12
Variance corrigée	1.02	1.19

A l'aide d'un test paramétrique bilatéral au seuil de 5%, étudier s'il existe une différence significative des scores de plausibilité entre les deux groupes.

Soient μ_V et μ_M les moyennes de la variable "score de plausibilité" dans les populations parentes des deux groupes "Vérité" et "Mensonge". Les hypothèses du test bilatéral demandé s'écrivent :

- $H_0 : \mu_V = \mu_M$
- $H_1 : \mu_V \neq \mu_M$.

Soient respectivement $\overline{x}_V$, s_V^2, n_V et $\overline{x}_M$, s_M^2, n_M la moyenne et la variance de la variable "score de plausibilité" ainsi que l'effectif dans chacun des deux groupes.
La statistique de test est : $t = \dfrac{\overline{x}_V - \overline{x}_M}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{n_V s_V^2 + n_M s_M^2}{n_V + n_M - 2}\left(\dfrac{1}{n_V} + \dfrac{1}{n_M}\right)$. Sous H_0, cette statistique suit une loi de Student à 29 ddl. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ bilatéral, la valeur critique est $t_{crit} = 2.05$.
La règle de décision est donc :

– Si $|t_{obs}| \leq 2.05$, on retient H_0 ;
– Si $|t_{obs}| > 2.05$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = 0.1433$; $E = 0.379$; $t_{obs} = \dfrac{4.13 - 3.16}{0.379} = 2.56$.
On conclut donc sur H_1 : il existe donc une différence significative des scores de plausibilité des deux groupes.

2) Pour les témoignages verbaux, une comparaison des moyennes des scores observés dans chacune des conditions a été faite à l'aide de Statistica. Elle conduit au résultat suivant :

	Test t pour des Echantillons Indépendants (Feuille de données6) Note : Variables traitées comme des échantillons indépendants						
	Moyenne Groupe 1	Moyenne Groupe 2	valeur t	dl	p	N Actifs Groupe 1	N Actifs Groupe 2
Vérité vs. Mensonge	5.11	4.81	1.0677	29	0.294464	15	16

Interpréter les résultats fournis par le logiciel.

En ce qui concerne les témoignages verbaux, le test réalisé est analogue au précédent. Statistica nous indique $t_{obs} = 1.0677$ comme valeur observée de la statistique de test et 0.29, c'est-à-dire 29% comme niveau de significativité (p-value). Comme cette dernière valeur est largement supérieure aux seuils traditionnels (5%, 1%), H_0 est retenue : on n'a pas mis en évidence de différence entre les deux groupes en ce qui concerne les témoignages verbaux.

3) On revient aux témoignages sous forme de dessins. On étudie si un certain personnage de la scène à décrire est représenté ou non sur le dessin réalisé. On a les résultats suivants :
– Dans le groupe "vérité", le personnage est présent sur 12 dessins et absent sur 3 dessins ;
– Dans le groupe "mensonge", le personnage est présent sur 2 dessins et absent sur 14 dessins.

Etudier à l'aide d'un test statistique bilatéral au seuil de 5% si les deux groupes ont un comportement significativement différent du point de vue de la représentation de ce personnage.

On cherche ici à déterminer s'il existe un lien entre le groupe d'appartenance du sujet ("Vérité" v/s "Mensonge") et le fait d'avoir ou non représenté le personnage sur le dessin.
Pour répondre à cette question, on peut réaliser un test du χ^2 sur le tableau de contingence formé en croisant les deux variables ainsi définies. Les hypothèses du test peuvent s'écrire :

- H_0 : Les variables "Groupe" et "Présence du personnage" sont indépendantes
- H_1 : Les variables "Groupe" et "Présence du personnage" sont dépendantes.

Les tableaux d'effectifs observés, d'effectifs théoriques et de contributions au χ^2 sont donnés par :

	Vérité	Mensonge	Total
Présence	12	2	14
Absence	3	14	17
Total	15	16	31

	Vérité	Mensonge
Présence	6.77	7.23
Absence	8.23	8.77

	Vérité	Mensonge
Présence	4.04	3.78
Absence	3.32	3.11

On remarque que les effectifs figurant dans le tableau des effectifs théoriques sont tous les quatre supérieurs à 5, ce qui légitime l'emploi du test du χ^2. On obtient ainsi $\chi^2_{obs} = 14.25$. Or, au seuil de 5%, pour 1 *ddl*, on lit dans la table : $\chi^2_{crit} = 3.84$. Comme $\chi^2_{obs} > \chi^2_{crit}$, on conclut sur H_1 : il existe un lien de dépendance entre les deux variables étudiées.
Remarque. On peut aussi envisager la question sous la forme : "La fréquence de représentation du personnage est-elle significativement différente dans les deux groupes ?". On peut donc utiliser un test de comparaison de deux proportions sur des groupes indépendants. On obtient alors $Z_{obs} = 3.77$ et la conclusion est identique.

Exercice 3

Réf. Latorre Postigo J.-M. et al., Efficacity of a Group Memory Training Method for Older Adults Based on Visualisation and Association Techniques : A Randomized, Controlled Trial with a Placebo Group, Applied Cognitive Psychology No 24, pp. 956-968, 2010.
Un groupe de chercheurs a étudié l'effet d'une méthode d'entraînement de la mémoire chez les personnes âgées. Trois groupes de 15 sujets ont été constitués :
– Un groupe expérimental auquel la méthode a été administrée ;
– Un groupe placebo auquel a été administré un traitement analogue à celui du groupe expérimental, présenté comme améliorant les performances de la mémoire, mais n'ayant en fait pas d'effet sur les capacités mnésiques ;
– Un groupe contrôle auquel on a seulement indiqué que le traitement commencerait 6 mois plus tard.

Les capacités mnésiques des sujets sont évaluées à l'aide du test RBMT (Rivermead Behavioural Memory Test). Chaque sujet est évalué à trois reprises : avant le traitement (pré-test), à la fin du traitement (post-test) et 6 mois après le traitement (suivi).

On s'intéresse ici aux résultats du groupe "placebo". Les scores aux trois tests sont les suivants :

Sujet	Pré-test	Post-test	Suivi
s1	5.5	5.1	5.5
s2	5.3	8	6.4
s3	6.9	6.3	7.5
s4	5.3	7.4	7.6
s5	8.5	6.1	8
s6	9.7	4	8.1
s7	7.5	7.6	8.1
s8	6.5	5.5	8.3
s9	8.2	9	9.5
s10	6.6	8.7	9.5
s11	7.1	8.6	9.7
s12	8.8	10.1	10.2
s13	8.5	9.3	10.9
s14	10.5	9.9	11.2
s15	6.2	9.4	11.3

1) Etudier à l'aide d'un test paramétrique bilatéral au seuil de 5% s'il existe une différence significative entre les scores au pré-test et au post-test.

Le test envisagé est un test de comparaison de moyennes sur deux groupes appariés. Afin de réaliser ce test, nous pouvons tout d'abord calculer les paramètres de la série des différences individuelles calculées dans le sens (post-test) - (pré-test).

Sujet	Pré-test	Post-test	Différence d_i	d_i^2
s1	5.5	5.1	-0.4	0.16
s2	5.3	8	2.7	7.29
s3	6.9	6.3	-0.6	0.36
s4	5.3	7.4	2.1	4.41
s5	8.5	6.1	-2.4	5.76
s6	9.7	4	-5.7	32.49
s7	7.5	7.6	0.1	0.01
s8	6.5	5.5	-1.0	1.00
s9	8.2	9	0.8	0.64
s10	6.6	8.7	2.1	4.41
s11	7.1	8.6	1.5	2.25
s12	8.8	10.1	1.3	1.69
s13	8.5	9.3	0.8	0.64
s14	10.5	9.9	-0.6	0.36
s15	6.2	9.4	3.2	10.24
Σ			3.9	71.71

La moyenne observée de la série des différences individuelles est $\overline{d} = 0.26$, sa variance non corrigée est $s^2 = \dfrac{71.71}{15} - 0.26^2 = 4.71$ et sa variance corrigée est : $s_c^2 = \dfrac{15}{14} \times 4.71 = 5.05$.
Soient μ_{pre} et μ_{post} les moyennes de la variable "score au RBMT" avant et après l'application du traitement dans la population parente. Les hypothèses du test bilatéral demandé s'écrivent :

- $H_0 : \mu_{pre} = \mu_{post}$
- $H_1 : \mu_{pre} \neq \mu_{post}$.

La statistique de test est $t = \dfrac{\overline{d}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à 14 *ddl*. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ bilatéral, la valeur critique est $t_{crit} = 2.14$.
La règle de décision est donc :

- Si $|t_{obs}| \leq 2.14$, on retient H_0 ;
- Si $|t_{obs}| > 2.14$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = 0.3366$; $E = 0.58$; $t_{obs} = \dfrac{0.26}{0.58} = 0.45$.
On conclut donc sur H_0 : les scores au pré-test et au post-test ne sont pas significativement différents.

2) On compare les scores au post-test et les scores lors du suivi à l'aide d'un test de comparaison de moyennes réalisé par un logiciel de traitement statistique. Le logiciel indique une p-value $p = .005$. Interpréter cette valeur.

La p-value indiquée par le logiciel est de 0.5%, valeur inférieure à un seuil de 5%. Il existe donc une différence significative de comportement des sujets entre le post-test et le suivi.

3) De quelle façon l'effet placebo semble-t-il se manifester dans cette étude ?

Les scores avant et juste après l'administration du traitement ne sont pas significativement différents. Il semblerait donc que le traitement n'ait pas eu d'effet, ce qui est banal, puisqu'il s'agit en fait d'un placebo. En revanche, on constate une amélioration des capacités mnésiques des sujets lors de l'étude de suivi. Il semblerait que, croyant avoir reçu un traitement stimulant leur mémoire, les sujets se soient auto-entraînés et obtiennent au bout de 6 mois, une amélioration de leurs capacités.

Exercice 4

Dans le cadre d'une étude sur les superstitions et les croyances entourant le vendredi 13, on compare le comportement du public lors d'un vendredi 13 au comportement observé le vendredi précédent (vendredi 6 du même mois).
En particulier, on a noté le nombre de clients d'un échantillon de supermarchés, le vendredi 6 d'une part, le vendredi 13 d'autre part, à différentes dates étalées sur plusieurs années. Les résultats obtenus sont les suivants :

Obs	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Vend-6	4942	4895	4805	4570	4506	6754	6704	5871	6026	5676	3685	3799
Vend-13	4882	4736	4784	4603	4629	6998	6707	5662	6162	5665	3848	3680

Obs	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Vend-6	3563	3673	3558	5751	5367	4949	5298	5199	4141	3674	3707	3633
Vend-13	3554	3676	3613	5993	5320	4960	5467	5092	4389	3660	3822	3730

Obs	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
Vend-6	3688	4266	3954	4028	3689	3920	7138	6568	6514	6115	5325	6502
Vend-13	3615	4532	3964	3926	3692	3853	6836	6363	6555	6412	6099	6648

Obs	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Vend-6	6416	6422	6748	7023	4083	4107	4168	4174	4079
Vend-13	6398	6503	6716	7057	4277	4334	4050	4198	4105

Etudier à l'aide d'un test du signe si les comportements semblent différents aux deux dates.

Evaluons le signe des différences dans le sens [Vendredi-6 − Vendredi-13]. L'échantillon comporte 45 observations. On observe 18 différences positives pour 27 différences négatives et aucune différence nulle.
On peut écrire les hypothèses du test sous la forme :

- H_0 : Dans la population parente, la fréquence des différences positives est de 50%
- H_1 : Dans la population parente, la fréquence des différences positives n'est pas 50%.

La statistique de test est : $Z = \dfrac{2D - 1 - N}{\sqrt{N}}$, où D est le maximum du nombre de différences de même signe. Sous H_0, cette statistique suit une loi normale centrée réduite. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ bilatéral, la valeur critique est $Z_{crit} = 1.96$.
La règle de décision est donc :

– Si $|Z_{obs}| \leq 1.96$, on retient H_0 ;
– Si $|Z_{obs}| > 1.96$, on retient H_1.

On a ici : $Z_{obs} = \dfrac{2 \times 27 - 1 - 45}{\sqrt{45}} = 1.19$.
On retient donc l'hypothèse H_0 : il ne semble pas y avoir de différence significative de fréquentation du supermarché entre un vendredi "ordinaire" et un vendredi 13.