Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Humaines
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2008-2009

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.-G. Carpentier

Corrigé de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

N.B. Calculatrices, tables des lois statistiques et résumé de cours autorisés.

Exercice 1

Un psychologue est intéressé par l'effet que l'anxiété peut avoir sur la capacité des individus à acquérir de nouvelles connaissances. Pour ce faire, il a sélectionné douze sujets parmi un grand nombre de sujets anxieux. Il a ensuite demandé à ces douze sujets de réaliser une tâche d'apprentissage d'un certain nombre de connaissances non familières. Deux jours après la fin de la tâche, il a mesuré sur une échelle en 20 points, le niveau acquis. Les résultats des douze sujets sont les suivants :

Sujet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Niveau	4	8	5	5	9	10	7	9	12	9	10	6

Pour cette tâche, le niveau moyen acquis par des sujets "normalement anxieux", c'est-à-dire dans la moyenne d'anxiété de la population, est de 10.

1) Calculer les paramètres descriptifs (moyenne, variance, variance corrigée, écart type) de la série observée. Quelle conclusion peut-on énoncer au niveau descriptif ?

Formons le tableau permettant de calculer les paramètres descriptifs demandés :

Sujet	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Σ
Niveau	4	8	5	5	9	10	7	9	12	9	10	6	94
x_i^2	16	64	25	25	81	100	49	81	144	81	100	36	802

On obtient ainsi : $\overline{x} = \dfrac{94}{12} = 7.83$; $s^2 = \dfrac{802}{12} - \left(\dfrac{94}{12}\right)^2 = 5.47$; $s_c^2 = \dfrac{12}{11}s^2 = 5.97$; $s = \sqrt{5.47} = 2.34$; $s_c = \sqrt{5.97} = 2.44$.

Conclusion descriptive : on a trouvé un score moyen égal à 7.83. Il semblerait donc que l'on observe chez les sujets anxieux un score inférieur à celui de la population des sujets normalement anxieux.

2) Peut-on en conclure qu'en moyenne les sujets anxieux font moins bien ? Répondre à cette question à l'aide d'un test unilatéral, au seuil de 1%.

Il s'agit ici de comparer le résultat obtenu sur l'échantillon à la valeur 10, considérée comme une norme. Soit $\mu_0 = 10$ et soit μ la moyenne (inconnue) dans la population d'où est tiré l'échantillon. Compte tenu du résultat descriptif obtenu ci-dessus, les hypothèses du test unilatéral s'écrivent :

- $H_0 : \mu = 10$
- $H_1 : \mu < 10$.

La statistique de test est : $t = \dfrac{\overline{x} - 10}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{12}$. Sous H_0, cette statistique suit une loi de Student à 11 ddl. Pour un seuil $\alpha = 1\%$ unilatéral, la valeur lue dans la table est $t_{lue} = 2.72$.
Ici, $\overline{x} < 10$: les données sont consistantes avec H_1 et la valeur observée de la statistique est négative. La règle de décision est donc :

– Si $t_{obs} \geq -2.72$, on retient H_0 ;
– Si $t_{obs} < -2.72$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = \dfrac{5.97}{12} = 0.4974$; $E = 0.7053$; $t_{obs} = \dfrac{7.83 - 10}{0.7053} = -3.07$.
Comme $t_{obs} < -2.72$, l'hypothèse H_1 est retenue : les sujets anxieux ont un score significativement plus faible que celui des sujets normaux.

Exercice 2

Le Sud-Tyrol est une région de l'Italie du Nord dans laquelle coexistent une population de langue italienne et une population de langue allemande. La population de langue allemande a fait l'objet d'une discrimination négative durant le régime fasciste, puis a bénéficié de dispositions favorables ensuite. De ces événements résulte un fort sentiment d'appartenance à un groupe pour les membres de chacun de ces deux groupes ethniques.
Une enquête par questionnaire a été menée en 2002 auprès d'un échantillon de 71 lycéens italophones. En particulier, les sujets devaient se positionner sur des échelles unipolaires à 6 points (cotées de 0 à 5, 0=pas du tout, 5=extrêmement), selon leur opinion relativement aux deux communautés. Pour moitié, les adjectifs utilisés étaient à connotation positive (par exemple : les germanophones : ne sont pas du tout/sont extrêmement *sympathiques*), et pour moitié, les adjectifs utilisés étaient à connotation négative (exemples : *antipathique, repoussant, méprisable*). En calculant un score moyen par sujet pour les échelles de même connotation, appliquées à la même cible ethnique, on obtient ainsi pour chaque sujet quatre mesures comprises dans l'intervalle de 0 à 5 :
– l'évaluation positive de l'endogroupe (ici, les italophones)
– l'évaluation positive de l'exogroupe (ici, les germanophones)
– l'évaluation négative de l'endogroupe
– l'évaluation négative de l'exogroupe.

Par ailleurs, les sujets ont été répartis dans deux échantillons indépendants sur la base de l'intensité de leur identification à leur groupe (identification à l'endogroupe basse v/s élevée).

1) Les paramètres de la variable "évaluation positive de l'endogroupe" sur les deux échantillons sont les suivants :

	Identification basse	Identification élevée
Effectif	35	36
Moyenne	4.23	4.64
Ecart type corrigé	0.62	0.67
Variance corrigée	0.38	0.45

Au vu de ces données, peut-on affirmer que l'évaluation positive de l'endogroupe est meilleure lorsque l'identification au groupe est élevée que lorsqu'elle est basse ?

Répondre à cette question en réalisant un test unilatéral de comparaison de moyennes au seuil de 5%.

Soient μ_B et μ_H les moyennes de la variable ENDOP dans les populations parentes des deux groupes. Les hypothèses du test unilatéral demandé s'écrivent :

- $H_0 : \mu_B = \mu_H$
- $H_1 : \mu_B < \mu_H$.

La statistique de test est : $Z = \dfrac{\overline{x}_B - \overline{x}_H}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s^2_{B,c}}{n_B} + \dfrac{s^2_{H,c}}{n_H}$. Il s'agit ici de grands échantillons et, sous H_0, cette statistique suit une loi normale centrée réduite. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ unilatéral, la valeur lue dans la table est $Z_{lue} = 1.645$.
Ici, les données sont consistantes avec H_1 et la valeur observée de la statistique est négative. La règle de décision est donc :

– Si $Z_{obs} \geq -1.645$, on retient H_0 ;
– Si $Z_{obs} < -1.645$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = \dfrac{0.38}{35} + \dfrac{0.45}{36} = 0.0234$; $E = 0.1528$; $Z_{obs} = \dfrac{4.23 - 4.64}{0.1528} = -2.68$.
On conclut donc sur H_1 : il semble y avoir une meilleure évaluation positive de l'endogroupe chez les sujets dont l'identification au groupe est élevée que chez les sujets dont l'identification au groupe est basse.

2) On étudie maintenant la variable "évaluation négative de l'endogroupe". Une comparaison de moyennes faite à l'aide de Statistica conduit au résultat suivant :

	Test t pour des Echantillons Indépendants (Feuille de données6) Note : Variables traitées comme des échantillons indépendants						
	Moyenne Groupe 1	Moyenne Groupe 2	valeur t	dl	p	N Actifs Groupe 1	N Actifs Groupe 2
Basse vs. Elevee	0.254704	0.968576	-5.74882	69	0.000000	35	36

Interpréter les résultats fournis par le logiciel.

On effectue une comparaison de moyennes analogue à la précédente, pour la variable ENDON. Statistica réalise un test bilatéral, et indique une p-value inférieure à 10^{-6}. Il existe donc une différence significative entre les deux groupes, aux seuils traditionnels de 5% et de 1%. L'examen des moyennes nous montre en outre que la variable ENDON prend des valeurs moins élevées lorsque l'identification au groupe est basse.

3) On reprend l'étude en considérant maintenant l'ensemble des 71 sujets comme un seul échantillon et on souhaite comparer les valeurs observées pour les variables "évaluation positive de l'exogroupe" et "évaluation négative de l'exogroupe", notées EXOP et EXON dans la suite du texte.
Un extrait des données (5 premières observations) est donné par :

	EXOP	EXON
s1	3.2	2.14
s2	4.07	1.7
s3	3.19	1.76
s4	3.72	1.59
s5	4.59	0.91
...	...	...

Les paramètres descriptifs de ces variables sont donnés par :

	EXOP	EXON
Max	4,87	3,39
Min	1,86	0,21
Moyenne	3,66	1,58
Ecart type corr.	0,66	0,59
Effectif	71	71

a) Les valeurs élevées de EXOP représentent-elles des opinions plutôt favorables ou plutôt défavorables envers les membres de l'exogroupe ? En est-il de même pour la variable EXON ? La comparaison des moyennes des variables EXOP et EXON aurait-elle un sens ?

Une valeur élevée pour EXOP correspond à une opinion favorable envers l'exogroupe. À l'inverse, une valeur élevée de EXON correspond à une opinion défavorable envers l'exogroupe. Ainsi, ces variables varient en sens contraires et une comparaison des moyennes de ces deux variables n'a guère de sens.

b) On souhaite étudier si les variables EXOP et EXON sont réciproques l'une de l'autre. Autrement dit, il s'agit de voir, par exemple, si un score de 5 sur l'échelle de sympathie correspond, aux fluctuations d'échantillonnage près, à un score de 0 sur l'échelle d'antipathie, un score de 4 à un score de 1, etc.
Quelle transformation simple peut-on faire subir à la variable EXON pour obtenir une variable comparable à EXOP (même plage de variation et même sens) ?

Pour inverser le sens de variation de EXON, on peut penser à son opposée : $-$EXON. Mais la plage de variation est alors $[-5, 0]$ au lieu de $[0, 5]$. Pour retrouver la même plage de variation, on peut ajouter 5 à cette variable et poser : $Y = 5-$EXON.

Quelle est la moyenne de cette nouvelle variable ? Quel est son écart type corrigé ?

Cette nouvelle variable a alors pour moyenne : $\overline{Y} = 5 - \overline{\text{EXON}} = 5 - 1.58 = 1.42$ et son écart type est celui de EXON : $s_c(Y) = 0.59$.

c) Existe-t-il une différence significative entre la moyenne de la variable EXOP et celle de la nouvelle variable définie au (b). Répondre à cette question en effectuant un test bilatéral de comparaison de moyennes au seuil de 5%.
N.B. On donne l'écart type corrigé de la série des différences entre les deux variables considérées : $s_c = 0.56$.

Soient μ_P et $\mu_{N'}$ les moyennes des variables considérées dans la population parente. Les hypothèses du test bilatéral demandé s'écrivent :

- $H_0 : \mu_P = \mu_{N'}$
- $H_1 : \mu_B \neq \mu_{N'}$.

La statistique de test est : $Z = \dfrac{\overline{x}_P - \overline{x}_{N'}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$. Il s'agit ici d'un grand échantillon et, sous H_0, cette statistique suit une loi normale centrée réduite. Pour un seuil $\alpha = 5\%$ bilatéral, la valeur lue dans la table est $Z_{lue} = 1.96$. La règle de décision est donc :

– Si $|Z_{obs}| \leq 1.96$, on retient H_0 ;
– Si $|Z_{obs}| > 1.96$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = \dfrac{0.56^2}{71} = 0.00442$; $E = 0.0665$; $Z_{obs} = \dfrac{3.66 - 3.42}{0.0665} = 3.61$.
On conclut donc sur H_1 : du point de vue de leurs moyennes, EXOP et Y sont significativement différentes.

d) Peut-on en conclure que EXOP et EXON sont réciproques l'une de l'autre ?

La réciprocité des variables EXOP et EXON s'exprimerait par une relation telle que : EXOP= 5−EXON. Le test précédent montre que cette relation n'est pas vérifiée, et donc ces deux variables ne sont pas réciproques l'une de l'autre.

e) Quelle autre méthode (vue en deuxième année) aurait-on pu utiliser pour étudier ce point ?

L'étude précédente aurait pu être menée en calculant le coefficient de corrélation entre ces deux variables. En effet, la réciprocité des variables EXOP et EXON correspondrait également à un coefficient de corrélation proche de -1 entre ces deux variables.

Exercice 3

Des chercheurs ont mené une étude sur les préjugés à l'encontre des musulmans, à partir de données d'enquêtes réalisées en 1999/2000 dans 30 pays européens.
En particulier, le protocole d'enquête permettait de déterminer si le sujet interrogé acceptait ou refusait :
– d'une part, d'avoir des musulmans comme voisins ;
– d'autre part, d'avoir des immigrés comme voisins.
Concernant l'Irlande, l'étude a porté sur un échantillon de 1250 personnes. Parmi ces personnes, 1079 ont déclaré accepter des voisins musulmans, 1096 ont déclaré accepter des voisins immigrés. En outre, 1043 personnes ont déclaré accepter aussi bien des voisins musulmans qu'immigrés.
On souhaite étudier si les préjugés à l'encontre des musulmans et des immigrés sont significativement différents ou non dans ce pays.

1) Quel test statistique permet d'apporter une réponse à cette question.

On étudie ici une variable dichotomique (réponse "oui" ou "non") sur deux groupes appareillés (les mêmes sujets interrogés au sujet des immigrés et au sujet des musulmans). Les données obtenues peuvent donc être traitées à l'aide d'un test de comparaison de deux proportions sur des groupes appareillés ou d'un test du χ^2 de Mac Nemar.

2) Mettre en œuvre ce test et conclure au seuil de 5%.

A partir des données fournies par l'énoncé, on obtient le tableau complet des résultats observés :

		Musulmans		Total
		oui	non	
Immi-grés	oui	1043	53	1096
	non	36	118	154
	Total	1079	171	1250

Les cases de désaccord sont les cases contenant les valeurs $b = 36$ et $c = 53$. Les hypothèses du test peuvent s'exprimer ainsi :
– H_0 : Le nombre de désaccords dans un sens est égal à celui constaté dans l'autre sens.
– H_1 : Les nombres de désaccords ne coïncident pas.
La statistique de test est $\chi^2 = \dfrac{(b-c)^2}{b+c}$. Elle suit une loi du χ^2 à 1 ddl. La valeur critique pour un seuil de 5% est $\chi^2_{crit} = 3.84$ et la règle de décision est la suivante :
– Si $\chi^2_{obs} \leq 3.84$, on retient H_0 ;
– Si $\chi^2_{obs} > 3.84$, on retient H_1.
Ici, on obtient $\chi^2_{obs} = \dfrac{(36-53)^2}{36+53} = 3.25$. On conclut donc sur H_0 : on n'a pas mis en évidence de différence entre les préjugés envers les deux groupes.

Exercice 4

Dans une étude sur la relation entre les faits additifs et les faits multiplicatifs, on présente aux sujets une série de problèmes arithmétiques simples sur l'écran d'un ordinateur. Les sujets ont pour consigne de dire si oui ou non, le résultat présenté est correct.
Les problèmes sont de type additif ou multiplicatif et le résultat présenté peut être "vrai" (ex : 4+3=7), "faux" (ex : 4+3=9) ou "confusion" (ex : 4+3=12).
Pour cette expérience, 19 sujets sont utilisés. Leur comportement est mesuré par le temps de réaction (TR) devant chaque problème. Le tableau ci-dessous donne le temps de réaction médian (en millisecondes) des sujets pour les problèmes de type "additif-vrai" et pour les problèmes de type "additif-faux".

	Add-Vrai	Add-Faux	Diff
s1	1410	1410	0
s2	1366	1365	1
s3	1452	1462	-10
s4	1401	1430	-29
s5	1533	1483	50
s6	1294	1240	54
s7	1361	1304	55
s8	1343	1400	-57
s9	1289	1348	-59
s10	1498	1562	-64
s11	1214	1140	74
s12	1306	1231	75
s13	1225	1334	-109
s14	1383	1245	138
s15	1315	1172	143
s16	1274	1131	143
s17	1396	1248	148
s18	1508	1325	183
s19	1320	1107	213

1) A l'aide d'un test unilatéral de Wilcoxon, étudier s'il existe une différence significative des temps de réaction selon le type ("vrai" ou "faux") de réponse proposée (seuil : 5%).

Après neutralisation de la différence nulle (sujet s1), on construit le protocole des rangs signés :

	Add-Vrai	Add-Faux	Diff	Rang $+$	Rang $-$
s1	1410	1410	0		
s2	1366	1365	1	1	
s3	1452	1462	-10		2
s4	1401	1430	-29		3
s5	1533	1483	50	4	
s6	1294	1240	54	5	
s7	1361	1304	55	6	
s8	1343	1400	-57		7
s9	1289	1348	-59		8
s10	1498	1562	-64		9
s11	1214	1140	74	10	
s12	1306	1231	75	11	
s13	1225	1334	-109		12
s14	1383	1245	138	13	
s15	1315	1172	143	14.5	
s16	1274	1131	143	14.5	
s17	1396	1248	148	16	
s18	1508	1325	183	17	
s19	1320	1107	213	18	
			Total	130	41

Les hypothèses du test s'écrivent ici :

- H_0 : les différences négatives et positives s'interclassent de manière homogène
- H_1 : les différences négatives se trouvent significativement en début de classement.

On a trouvé ici : $T_m = \min(T_+, T_-) = 41$. Au seuil de 5% unilatéral, pour $N = 18$, la valeur lue dans la table est : $T_{m,crit} = 47$. Comme $T_m < T_{m,crit}$, on conclut sur H_1 : le test met en évidence une différence significative des temps de réaction dans les deux conditions.