

Section : Psychologie - Master 1ère année

Enseignant responsable : F.G. Carpentier

**CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE STATISTIQUES PARAMÉTRIQUES ET NON
PARAMÉTRIQUES**

N.B. Calculatrices, tables des lois statistiques et résumé de cours autorisés.

Exercice 1

Ref. Strabac, Z., Listhaug O., Anti-Muslim prejudice in Europe : A multilevel analysis of survey data from 30 countries, Social Sci. Res. (2007), doi : 10.1016/j.ssresearch.2007.02.004

Des chercheurs ont mené une étude sur les préjugés à l'encontre des musulmans, à partir de données d'enquêtes réalisées en 1999/2000 dans 30 pays européens.

En particulier, le protocole d'enquête permettait de déterminer si le sujet interrogé acceptait ou refusait :

- d'une part, d'avoir des musulmans comme voisins ;
- d'autre part, d'avoir des immigrés comme voisins.

Pour les treize pays d'Europe Orientale couverts par l'étude, le pourcentage de sujets refusant d'avoir des musulmans comme voisins, le pourcentage de sujets refusant d'avoir des immigrés comme voisins et la différence entre ces deux valeurs sont donnés par le tableau suivant :

Pays	Musulmans	Immigrés	Différence M-I
Estonie	24.03	23.52	0.51
Lettonie	17.84	11.85	5.99
Lithuanie	33.32	23.79	9.53
Pologne	23.81	23.6	0.21
République Tchèque	15.31	19.54	-4.23
Slovaquie	24.68	23.07	1.61
Roumanie	31.41	21.12	10.29
Bulgarie	23.1	25.56	-2.46
Croatie	26.47	21.68	4.79
Russie	14.15	11.1	3.05
Slovénie	22.84	16.2	6.64
Ukraine	23.95	14.88	9.07
Biélorussie	26.99	17.11	9.88

Les auteurs indiquent : Due to small sample sizes we perform normality assumption checks for sample differences. Two commonly used tests, Shapiro-Wilk and Kolmogorov-Smirnov produce fairly large p-values (...).

On souhaite refaire le test indiqué par les auteurs. A cette fin, on a constitué le tableau suivant :

	Effectif	Effectifs Cumulés	%age	%age Cumulé	$F(z)$	Ecart+	Ecart-
-4.23	1	1	0.0769	0.0769	0.0412	0.0358	0.0412
-2.46	1	2	0.0769	0.1538	0.0848	0.0691	0.0079
0.21	1	3	0.0769	0.2308	0.2048	0.0260	0.0509
0.51	1	4	0.0769	0.3077	0.2227	0.0850	0.0080
1.61	1	5	0.0769	0.3846	0.2957	0.0889	0.0120
3.05	1	6	0.0769	0.4615	0.4048	0.0567	0.0202
4.79	1	7	0.0769	0.5385	0.5465	0.0081	0.0850
5.99	1	8	0.0769	0.6154	0.6419	0.0265	0.1034
6.64	1	9	0.0769	0.6923	0.6905	0.0018	0.0751
9.07	1	10	0.0769	0.7692	0.8405	0.0713	0.1482
9.53	1	11	0.0769	0.8462	0.8624	0.0163	0.0932
9.88	1	12	0.0769	0.9231	0.8776	0.0454	0.0315
10.29	1	13	0.0769	1.0000	0.8939	0.1061	0.0292

On indique par ailleurs les paramètres descriptifs de la série étudiée : moyenne : $\bar{x} = 4.2215$; écart type corrigé : $s_c = 4.8645$.

1) Indiquer comment a été obtenue la première ligne de ce tableau.

La première colonne est constituée des valeurs observées de la variable X étudiée (ici la série des différences), rangées par ordre croissant. La première valeur, -4.23 , est la plus petite de ces valeurs.

La deuxième colonne donne l'effectif correspondant à chacune des modalités de la variable.

La troisième colonne donne l'effectif cumulé correspondant, c'est-à-dire, pour la première ligne, le nombre d'observations pour lesquelles $X \leq -4.23$.

Les quatrième et cinquième colonnes donnent respectivement les fréquences et fréquences cumulées correspondantes. Elles sont obtenues à partir des colonnes 2 et 3 respectivement, en divisant par l'effectif total ($N = 13$).

La sixième colonne (" $F(z)$ ") donne la valeur de la fonction de répartition de la loi normale de moyenne et d'écart type identiques à ceux de la variable observée ou, de manière équivalente, la valeur de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite pour la valeur z de la variable centrée réduite associée à X . Ainsi, pour la première ligne, $X = -4.23$ correspond à $Z = \frac{-4.23 - 4.2215}{4.8645} = -1.74$ et, pour la loi normale centrée réduite, $F(-1.74) = 0.0412$.

La septième colonne donne la différence $|F_1(x) - F(x)|$, où F_1 désigne la fonction de répartition associée à X , définie par : $F_1(x) = P(X \leq x)$. La valeur indiquée est calculée en faisant la différence entre les valeurs des colonnes 5 et 6 de la même ligne. Pour la première ligne, $0.0358 = 0.0769 - 0.0412$.

La dernière colonne donne la différence $|F_2(x) - F(x)|$, où F_2 désigne la fonction de répartition associée à X , définie par : $F_2(x) = P(X < x)$. La valeur indiquée est calculée en faisant la différence entre la valeur de la colonne 5 située sur la ligne précédente et celle de la colonne 6 située sur la même ligne. Pour la première ligne, $0.0412 = |0.0000 - 0.0412|$.

2) Quelle est la valeur de la statistique D de Kolmogorov-Smirnov pour ce tableau ? Le test de Lilliefors est-il ici préférable à celui de Kolmogorov-Smirnov ? Pourquoi ?

Au vu de la valeur observée de la statistique D , l'hypothèse de normalité des données est-elle confirmée ?

La valeur de la statistique D est le maximum des écarts observés dans les colonnes 7 et 8. On a donc ici : $D = 0.1482$. Comme la moyenne et l'écart type sont des estimations faites à partir de l'échantillon observé, c'est le test de Lilliefors qu'il convient d'utiliser ici. Pour $N = 13$ et un

seuil de 5%, on lit dans la table correspondante : $L_{crit} = 0.234$. Comme $D < D_{crit}$, on conclut sur H_0 : l'hypothèse de normalité de la série des différences n'est pas rejetée.

3) Les auteurs réalisent ensuite un test de Student sur la série des différences, et concluent à une différence significative entre les deux pourcentages de refus.
Reprendre cette étude à l'aide d'un test de Wilcoxon.

Le protocole des rangs appliqué aux valeurs absolues des différences attribue le rang 4 et le rang 6 aux valeurs absolues correspondant aux différences négatives. On a donc ici : $N = 13$, $T_m = 10$. Or, la table du test de Wilcoxon donne, pour un seuil de 5% unilatéral, $T_{m,crit} = 21$. L'hypothèse H_1 est donc retenue : il existe une différence significative entre les pourcentages de refus des deux communautés.

Exercice 2

Ref. Larson, K., Lach, D. Participants and non-participants of place-based groups : An assessment of attitudes and implications for public participation in water resource management, Journal of Environmental Management 88 (2008), pp. 817-830

On souhaite étudier la nature et le degré des différences entre les attitudes relatives à l'environnement, spécifiquement celles dirigées vers les efforts de gestion de la ressource en eau, parmi les personnes qui participent ou ne participent pas à des groupes locaux (associations de voisinage, conseil de l'eau). L'étude concerne la population de la zone métropolitaine de Portland (Oregon). Les résultats analysés ici concernent une enquête réalisée par écrit, pour laquelle on a recueilli 779 réponses. Les attitudes des sondés relativement à 34 aspects de la protection des ressources en eau, telles que les ruisseaux, rivières, lacs, zones humides ont été mesurées sur des échelles de Likert en 6 points. Ces 34 aspects ont été regroupés en 4 dimensions conceptuelles. La première (la seule étudiée ici) est "l'importance des buts de la protection de la ressource" ; elle regroupe 6 des 34 items. Pour chacun des items, l'échelle va de "très important" (codé 1) à "pas important" (codé 6).

1) Les auteurs calculent un score moyen par sujet sur les 6 items considérés et indiquent : $\alpha = 0.78$.

Comment s'appelle le coefficient ainsi calculé ? Quelle est sa signification ?

Ce coefficient est le coefficient alpha de Cronbach. Il évalue la cohérence entre les réponses aux 6 items. On considère généralement que $\alpha \geq 0.70$ indique une cohérence satisfaisante. C'est ce qu'on obtient ici.

2) Les auteurs répartissent les répondants en 3 groupes :

- Groupe 1 : ne sont pas impliqués dans les actions du Conseil de l'Eau et ne font pas partie de la mailing-list du Conseil.
- Groupe 2 : sont inscrits sur la mailing-list du Conseil, mais ne sont pas impliqués dans les actions menées.
- Groupe 3 : sont impliqués dans les actions menées par le Conseil.

On compare les attitudes des trois groupes en utilisant comme variable le score moyen défini à la question précédente, et un test non paramétrique.

a) Quel test peut-on proposer d'utiliser ?

Pour comparer plus de deux groupes indépendants à l'aide d'un test non paramétrique, on peut utiliser le test de Kruskal-Wallis.

b) Retrouver les résultats du test sachant que les effectifs et les rangs moyens observés dans les trois groupes sont les suivants :

Groupe	Effectif	Rang Moyen
Groupe 1	547	405.43
Groupe 2	116	358.69
Groupe 3	116	348.55

Enoncer la conclusion au seuil de 5% et au seuil de 1%.

L'effectif total est ici : $N = 547 + 116 + 116 = 779$. La statistique de test vaut :

$$K = \frac{12}{779 \times 780} (547 \times 405.43^2 + 116 \times 358.69^2 + 116 \times 348.55^2) - 3 \times 780 = 2348.75 - 2340 = 8.75$$

Sous H_0 , la statistique K suit une loi du χ^2 à 2 ddl. Les valeurs critiques lues dans la table sont 5.99 au seuil de 5% et 9.21 au seuil de 1%. Ainsi, on conclut à une différence significative entre les trois groupes au seuil de 5%, alors qu'on n'a pas mis en évidence de différence au seuil de 1%.

Exercice 3

Ref. Costarelli, S., Callà, R.-M.. Self-directed negative affect : The distinct roles of ingroup identification and outgroup derogation, Current research in Social Psychology, Volume 10 No 2, 2004.

Le Sud-Tyrol est une région de l'Italie du Nord dans laquelle coexistent une population de langue italienne et une population de langue allemande. La population de langue allemande a fait l'objet d'une discrimination négative durant le régime fasciste, puis a bénéficié de dispositions favorables ensuite. De ces événements résulte un fort sentiment d'appartenance à un groupe pour les membres de chacun de ces deux groupes ethniques.

Une enquête par questionnaire a été menée en 2002 auprès d'un échantillon de 71 lycéens italo-phones. En particulier, les sujets devaient se positionner sur des échelles unipolaires à 6 points (cotées de 0 à 5, 0=pas du tout, 5=extrêmement), selon leur opinion relativement aux deux communautés. Pour moitié, les adjectifs utilisés étaient à connotation positive (par exemple : les germanophones : ne sont pas du tout/sont extrêmement sympathiques), et pour moitié, les adjectifs utilisés étaient à connotation négative (par exemple : antipathique, repoussant, méprisable). En calculant un score moyen par sujet pour les échelles de même connotation, appliquées à la même cible ethnique, on obtient ainsi pour chaque sujet quatre mesures comprises dans l'intervalle de 0 à 5 :

- l'évaluation positive de l'endogroupe, notée ici ENDOP
- l'évaluation positive de l'exogroupe, notée ici EXOP
- l'évaluation négative de l'endogroupe, notée ici ENDON
- l'évaluation négative de l'exogroupe, notée ici EXON.

Par ailleurs, le questionnaire comportait également des questions permettant d'évaluer deux autres variables, également dans l'intervalle de mesure de 0 à 5 :

- l'intensité de l'identification à l'endogroupe, notée ici IDENT ;
- l'estime négative de soi (*self-directed negative affect*), notée ici SDNA.

A titre d'information (non utilisée dans la suite de l'exercice), on donne les paramètres descriptifs des variables observées :

Description	Notation	Moyenne	Ecart type
Identification à l'endogroupe	IDENT	3.61	0.57
Estime négative de soi	SDNA	3.07	0.63
Evaluation positive de l'endogroupe	ENDOP	4.39	0.71
Evaluation positive de l'exogroupe	EXOP	3.66	0.66
Evaluation négative de l'endogroupe	ENDON	0.56	0.50
Evaluation négative de l'exogroupe	EXON	1.58	0.59

1) On étudie si la prise en compte pour chaque groupe cible d'une évaluation positive et d'une évaluation négative est réellement justifiée.

a) Calculer le coefficient de corrélation des variables ENDOP et ENDON d'une part, celui des variables EXOP et EXON d'autre part. On donne les covariances et les écarts-types non corrigés de variables concernées :

- $\text{Cov}(\text{ENDOP}, \text{ENDON}) = -0.1960$, $s(\text{ENDOP}) = 0.7050$, $s(\text{ENDON}) = 0.4965$
- $\text{Cov}(\text{EXOP}, \text{EXON}) = -0.2341$, $s(\text{EXOP}) = 0.6553$, $s(\text{EXON}) = 0.5858$.

On obtient : $r(\text{ENDOP}, \text{ENDON}) = \frac{-0.1960}{0.7050 \times 0.4965} = -0.56$ et de même, $r(\text{EXOP}, \text{EXON}) = -0.61$.

b) Quels sont les signes de ces coefficients de corrélation ? Comment peut-on interpréter ces signes.

Ces coefficients de corrélation sont tous deux négatifs, ce qui n'a rien de surprenant : à un score élevé d'opinions positives correspond un score faible d'opinions négatives et vice-versa ; les variables ENDOP et ENDON semblent corrélées mais varient en sens contraires. Il en est de même pour EXOP et EXON.

c) Ces coefficients de corrélation sont-ils significatifs d'une dépendance entre les variables ? Justifier au seuil de 5%.

Ici, l'effectif de l'échantillon est $N = 71$ et le nombre de degrés de liberté est donc $\text{ddl} = 69$. On peut utiliser $r_{crit} = 0.2319$ comme valeur critique au seuil de 5% bilatéral. Comme dans chacun des deux cas, les coefficients de corrélation observés sont, en valeur absolue, très supérieurs à r_{crit} , on conclut à une dépendance entre ENDOP et ENDON et également à une dépendance entre EXOP et EXON.

d) Peut-on cependant dire que les variables ENDOP et ENDON sont réciproques l'une de l'autre ? Complètement réciproques l'une de l'autre ? Commenter de même le résultat obtenu pour EXOP et EXON.

ENDOP et ENDON sont ainsi partiellement réciproques l'une de l'autre. En revanche, elles ne sont pas complètement réciproques, le coefficient trouvé s'écarte notablement de celui ($r = -1$) qu'on aurait trouvé si les sujets avaient répondu de façon exactement symétrique à chaque question "positive" et à la question "négative" associée (on aurait alors eu : $\text{ENDON} = 5 - \text{ENDOP}$). Un commentaire en tous points semblable peut être fait pour les variables EXOP et EXON.

2) On cherche à expliquer les variations de la variable "estime négative de soi" (SDNA) par celles des autres variables.

On définit une variable notée DEROG (*outgroup derogation*, ou partialité envers l'exogroupe) en formant la différence $\text{EXON} - \text{ENDON}$.

a) La régression linéaire de la variable SDNA sur la variable IDENT fournit les résultats suivants :

Synthèse de la Régression ; Variable Dép. : SDNA F(1.69)=4.0587 p<.04784 Err-Type de l'Estim. : .62106						
	Bêta	Err-Type de Bêta	B	Err-Type de B	t(69)	niveau p
OrdOrig. IDENT	0.235700	0.116994	2.129557 0.260511	0.472590 0.129309	4.506145 2.014632	0.000026 0.047842

Interprétez ces résultats. L'effet de IDENT sur SDNA est-il significatif au seuil de 5% ?

L'équation de régression obtenue est : $SDNA = 2.13 + 0.26 IDENT$ et le coefficient de IDENT est significativement différent de 0 ($t = 2.01, p < 0.05$). L'effet de IDENT sur SDNA est donc significatif au seuil de 5%.

b) La régression linéaire de IDENT sur DEROG fournit les résultats suivants :

Synthèse de la Régression ; Variable Dép. : DEROG F(1.69)=8.4320 p<.00495 Err-Type de l'Estim. : .52667						
	Bêta	Err-Type de Bêta	B	Err-Type de B	t(69)	niveau p
OrdOrig. IDENT	0.329994	0.113642	-0.129500 0.318421	0.400765 0.109657	-0.323132 2.903799	0.747572 0.004948

Interprétez ces résultats. L'effet de IDENT sur DEROG est-il significatif au seuil de 5% ?

L'équation de régression obtenue est : $DEROG = -0.13 + 0.32 IDENT$ et le coefficient de IDENT est significativement différent de 0 ($t = 2.90, p < 0.01$). L'effet de IDENT sur DEROG est donc significatif au seuil de 1%.

c) Enfin, on réalise une régression linéaire multiple de SDNA sur les variables DEROG et IDENT. Les résultats sont alors les suivants :

Synthèse de la Régression ; Variable Dép. : SDNA F(2.68)=5.1029 p<.00861 Err-Type de l'Estim. : .60028						
	Bêta	Err-Type de Bêta	B	Err-Type de B	t(68)	niveau p
OrdOrig. IDENT	0.140000	0.119789	2.172575 0.154737	0.457119 0.132398	4.752756 1.168723	0.000011 0.246596
DEROG	0.290005	0.119789	0.332182	0.137210	2.420970	0.018154

Etudier l'effet de chacun des deux prédicteurs sur la variable dépendante SDNA. L'effet de la variable IDENT sur SDNA peut-il être en partie expliqué par l'intermédiaire (la médiation) d'une autre variable ?

L'équation de régression multiple obtenue est : $SDNA = 2.17 + 0.15 IDENT + 0.33 DEROG$. Le tableau des résultats indique que l'effet de IDENT n'est pas significatif ($t = 1.16, p \geq 0.24$) alors que celui de DEROG est significatif à 2%.

Il semble donc que ce soit la variable DEROG, plutôt que la variable IDENT, qui ait un effet sur SDNA. L'effet constaté au a) serait donc essentiellement un effet dû au rôle de médiation joué par la variable DEROG.

N.B. Pour un exposé plus détaillé sur l'analyse de médiation conduite ici, on pourra consulter le site :

<http://www.psychologie-sociale.org/reps2.php?article=7>