Université de Bretagne Occidentale
U.F.R. de Lettres et Sciences Sociales
CS 93837 - 29238 BREST CEDEX 3

Année Universitaire 2006-07

Section : Psychologie - Licence 3è année

Enseignant responsable : F.-G. Carpentier

Corrigé de l'épreuve de Statistiques et Informatique appliquées à la Psychologie

Exercice 1

On étudie la performance à un test d'attention chez des enfants de 10 ans. On dispose, pour le score de réussite à ce test, d'une valeur de référence égale à 10.3 pour des enfants de cette catégorie d'âge.
On tire au hasard un échantillon de 13 enfants à qui on promet une récompense pour leur participation au test. On observe, sur cet échantillon, un score moyen de 12, avec un écart type corrigé de 3.1.
Au vu des résultats de cette expérience, peut-on conclure que la motivation améliore les résultats au test ? Répondre à cette question à l'aide d'un test unilatéral au seuil de 5%.

Soit μ la moyenne (inconnue) des scores au test dans la population d'où est issu l'échantillon. Il s'agit de comparer la moyenne μ à la "norme" $\mu_0 = 10.3$. Les hypothèses du test sont donc :
- H_0 : $\mu = 10.3$
- H_1 : $\mu > 10.3$

L'effectif de l'échantillon est ici inférieur à 30, et l'écart type de la population est estimé à partir de la valeur observée sur l'échantillon. Nous utilisons donc ici comme statistique de test $T = \dfrac{\overline{x} - 10.3}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_c^2}{n}$. T suit une loi de Student à $n-1$, c'est-à-dire 12 ddl.
Pour un seuil de 5% unilatéral, on lit dans la table : $t_{crit} = 1.782$. La règle de décision du test est donc :
- Si $t_{obs} \leq 1.782$, on retient H_0 ;
- Si $t_{obs} > 1.782$, on retient H_1.

Le calcul de la statistique de test donne : $E^2 = \dfrac{3.1^2}{13} = 0.74$; $E = 0.86$; $t_{obs} = \dfrac{12 - 10.3}{0.86} = 1.977$.
Comme $t_{obs} > t_{crit}$, on retient l'hypothèse H_1. Autrement dit, il semble, au vu de cette expérience, que la motivation améliore les résultats.

Exercice 2

Source : d'après A. Charvillat et P. Colé. Rôle de l'interaction morphologie/lexique dans le traitement syntaxique (en cours).
Dans une étude portant sur la compréhension durant la lecture, des chercheurs ont utilisé un matériel linguistique incluant 32 phrases expérimentales et 64 phrases de remplissage. Tous les items expérimentaux se composent d'une proposition principale suivie d'une subordonnée relative (ex : Marc a salué la mère du marié qui était...). Diverses recherches suggèrent qu'en

français, les phrases de ce type sont en moyenne comprises plus rapidement quand la relative est attachée au premier nom (la mère du marié qui était élégante) plutôt qu'au second (la mère du marié qui était élégant) Toutefois, le fait que certains individus s'écartent de ce pattern moyen a conduit les auteurs à rechercher les déterminants de ces différences individuelles.

Les 26 adultes français de l'échantillon (échantillonnage aléatoire) font apparaître les phrases mot après mot sur un écran, à leur propre rythme, en pressant une touche du clavier. Toutes les phrases expérimentales se terminent par un mot cible (adjectif) présenté dans un graphisme différent du reste de la phrase.

Exemple : Marc a salué la mère du marié qui était très *élégante*.

Ce mot cible varie en genre (masculin/féminin), de telle sorte que la relative s'attache tantôt au premier nom (N1), comme dans l'exemple ci-dessus, tantôt au second (N2 : ...très *élégant*).

Dès l'apparition de la cible, les sujets doivent décider le plus rapidement possible s'il s'agit ou non d'un mot français en pressant une touche, à droite pour un mot (ex. élégant), à gauche pour un non-mot (ex. élugant). On recueille les temps de décision lexicale (TDL) en centisecondes (la cible correspondant aux phrases expérimentales est toujours un mot mais, au total, les sujets doivent juger autant de mots que de non-mots).

On a également mesuré le temps de lecture moyen par phrase de chaque sujet de façon à repérer deux types de lecteurs (L1 : lecteurs rapides, L2 : lecteurs lents) dont on envisage de comparer les stratégies de compréhension.

Les tableaux ci-dessous donnent, pour chacun des 26 sujets :
- le TDL moyen observé sur l'ensemble des phrases (colonne TDL G) ;
- le TDL moyen observé sur les phrases de type N1 et celui observé sur les phrases de type N2 (colonnes N1 et N2) ;
- la moyenne et l'écart type corrigé de la variable TDL G dans chacun des deux groupes (cellules $\overline{x}$ et s_c).

Lecteurs rapides			
	TDL G	N1	N2
s1	226	212	240
s2	157	159	155
s3	82	78	86
s4	87	86	88
s5	157	145	169
s6	153	141	165
s7	103	86	120
s8	152	141	163
s9	77	71	83
s10	103	108	98
s11	104	103	105
s12	141	134	148
s13	105	90	120
$\overline{x}$	126.7		
s_c	42.2		

Lecteurs lents			
	TDL G	N1	N2
s14	67	71	63
s15	73	77	69
s16	96	107	85
s17	113	114	112
s18	99	103	95
s19	252	259	245
s20	185	193	177
s21	105	107	103
s22	121	126	116
s23	104	110	98
s24	185	202	168
s25	87	90	84
s26	97	93	101
$\overline{x}$	121.8		
s_c	53.2		

1) Globalement, les TDL observés chez les lecteurs lents et chez les lecteurs rapides sont-ils différents ? Répondre à cette question à l'aide d'un test bilatéral de comparaison de moyennes, au seuil de 5%.

Les lecteurs rapides et les lecteurs lents forment deux populations distinctes, d'où sont issus les deux échantillons de l'étude, qui forment donc des échantillons indépendants. La variable

dépendante pertinente pour étudier cette question est évidemment le TDL moyen observé sur chaque sujet (colonne TDL G du tableau).
Soient μ_r et μ_l les moyennes respectives dans les populations parentes.
Pour un test bilatéral, les hypothèses du test sont :
- $H_0 : \mu_r = \mu_l$
- $H_1 : \mu_r \neq \mu_l$

La statistique de test est : $t = \dfrac{\overline{x_r} - \overline{x_l}}{E}$ avec $E^2 = \dfrac{s_{c,r}^2 + s_{c,l}^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $2n-2$, c'est-à-dire 24 ddl. Pour un seuil de 5% bilatéral, on lit dans la table : $t_{crit} = 2.06$. La règle de décision du test est :
- Si $|t_{obs}| \leq 2.06$, on retient H_0 ;
- Si $|t_{obs}| > 2.06$, on retient H_1.

Le calcul donne ici : $E^2 = \dfrac{42.2^2 + 53.2^2}{13} = 354.70$ et $E = 18.83$. D'où $t_{obs} = \dfrac{126.7 - 121.8}{18.83} = 0.26$. Par conséquent, on retient H_0 : il n'existe pas de différence significative entre les temps de décision lexicale chez les lecteurs rapides et les lecteurs lents.

2) On fait l'hypothèse suivante :

> La compréhension d'une phrase complète suppose la mémorisation temporaire des mots qui la composent. Mais, comme la trace mnésique des mots s'affaiblit au fil du temps, on peut supposer que (dans une certaine mesure) le fait de lire lentement accroît le risque d'oublier les mots les moins récents. On fait donc l'hypothèse que l'effet de la position du nom (N1 ou N2) auquel s'attache la subordonnée relative sera différent chez les lecteurs rapides et chez les lecteurs lents.

a) La position du nom a-t-elle un effet sur le TDL chez les lecteurs rapides ? Répondre à cette question à l'aide d'un test unilatéral au seuil de 5%. Chez ces lecteurs, dans quel cas les décisions sont-elles les plus rapides ?

Il s'agit ici de comparer les scores observés dans la condition N_1 et ceux observés dans la condition N_2 chez les lecteurs rapides. Il s'agit donc de tester l'égalité de deux moyennes sur deux groupes appareillés.
Formons le tableau permettant de calculer les paramètres du protocole dérivé des différences individuelles, calculées dans le sens (Condition N_2) - (Condition N_1).

	N1	N2	d_i	d_i^2
s1	212	240	28	784
s2	159	155	-4	16
s3	78	86	8	64
s4	86	88	2	4
s5	145	169	24	576
s6	141	165	24	576
s7	86	120	34	1156
s8	141	163	22	484
s9	71	83	12	144
s10	108	98	-10	100
s11	103	105	2	4
s12	134	148	14	196
s13	90	120	30	900
Σ			186	5004

La moyenne de la série des différences est $\overline{d} = \dfrac{186}{13} = 14.31$.

Sa variance est $s^2 = \frac{5004}{13} - \left(\frac{186}{13}\right)^2 = 180.21$ et sa variance corrigée est : $s_c^2 = \frac{13}{12} \times 180.21 = 195.23$.
On voit que $\overline{d} > 0$. Ainsi, les temps de décision lexicale les plus élevés sont observés dans la condition N_2. Nous prendrons donc les hypothèses du test sous la forme :
- $H_0 : \mu_{N_2} = \mu_{N_1}$
- $H_1 : \mu_{N_2} > \mu_{N_1}$

où μ_{N_2} et μ_{N_1} désignent les moyennes des TDL dans la population des lecteurs rapides respectivement dans les conditions N_2 et N_1.
La statistique de test est $t = \frac{\overline{d}}{E}$ avec $E^2 = \frac{s_c^2}{n}$. Elle suit une loi de Student à $n-1$, c'est-à-dire 12 ddl. Pour un seuil de 5% unilatéral, on lit dans la table : $t_{crit} = 1.78$. Avec le sens choisi pour le calcul des différences, l'hypothèse alternative H_1 correspond à des valeurs positives de la statistique de test. La règle de décision du test est donc :
- Si $t_{obs} \leq 1.78$, on retient H_0 ;
- Si $t_{obs} > 1.78$, on retient H_1.

Les calculs donnent : $E^2 = \frac{195.23}{13} = 15.02$ et $E = 3.87$. D'où $t_{obs} = \frac{14.31}{3.87} = 3.69$.
On retient donc l'hypothèse H_1. Dans la population des lecteurs lents, la moyenne dans la condition N_2 est supérieure à la moyenne dans la condition N_1. Comme la VD est le temps de décision lexicale, ce résultat signifie également que les décisions les plus rapides sont observées en condition N_1 chez ces lecteurs.

Variantes. Il était également possible d'utiliser un test non paramétrique (test du signe ou test de Wilcoxon) pour résoudre cette question.
Pour le test du signe : on observe 2 différences négatives sur les 13 différences. Le niveau de significativité, pour une loi binomiale de paramètres $n = 13$ et $p = 0.5$ peut être calculé de la façon suivante :
$P(X = 0) = C_{13}^0 \, 0.5^{13} = 1.22 \times 10^{-4}$
$P(X = 1) = C_{13}^1 \, 0.5^{13} = 1.59 \times 10^{-3}$
$P(X = 2) = C_{13}^2 \, 0.5^{13} = 9.52 \times 10^{-3}$
D'où : $P(X \leq 2) = 1.12 \times 10^{-2}$. Cette valeur étant inférieure au seuil de 5%, la conclusion est la même que précédemment.
Pour le test de Wilcoxon, on construit le protocole des rangs signés. Les différences négatives se trouvent aux rangs 3 et 5, d'où $T_{min} = 8$. Or, pour $N = 13$ et un seuil unilatéral de 5%, on lit dans la table du test de Wilcoxon : $T_{min,crit} = 21$. D'où encore la même conclusion.

b) On a traité les données relatives aux lecteurs lents à l'aide de Statistica. Les résultats fournis par le logiciel sont les suivants :

	Statistiques Descriptives (Lecture)		
Variable	N Actifs	Moyenne	Ecart-type
N1	13	127,08	55,83
N2	13	116,62	51,02

	Test t pour des Echantillons Appariés (Lecture) Différences significatives marquées à p < ,05000							
Variable	Moyenne	Ec-Type	N	Différ.	Ec-Type Différ.	t	dl	p
N1	127,1	55,8						
N2	116,6	51,0	13	10,46	10,10	3,73	12	0,0029

Interprétez les résultats fournis par le logiciel. Chez ces lecteurs, dans quel cas les décisions sont-elles les plus rapides ?

Statistica indique un niveau de significativité de 0.3%, pour le test bilatéral. Chez les lecteurs lents, les TDL observés en condition N_1 et en condition N_2 sont donc significativement différents. Par ailleurs, le premier tableau nous indique que la moyenne des TDL en condition N_1 est supérieure à la moyenne en condition N_2. Autrement dit, chez les lecteurs lents, les décisions les plus rapides sont observées dans la condition N_2.

c) Les résultats obtenus permettent-ils de confirmer l'hypothèse ?

Globalement, les temps de décision lexicale sont les mêmes chez les deux types de lecteurs (cf. question 1). On a également montré que le type de phrase (N_1 ou N_2) a un effet significatif sur le temps de décision chez les deux types de lecteurs (questions 2a et 2b). Mais, chez les lecteurs rapides, les décisions les plus rapides sont observées en condition N_1, ce qui est conforme aux recherches antérieures, alors que chez les lecteurs lents, les décisions les plus rapides sont observées en condition N_2. Ce résultat est conforme à l'hypothèse formulée au début de la question 2, et suggère que la vitesse de lecture pourrait être un déterminant expliquant le fait que certains sujets s'écartent du pattern moyen.

Exercice 3

On dispose d'un questionnaire permettant de classer la réaction à l'échec la plus courante pour tout élève de troisième. Le classement se fait en quatre classes de réactions aux difficultés :

active : l'élève réagit en travaillant plus ;

passive découragement : l'élève abandonne ;

passive dénégation : l'élève affirme que les résultats scolaires n'ont aucune importance pour lui ou elle ;

réflexion : l'élève tente consciemment d'établir les causes de son échec.

On trouve sur un échantillon les résultats suivants :

	Active	Découragement	Dénégation	Réflexion
Filles	48	56	32	7
Garçons	52	56	88	5

1) Peut-on penser que cet échantillon a été tiré d'une population comportant autant de filles que de garçons ? Répondre à cette question à l'aide d'un test bilatéral au seuil de 5%.

En calculant les marges du tableau ci-dessus, on constate que l'échantillon proposé se compose de 143 filles et de 201 garçons.
Quel test permettra de répondre à la question posée ? Filles et garçons ne constituent évidemment pas des échantillons indépendants sur lesquels il s'agirait de comparer des proportions (quelle serait alors la variable dépendante ?). Il s'agit bien ici de comparer la proportion de filles (par exemple) à la "norme" 50%, observée dans une population comportant autant de filles que de garçons.
Soit donc p la proportion de filles dans la population d'où est tiré l'échantillon observé et $f = \dfrac{143}{143 + 201} = 41.57\%$ la proportion de filles dans l'échantillon.
Les hypothèses du test s'écrivent :
- $H_0 : p = 50\%$
- $H_1 : p \neq 50\%$

On peut remarquer que les conditions $np_0 > 15$ et $n(1-p_0) > 15$ sont vérifiées. En effet : $(143+201) \times 0.50 = 172$. On peut donc prendre comme statistique de test $Z = \frac{f-0.5}{E}$ avec $E^2 = \frac{0.5(1-0.5)}{143+201}$. Elle suit une loi normale centrée réduite. Pour un seuil de 5% bilatéral, on lit dans la table : $z_{crit} = 1.96$. La règle de décision du test est donc :
- Si $|z_{obs}| \leq 1.96$, on retient H_0 ;
- Si $|z_{obs}| > 1.96$, on retient H_1.

Le calcul donne : $E^2 = \frac{0.5(1-0.5)}{344} = 7.27 \times 10^{-4}$ et $E = 0.02696$. D'où $z_{obs} = \frac{0.4157-0.50}{0.02696} = -3.12$. Par conséquent, on retient H_1 : dans la population d'où est tiré l'échantillon, la proportion de filles n'est pas 50%.

2) On souhaite étudier si les réactions aux difficultés scolaires dépendent du sexe.
a) Quel test permettrait d'apporter une réponse au problème posé ?

Le sexe et la réaction aux difficultés scolaires sont deux variables nominales, et nous recherchons s'il existe un lien entre ces deux variables, autrement dit si elles sont dépendantes. Le test qui convient est donc le test du χ^2 sur un tableau de contingence.

b) Mettre en œuvre le test et conclure au seuil de 5%.

Les hypothèses sont ici :
- H_0 : Les variables "Sexe" et "Type de réactions" sont indépendantes.
- H_1 : Les variables "Sexe" et "Type de réactions" sont dépendantes.

Le nombre de degrés de liberté est ici de $(2-1) \times (4-1) = 3$. Pour un seuil de 5%, on lit dans la table : $\chi^2_{crit} = 7.815$. La règle de décision est donc la suivante :
- Si $\chi^2_{obs} \leq 7.815$, on retient H_0 ;
- Si $\chi^2_{obs} > 7.815$, on retient H_1.

Les tableaux des effectifs théoriques et des contributions au χ^2 sont donnés par :

	Active	Découragement	Dénégation	Réflexion
Filles	41.57	46.56	49.88	4.98
Garçons	58.43	65.44	70.11	7.01

	Active	Découragement	Dénégation	Réflexion
Filles	0.99	1.91	6.41	0.81
Garçons	0.71	1.36	4.56	0.58

On obtient ainsi : $\chi^2_{obs} = 17.34$. On conclut donc sur H_1 : les réactions aux difficultés scolaires dépendent du sexe.

Exercice 4

Dans une expérience, on s'est intéressé à la relation entre contextes de rappel et d'apprentissage. Dans un premier temps, deux groupes de huit et dix participants devaient apprendre une liste de 30 mots dans une pièce orange. Dans un second temps, les participants devaient se remémorer ces mots. La pièce dans laquelle le rappel avait lieu était la même que celle d'apprentissage pour le premier groupe et une pièce totalement différente pour le second groupe.
Les nombres de mots rappelés dans les deux groupes furent les suivants :

Groupe 1 Contexte similaire	Groupe 2 Contexte différent
16	12
20	22
19	10
22	7
25	8
13	15
14	12
25	6
	9
	19

En utilisant un test non paramétrique portant sur les rangs, étudier si un contexte similaire à celui d'apprentissage favorise la remémoration (utiliser un test unilatéral et un seuil de 5%).

Le test à utiliser est ici le test de Wilcoxon-Mann-Whitney (N.B. le test de la médiane est aussi un test non paramétrique, mais il ne porte pas sur les rangs, contrairement aux spécifications de l'énoncé).
Le protocole des rangs, déterminés sur la réunion des deux groupes, est donné par :

Groupe 1 Contexte similaire		Groupe 2 Contexte différent	
VD	Rang	VD	Rang
16	11	12	6.5
20	14	22	15.5
19	12.5	10	5
22	15.5	7	2
25	17.5	8	3
13	8	15	10
14	9	12	6.5
25	17.5	6	1
		9	4
		19	12.5
W	105		

Pour un test unilatéral, les hypothèses peuvent être formulées de la façon suivante :
- H_0 : Dans les populations parentes, les scores relatifs aux deux conditions s'interclassent de façon homogène.
- H_1 : Dans les populations parentes, les scores relatifs au "contexte similaire" apparaissent plus fréquemment dans les rangs les plus élevés.

La statistique de test est la somme W des rangs dans le plus petit des deux groupes, c'est-à-dire le groupe "contexte similaire". Compte tenu de la forme de l'hypothèse H_1, la valeur critique est ici la valeur W'_s lue dans la table et la règle de décision est :
- Si $W < W'_s$, on retient H_0 ;
- Si $W \geq W'_s$, on retient H_1.

On a ici : $W = 105$ et $W'_s = 96$. On retient donc l'hypothèse alternative H_1 : un contexte de rappel similaire au contexte d'apprentissage favorise la remémoration.